

Міністерство освіти і науки України

Кіровоградський державний педагогічний університет
імені Володимира Винниченка

Студентські наукові записки

ВИПУСК 7

**ЗБІРНИК НАУКОВИХ СТАТЕЙ
СТУДЕНТІВ ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНОГО
ФАКУЛЬТЕТУ**

Кіровоград – 2014

ББК 22
УДК 51
С 88

СТУДЕНТСЬКІ НАУКОВІ ЗАПИСКИ (Збірник наукових статей студентів фізико-математичного факультету). – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2014. – Випуск 7. – 122 с.

Збірник містить статті, підготовлені за результатами виконання магістерських та дипломних робіт студентами фізико-математичного факультету Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка у 2013-2014 навчальному році.

Редакційна колегія:

Ю. І. Волков, доктор фізико-математичних наук, професор (головний редактор);
О. В. Авраменко, доктор фізико-математичних наук, професор;
В. А. Кушнір, доктор педагогічних наук, професор;
З. Ю. Філер, доктор технічних наук, професор;
Р. Я. Ріжняк, кандидат педагогічних наук, професор;
І. В. Лупан, кандидат педагогічних наук, доцент (відповідальний редактор).

Друкується згідно рішення вченої ради фізико-математичного факультету Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка, протокол №9 від 29.04.2014 року.

Відповідальність за якість поданих матеріалів несуть автори та їхні наукові керівники.

ВИКОРИСТАННЯ ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ РІВНЯНЬ ТА НЕРІВНОСТЕЙ З ПАРАМЕТРАМИ

Анна Бабіч

Кількість задач, які так чи інакше пов'язані з використанням інформаційних технологій, постійно зростає. У зв'язку з активним розвитком інформаційних технологій та їх впровадженням у різні сфери життя все більшої актуальності набуває формування інформаційної культури сучасних студентів. Інформаційні технології – з одного боку, це потужний інструмент для отримання студентом найрізноманітнішої інформації, з іншого – ефективний засіб підвищення інтересу до навчання, мотивації, наочності, науковості навчання тощо. Тому викладачі активно використовують ІКТ у навчальному процесі.

Для оптимізації процесу розв'язання рівнянь та нерівностей з параметрами, доцільно використовувати ІКТ, що дозволяє акцентувати увагу саме на особливостях методів розв'язування рівнянь та нерівностей з параметрами, а не на виконанні проміжних дій.

Метою роботи є використання графічних можливостей ІКТ у розв'язуванні рівнянь з параметрами.

Завданнями роботи визначено:

1. Використання графічних можливостей ІКТ у розв'язуванні рівнянь з параметрами.
2. Розв'язування нерівностей з параметрами методом областей.

Предмет дослідження є графічні можливості ІКТ у розв'язуванні рівнянь і нерівностей з параметрами.

Об'єктом дослідження – рівняння та нерівності з параметрами.

З поняттям параметра студенти зустрічаються ще в школі, у шкільному курсі математики. У ВНЗ, вивчаючи математичні дисципліни, студенти поглиблюють свої знання, опановують нові методи та підходи до розв'язання рівнянь та нерівностей з параметрами.

Універсального методу розв'язування рівнянь та нерівностей з параметрами не існує. Часто користуються аналітичним (із використанням формул, властивостей функцій) та графічними методами. Графічний метод дає можливість дістати вичерпну інформацію про кожний з параметрів. На графіку видно, при яких значеннях параметра рівняння має корені (і скільки), при яких – не має. Розглянемо приклади.

Приклад 1. Знайдіть усі дійсні значення параметра a , при яких система рівнянь
$$\begin{cases} (y - |x|)(x - a) = 0 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$
 має рівно три розв'язки [1].

Розв'язання:

Перший спосіб (аналітичний):

$$\begin{cases} (y - |x|)(x - a) = 0 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \quad (1)$$

Система (1) рівносильна сукупності систем рівнянь:

$$\begin{cases} \begin{cases} y = |x| \\ x^2 - y^2 = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x = a \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \end{cases} \quad (2, 3)$$

Розв'яжемо першу систему сукупності:

$$\begin{cases} y = |x| \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = |x| \\ x^2 = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = |x| \\ |x| = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ y = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \end{cases} \quad (4)$$

Оскільки рівняння системи (2) не містять параметра, то при будь-яких значеннях a система (1) має два розв'язки. Система (1) матиме рівно три розв'язки, якщо система (3) матиме рівно один розв'язок або якщо один із розв'язків системи (3) такий самий, як розв'язок системи (2). А це можливо при $a = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Розв'яжемо другу систему сукупності:

$$\begin{cases} x = a \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ y^2 = 1 - a^2 \end{cases}$$

Здобута система має один розв'язок, якщо рівняння $y^2 = 1 - a^2$ матиме один корінь. Отже, $1 - a^2 = 0$, звідки $a = \pm 1$.

Знаходячи значення параметра a , при яких система (3) має один розв'язок, можна скористатися геометричними міркуваннями. На координатній площині ХОУ побудуємо графіки рівнянь системи (3).

Коло і пряма мають одну спільну точку, якщо пряма $x = a$ є дотичною до кола. Зрозуміло, що пряма $x = a$ буде дотичною до кола з центром $(0;0)$ і радіусом $R=1$ при $a = \pm 1$.

Другий спосіб (графічний)

На координатній площині ХОА побудуємо графіки рівняння $x^2 + y^2 = 1$ – коло з центром $(0;0)$ і радіусом $R=1$ та графік функції $y = |x|$ – кут із вершиною в початку координат, його сторони – бісектриси першого та другого координатних кутів.

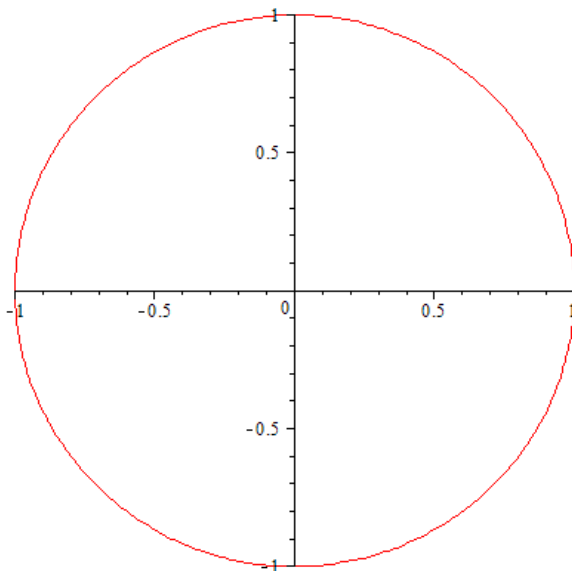


Рис. 1.

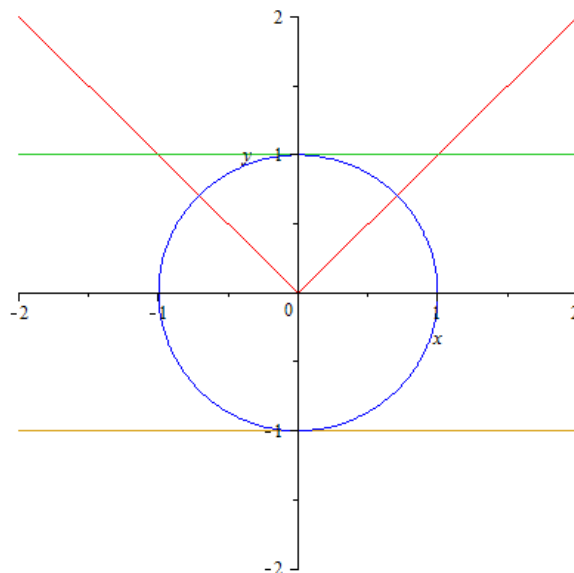


Рис. 2.

Розташування прямої $x = a$, що задовольняє умові, може бути таким, як на Рис. 2, звідки $a = \pm 1$ або $a = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$x = -1, x = 1, x = -\frac{\sqrt{2}}{2}, x = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Відповідь: } a \in \left\{-1; -\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}; 1\right\}.$$

Наведений приклад демонструє можливості використання графічного методу під час знаходження кількості розв'язків залежно від параметра.

Алгоритм способу графічного розв'язування рівнянь з параметрами складається з таких етапів [2]:

1. Знаходимо область допустимих значень невідомого і параметрів, що входять до рівняння (область визначення рівняння).
2. Виражаємо параметр a як функцію від x .
3. У системі координат ХОА будуємо графік функції $a = f(x)$ для тих значень x , які входять в область визначення рівняння.
4. Знаходимо точки перетину прямої $a=c$, де c належить проміжку $(-\infty; +\infty)$ з графіком $a = f(x)$. Можливі випадки:
 - пряма $a=c$ не перетинає графік функції $a = f(x)$. При цьому значенні a рівняння коренів не має;
 - пряма $a=c$ перетинає графік функції $a = f(x)$. Тоді визначаємо абсиси точок перетину. Для цього достатньо розв'язати рівняння $a = f(x)$ відносно x .
5. Записуємо відповідь.

Застосовуючи графічний метод до розв'язування рівняння та нерівності з параметрами, доцільно використовувати комп'ютерні програми.

Так за допомогою пакета Maple 15 можна побудувати графік функції $a = f(x)$ та знайти точки перетину прямої $a=c$ з графіком функції $a = f(x)$, тим самим виконавши третій та четвертий етапи алгоритму.

Пакет Advanced Grapher дає можливість одразу побудувати потрібний графік, та відшукати потрібні області (для методу областей) [4].

Приклад 2. Розв'яжіть нерівність $\frac{3a-2-a^2}{2a-3} \leq \frac{x+1-ax-a}{2x+1}$ (5).

Розв'язання:

Знаходимо ОДЗ: $2a - 3 \neq 0; a \neq \frac{3}{2}; \quad 2x + 1 \neq 0; x \neq -\frac{1}{2};$

$$\frac{-a^2+3a-2}{2a-3} \leq \frac{x+1-ax-a}{2x+1} \quad (6)$$

Знайдемо рівняння функцій графіки яких потрібно побудувати. Для цього перейдемо до рівняння [3]:

$$\frac{-a^2+3a-2}{2a-3} = \frac{x+1-ax-a}{2x+1} \quad (7)$$

Розкладемо на множники $a^2 - 3a + 2 = 0$, так як $a_1 = 1, a_2 = 2$, то

$$\frac{(1-a)(a+2)}{2a-3} = \frac{(x+1)(1-a)}{2x+1} \quad (8)$$

Розділимо обидві частини рівняння на $(1-a)$ при $a \neq 1$. Але $a = 1$ є розв'язком: ліва і права частини рівняння (8) рівні і дорівнюють 0 при $x \in R$.

$$\frac{a-2}{2a-3} = \frac{x+1}{2x+1} \quad (9)$$

$$2ax + 2a - 3x - 3 = 2ax + a - 4x - 2; \quad (10) \quad x = 1 - a.$$

Будуємо у площині ХОА графік функцій: $\frac{(1-a)(a+2)}{2a-3} = \frac{(x+1)(1-a)}{2x+1}$ (8) і нумеруємо отримані області (Рис. 3). Отримали дев'ять областей [4].

Шукаємо, яка з областей підходить для даної нерівності. Для цього беремо точку і підставляємо її в нерівність.

Для наочності створюємо таблицю:

№	Точка	Нерівність $\frac{3a-2-a^2}{2a-3} \leq \frac{x+1-ax-a}{2x+1}$	Висновок
1	(2; 0)	$0 \leq -1$	-
2	$(2; -\frac{3}{4})$	$0 \leq \frac{1}{2}$	+
3	(2; -2)	$0 \leq -\frac{1}{3}$	-
4	$(\frac{5}{4}; -1)$	$-\frac{3}{8} \leq 0$	+
5	(0; -1)	$\frac{2}{3} \leq 0$	-
6	(0; 0)	$\frac{2}{3} \leq 1$	+
7	(0; 2)	$\frac{2}{3} \leq \frac{3}{5}$	-
8	$(\frac{5}{4}; 0)$	$\frac{3}{8} \leq -\frac{1}{4}$	+
9	$(\frac{5}{4}; -\frac{1}{4})$	$-\frac{3}{8} \leq -\frac{5}{2}$	-

Знайдемо точки перетину $a_1 = 1$; $a_2 = \frac{3}{2}$

Задамо пряму $a = const$, і будемо рухати її від $-\infty$ до $+\infty$.

Відповідь:

При $a < 0 - \frac{1}{2} < x \leq 1 - a$;

При $a = 1$ $x \in R$;

При $1 < a < \frac{3}{2} \begin{cases} x < -\frac{1}{2} \\ x \geq 1 - a \end{cases}$;

При $a = \frac{3}{2}$ не має розв'язків;

При $a > \frac{3}{2} 1 - a \leq x < -\frac{1}{2}$.

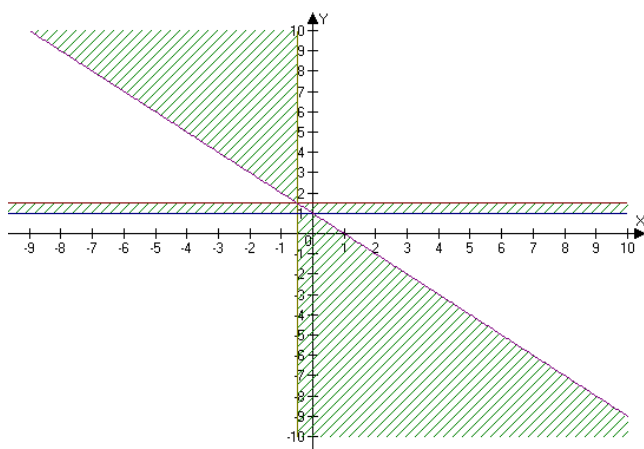


Рис. 3

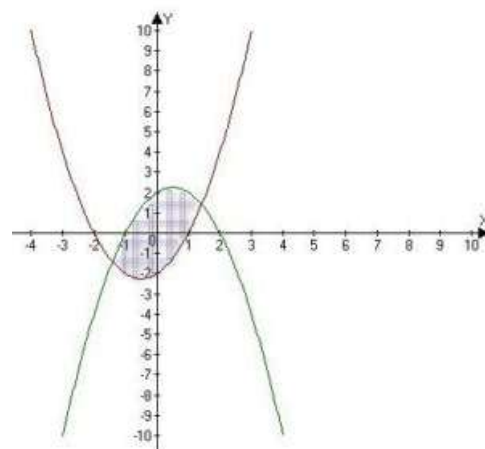


Рис. 4

Приклад 3. При яких значеннях параметра a нерівність $|x - a| < 2 - x^2$ (10) має хоча б один від'ємний розв'язок [1].

Розв'язання:

Запишемо рівняння (10) у вигляді:

$$x^2 - 2 < x - a < 2 - x^2 \text{ або } -x^2 + x + 2 > a > x^2 + x - 2 \quad (11)$$

Побудуємо графіки функцій $(-x^2 + x + 2)$ та $(x^2 + x - 2)$ в одній системі координат (Рис. 4):

Множина точок $(x;a)$, які задовольняють отриманій подвійній нерівності, заштрихована.

Нас цікавлять точки з від'ємними координатами x . Такі точки мають ординатою параметри a : $-2 < a < 2$.

Відповідь: $-2 < a < 2$.

Список використаних джерел:

1. Горнштейн П. И., Полонський В. Б., Якир М. С., Задачи с параметрами. – К.: РИА "Текст"; МП "ОКО", 1992. – 290 с.
2. Кушнір В. А., Кушнір Г. А., Ріжняк Р. Я. Розв'язування рівнянь та нерівностей з параметром: Навчально-методичний посібник. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2005. – 32 с.
3. Кушнір В. А., Кушнір Г. А., Ріжняк Р. Я. Моделювання еквівалентних перетворень при розв'язуванні рівнянь: Навчально-методичний посібник. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2005. – 24 с.
4. Кушнір В. А., Кушнір Г. А., Ріжняк Р. Я. Математичне моделювання у процесі розв'язування рівнянь та нерівностей з параметром // ПостМетодика, 2008, №4 (81). – С. 46-50.

ОСОБЛИВОСТІ СТВОРЕННЯ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ З «ІСТОРІЇ УКРАЇНИ» ДЛЯ КОНТРОЛЮ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ СТУДЕНТІВ НЕІСТОРИЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

Олександр Бережний, Людмила Яременко

Успішне навчання історії України значною мірою пов'язане з організацією контролю й перевірки знань студентів. У зв'язку з переходом освітніх програм на кредитно-модульну систему зростає обсяг самостійної роботи студентів, а відповідно й обсяг роботи викладача з контролю навчальних досягнень студентів. Тому все більше викладачів орієнтується на тестування, як об'єктивний та якісний вид контролю, що забезпечує можливість перевірки засвоєння студентами великого обсягу навчального матеріалу. Тестові завдання використовують під час поточного та підсумкового контролю.

Психологічні основи тестування було закладено у працях М.С. Берштейна, В.П. Беспалько, С.П. Воскерч'яна, Т.А. Ільїної, Н.Ф. Тализіної, А. Анастасі, С. Урбіної, П. Клайна та ін. У дослідженнях вчених В.С. Аванесова, Ю.М. Богачкова, Я.С. Бродського, О.І. Ляшенка, Л.Т. Коваленко, А.Н. Майорова, М.Б. Челишкової, К. Інгенкампа, Дж. Равена та інших висвітлені педагогічні основи тестування, вивчено питання теорії педагогічних тестів, композиції і форми тестових завдань, розроблені процедури проведення тестування, алгоритми обробки результатів тестування та їх аналізу й інтерпретації.

Недостатнє навчально-методичне забезпечення організації тестового контролю навчальних досягнень студентів І курсу неісторичних спеціальностей, вимоги суспільства зумовили вибір теми дослідження.

Об'єкт дослідження. Процес навчання першокурсників історії України.

Предмет дослідження. Тестові завдання для контролю навчальних досягнень студентів I курсу неісторичних спеціальностей з «Історії України».

Мета дослідження. На основі вивчення й аналізу психолого-педагогічної й методичної літератури, педагогічного досвіду викладачів історії розробити тестові завдання для контролю навчальних досягнень студентів I курсу неісторичних спеціальностей з «Історії України».

Тестування в освітньому процесі здійснюється за допомогою педагогічного тесту. Л.Т. Коваленко, у короткому тестологічному словнику-довіднику визначає педагогічний тест – як систему завдань специфічної форми, певного змісту, що дозволяє виміряти рівень навченості студентів, сукупність їх уявлень, знань, і навичок на тій чи іншій області змісту [2, с. 51]. Вона розглядає педагогічний тест саме як систему, як впорядковану множину тестових завдань. Педагогічний тест, як правило, не потребує кваліфікованих викладачів для перевірки результатів тестування та не вимагає великої кількості навчального часу на його перевірку. Складовими частинами педагогічного тесту є завдання у тестовій формі та тестові завдання, що відповідають вимогам технологічності, форми, змісту і, крім цього, таким статистичним вимогам як визначена складність та достатня роздільна здатність.

Під час дослідження були розроблені й апробовані на факультеті педагогіки й психології тестові завдання для модульного контролю за темами «Від найдавніших часів до кінця XIX століття» та «Від початку XX століття до сьогодення» відповідно до навчально-методичного комплексу [1]. Наведемо для прикладу аналіз змісту тесту для першого модульного контролю та його апробації.

Тест складається з 3 частин та містить 7 завдань.

Частина 1 містить 4 завдання з вибором однієї правильної відповіді. До кожного завдання дається три відповіді, з яких тільки одна – правильна. Під час розробки відповідей до тестового завдання були використані типові помилки та хибні уявлення студентів, як дистрактори. Також дистрактори уподібнені до правильної відповіді не тільки за змістом, а й за обсягом та за складністю формулювання. Завдання на вибір неправильної відповіді не використовувалися, оскільки їх застосування призводить дуже часто до запам'ятовування неправильних відповідей, що є педагогічно некоректним.

За правильну відповідь у кожному завданні випробовуваний отримував 1 бал, за неправильну – 0. За першу частину тесту максимально можна було набрати 4 бали. Сума усіх балів дає число правильних відповідей та кількість набраних балів за першу частину тесту.

Частина 2 складається з 2 завдань різних типів: на встановлення правильної послідовності, відповідності або множинного вибору.

Тип тестового завдання *на встановлення правильної послідовності* призначений перш за все для перевірки сформованості алгоритмічного мислення та алгоритмічних знань, умінь і навичок пізнавальної діяльності. У педагогічній науці та тестології, виділяють декілька варіантів послідовностей, які можна використати для розробки тестових завдань даного типу. Під час розробки тестових завдань на встановлення правильної послідовності для контролю навчальних досягнень студентів з «Історії України», ми використали послідовності історичних подій та послідовності історичних процесів.

При виконанні тестового завдання *на встановлення відповідності (логічні пари)* необхідно встановити відповідність елементів одного стовпчика з елементами другого стовпчика. Такий тип тестового завдання спрямований на перевірку так

званих асоціативних знань: у нашому випадку взаємозв'язок історичних фактів, подій, явищ, форм зі змістом, властивостями, датами тощо.

У завданні з вибором декількох правильних відповідей (множинного вибору), на відміну від завдання з вибором однієї правильної відповіді, необхідно віднайти декілька правильних відповідей (дві або більше). Змістову основу завдання складають, класифікаційні знання. Особливість цієї форми завдань полягає в тому, що у них студенту доводиться визначати не тільки правильні відповіді, а й оцінювати повноту своєї відповіді.

Кожне правильно виконане завдання оцінюється в 4 бали, тому за другу частину тесту максимально можна набрати 8 балів.

Частина 3 складається із одного завдання відкритого типу з розгорнутою відповіддю. Такі завдання використовують для вимірювання складних результатів навчання. Специфічність цього типу завдань полягає в тому, що в них не пропонується перелік відповідей. Особа повинна сама написати відповідь, яка свідчить про наявність або відсутність необхідних знань у першокурсника. Для його виконання нашого завдання необхідно було дати характеристику 4 основним компонентам запропонованої події: 1) зазначити час підписання, автора, сторони історичних договорів; 2) описати основні причини даного договору; 3) розкрити умови договору; 4) зазначити наслідки договору.

За кожен правильно визначений компонент відповіді можна було отримати 2 бали. Загалом за третю частину тесту максимально можна набрати 8 балів.

На виконання всіх тестових завдань відводилося 80 хвилин. Робота виконувалася письмово, на заздалегідь підготовлених аркушах. Тестові завдання були представлені у 4-ох різних варіантах, які однакові за складністю. При виконанні завдань було заборонено використовувати будь-які технічні засоби та користуватися підручниками, конспектами, навчальними матеріалами. Бали, отримані за всі виконані завдання, додавалися.

Аналіз та обробка результатів тестового контролю навчальних досягнень студентів неісторичних спеціальностей проведені за класичною теорією тестів, описаною в [3]. Проведений аналіз результатів тестування показав, що розроблені тестові завдання потребують часткового вдосконалення і доопрацювання. Так, розподіл емпіричних даних вибірки (табл. 1) виявився не наближеним до нормального (асиметричний). Це було підтверджено обчисленими статистичними характеристиками ряду (табл. 2) та його графічним зображенням (рис. 1). Провівши кореляційний аналіз, ми встановили, що у тестові завдання 4, 5, 8 необхідно внести корективи, а завдання під номером 2 (найгірша кореляція з усіма тестовими завданнями) краще вилучити та замінити іншим більш вдалим.

Таблиця 1.

Частотний статистичний ряд тестових балів

X_i	4	5	6	7	8	9	10	11
частота	1	2	7	3	3	6	5	1

Таблиця 2.

Числові характеристики статистичного ряду

мода	6
медіана	8
середнє значення ознаки X	7,7143
дисперсія	3,619
стандартне відхилення	1,9024
коефіцієнт асиметрії	-0,114

Як видно з таблиці 2 мода, медіана й середнє значення ознаки X різні, до того ж не виконується співвідношення $\bar{X} \approx 3 \cdot S_x$, тобто розподіл тестових балів відрізняється від нормального, хоча дисперсію можна вважати оптимальною. Це можна пояснити тим, що частина завдань невдало підібрані, а вибірка малочисельна.

На основі частотного ряду будуюмо гістограму (рис. 1а) та полігон частот (рис. 1б), з яких видно, що розподіл тестових балів мало схожий на нормальний.

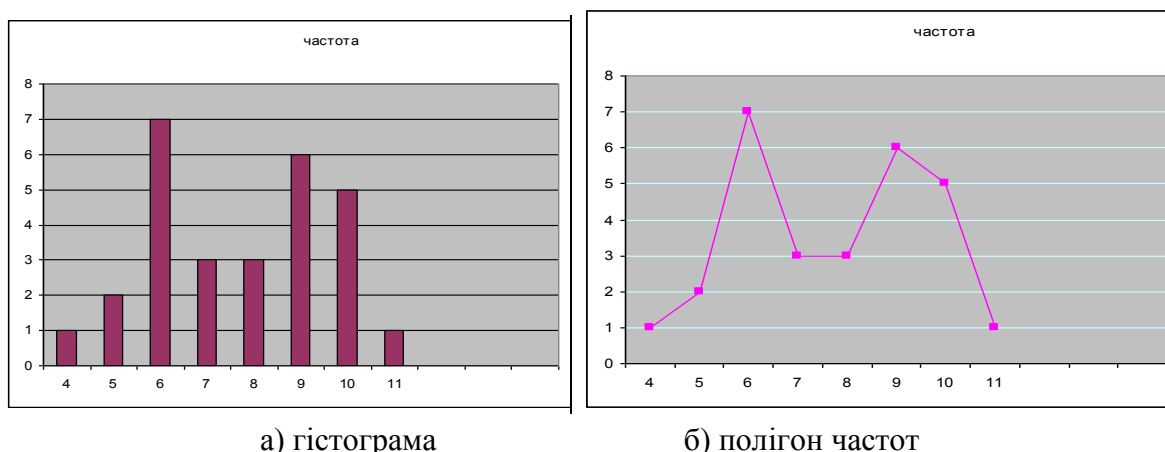


Рис. 1. Графічне зображення статистичного ряду тестових балів

При підрахунку труднощі тестового завдання виявилось, що найбільш легкими були завдання № 1, 2, 3. Такі завдання можна вилучати з тесту, але нами вони замінені не будуть, оскільки середній рівень труднощі за тестове завдання наближається до 0,5, що дуже добре для тесту в цілому.

Отже, при визначенні змісту та форми тесту необхідно враховувати особливості курсу, що вивчається, та обов'язкові вимоги до його засвоєння, співвіднесені з метою навчання. Якісний тест для контролю навчальних досягнень студентів має бути спрямований як на оволодіння предметними знаннями і вміннями, так і на перевірку розвитку загальнопредметних умінь (аналізувати, міркувати, робити логічні висновки).

Список використаних джерел:

1. Біденко Н.І. Історія України з найдавніших часів до початку ХХІ ст. Навчально-методичний комплекс для студентів філологічного та педагогічного факультетів. Денна форма навчання / Н.І. Біденко. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2003. – 132 с.
2. Короткий тестологічний словник-довідник. – К.: Грамота, 2008. – 160 с. (Серія «Словник»).
3. Чельшкова Н. Б. Теория и практика конструирования педагогических тестов : учебное пособие / Н. Б. Чельшкова. – М. : Логос, 2002. – 432 с.

РОЗРОБКА СИСТЕМИ ЛЮДИНО-МАШИНОЇ ВЗАЄМОДІЇ НА ОСНОВІ КОМП'ЮТЕРНОГО ЗОРУ

Антон Біндовський

Комп'ютерний зір є пограничною областю знань на стику таких наук як теорія передавання та обробки сигналів, обчислювальна геометрія та комп'ютерна графіка, математична статистика та штучний інтелект. Основним завданням галузі є формування правдивої інформації відносно об'єктів та сцен реального світу на основі аналізу зображень, що отримуються датчиками [1].

Не існує точного формулювання проблеми комп'ютерного зору: на даний момент розроблено багато способів вирішення конкретних задач, проте узагальнити їх неможливо. Завданням галузі у технологічному плані є застосування теорій та моделей комп'ютерного зору до створення систем комп'ютерного зору, прикладами яких можуть бути [2]:

- системи керування процесами (промислові роботи, автономні транспортні засоби);
- системи відеоспостереження;
- системи організації інформації (наприклад, для індексації баз даних зображень);
- системи моделювання об'єктів або оточуючого середовища (аналіз медичних зображень, топографічне моделювання);
- системи взаємодії (наприклад, пристрої введення для систем людино-машинної взаємодії).

Використання зору можна назвати найефективнішим методом сприйняття інформації про навколишній світ. Зважаючи на стрімкий розвиток комп'ютерної техніки, який дозволив використовувати комп'ютерний зір не тільки в промислових масштабах, а й в буденному житті, з'явилась можливість вивести взаємодію людини з комп'ютером на новий рівень, що й обумовлює актуальність роботи.

В рамках дипломної роботи розглянуто створення системи людино-машинної взаємодії, з використанням двох веб-камер.

Поставлена задача розбивається на такі етапи:

- калібрування веб-камер;
- зчитування та оцінка зображення;
- обробка зображення та отримання корисної інформації з нього;
- аналіз, обробка та застосування отриманої інформації.

Основними вимогами до розроблюваної системи є точність роботи та робота в реальному часі.

Для реалізації поставлених задач використовувались такі інструменти як MS Visual Studio 2013 та бібліотека OpenCV (бібліотека «комп'ютерного зору» з відкритим вихідним кодом). Бібліотека OpenCV написана мовами C/C++ та працює під керуванням операційних систем Linux та Windows. До складу бібліотеки входять реалізації алгоритмів для інтерпретації зображень, калібрування веб-камери за еталоном, усунення оптичних спотворень, визначення подібності, аналізу переміщення об'єкта, визначення форми об'єкта, стеження за об'єктом, 3D-реконструкції, сегментації об'єкта, розпізнавання жестів і т.д. [3]. MS Visual Studio 2013 було обрано через впровадження нового стандарту мови C++ 11, що полегшує роботу з потоками.

Точність програми забезпечується врахуванням структури та кольору розпізнаваного (детектованого) об'єкта. Також проводиться відсіювання сторонніх об'єктів, що знаходяться на значній відстані від камер. Це можливо завдяки знаходженню різниці горизонтальних координат об'єкта, на зображеннях що отримуються з камер. Тому важливою складовою системи стереозору є дві камери з однаковим кутом огляду. Також необхідно встановити камери так, щоб кут нахилу кожної з них був однаковим.

Оскільки отримати в розпорядження дві абсолютно однакові камери не завжди можливо, а їх встановлення дуже копітка праця, що потребує часу, було вирішено усунути вказані можливі недоліки програмним шляхом:

- 1) виявити, в якій камері кут огляду більший;

- 2) розтягнути зображення таким чином, щоб масштаб зображень з кожної камери був однаковим.;
- 3) обрізати розтягнуте зображення так, щоб воно співпадало за розмірами з оригінальним, а об'єкти, що потрапляють в кадр, мали б однакові координати по вертикальній вісі Y.

Для забезпечення роботи в реальному часі програма повинна зчитувати та обробляти інформацію з камер 15-25 разів за секунду. Зважаючи на те, що операції над зображенням з кожної камери однакові, було вирішено винести в паралельні, синхронізовані потоки такі операції, як захоплення зображення, бінаризацію, знаходження контурів та їх фільтрацію, обробку стану знайдених контурів.



Рис. 1. Схема рукавички з маркерами

У роботі об'єктом детектування є пасивний маркер з певним кольором та структурою (Рис. 1). Пасивні маркери були обрані через те, що вони дешеві (не потребують електронних модулів і фотодіодів), простоті, легкі у виконанні та надійні (в них відсутні джерела живлення, електронні модулі, напівпровідникові деталі тощо), а також довговічні. Форма об'єкта не береться до уваги у зв'язку з можливістю його деформування у процесі роботи або необхідністю заміни на інший з метою практичності використання програми.

Синій колір маркерів було обрано через особливості фізики цього кольору. Серед основних кольорів (червоний, зелений та синій) він має найкоротшу довжину хвилі, що дає йому можливість краще поглинатись навколишнім середовищем. Це призводить до того, що під час обробки зображення кількість шумів, при нормальному освітленні, буде мінімальною (Рис. 2).



Рис. 2.

Розроблений програмний продукт складається з наступних компонентів:

- Video Capture – модуль, що містить в собі налаштування камер та зберігає проміжні результати обробки зображень;
- Image Processing – модуль містить методи обробки зображень: конвертації з колірної моделі RGB в HSV, бінаризації зображення, пошуку контурів;

- Calibrate Module – даний модуль відповідає за калібрування веб-камер;
- Gestures Processing – модуль, що виконує обробку станів маркерів та жестів користувача, відповідно до яких викликає наступні події мишки:
 - переміщення курсору мишки в заданому користувачем напрямі;
 - одинарний лівий клік;
 - одинарний правий клік;
 - затиснення та відпускання лівої кнопки мишки.



Рис. 3. Блок-схема алгоритму роботи програми

На Рис. 3 наведено загальну блок схему розробленої програми. Одержані результати можуть бути використані при розробці ігрових програм, при викладанні відповідних спецкурсів та в подальших наукових дослідженнях.

Список використаних джерел:

1. Компьютерное зрение / Л. Шапир, Дж.Стокман; Пер. с англ. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. – 752 с.
2. Беляев С.І. Комп'ютерний зір. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://tmb.org.ua/new/index.php/i-i/4-/424-2013-11-21-07-43-32.html> (10.04.2014)
3. Gary Bradski and Adrian Kaehler. Learning OpenCV. Published by O'REILLY Media, Inc., 1005 Gravenstein Highway North, Sebastopol. USA. 2008.

МІРИ РАЙХМАНА, ПОРОДЖЕНІ ЧИСТИМИ ФУНКЦІЯМИ РОЗПОДІЛУ

Анна Вернигора, Олег Макачук

Для випадкової величини ξ розглянемо число $L_\xi = \limsup_{|t| \rightarrow \infty} |f_\xi(t)|$, де $f_\xi(t) = M(e^{it\xi})$ – характеристична функція випадкової величини ξ , $M(\cdot)$ – математичне сподівання.

Границя супремуму модуля характеристичної функції на нескінченності величина L_ξ є логічним продовженням апарату перетворень Фур'є, а саме коефіцієнтів Фур'є-Стільтьєса. Відповідна величина тісно пов'язана з лебегівським типом випадкової величини ξ , що разом з чудовими мультиплікативними властивостями характеристичних функцій є важливим апаратом аналізу лебегівської структури збіжних з ймовірністю 1 випадкових рядів. Остання задача є актуальною проблемою теорії ймовірності після доведення теореми Джессена-Вінтнера і знаходження ймовірнісних критеріїв збіжності переважно з робіт Колмогорова.

Кожна випадкова величина генерує ймовірнісну міру, властивості якої тісно пов'язані з числовими математичними характеристиками відповідної випадкової величини. Величина L_ξ є однією з них, якщо вона в свою чергу рівна 0, то відповідна ймовірнісна міра, будучи мірою Райхмана, показує “в деякому розумінні” на свою близькість до класу абсолютно неперервних мір. Огляд основних результатів по теорії мір Райхмана міститься в роботі [5].

Міри Райхмана почали активно фігурувати в теорії аналізу випадкових величин типу Джессена-Вінтнера, починаючи з робіт Г.М.Торбіна та Я.В. Гончаренка [3]. На сьогоднішній час відповідна тематика лежить на стику теорії міри і теорії ймовірнісних розподілів, активно збагачуючи і розвиваючи кожну з них.

Означення 1. Міра Лебега-Стільтьєса, яка відповідає випадковій величині ξ , називається мірою Райхмана, якщо $L_\xi = 0$.

Означення 2. Міра Лебега-Стільтьєса, яка відповідає випадковій величині ξ , називається аномальною L-мірою, якщо $L_\xi = 1$.

Добре відомо [1, с.35], що

1. Міра Лебега-Стільтьєса, породжена дискретно-розподіленою випадковою величиною ξ , є аномальною L-мірою.
2. Міра Лебега-Стільтьєса, породжена абсолютно неперервно-розподіленою випадковою величиною ξ , є мірою Райхмана.
3. Міра Лебега-Стільтьєса, породжена сингулярно розподіленою випадковою величиною ξ , може бути як мірою Райхмана чи аномальною L-мірою, породжена дискретно-розподіленою, так і не бути жодною з них.

Одним з важливих класів чистих розподілів є клас розподілів типу Джессена-Вінтнера в зв'язку з наступною теоремою.

Теорема 1 [4]. (Джессена-Вінтнера).
Нехай

$$F = \prod_{k=1}^{\infty} * F_k$$

збіжна нескінченна згортка чисто дискретних функцій розподілу F_k . Тоді F є чистою, тобто або чисто дискретною, або чисто сингулярною або чисто абсолютно неперервною функцією розподілу.

В даній роботі ми показуємо, що ймовірнісна міра, породжена відомою сингулярною функцією Кантора [2, с.37], не належить до жодного з вище вказаних типів мір. Відзначимо, що випадкова величина, розподіл якої відповідає функції Кантора, є випадковою величиною типу Джессена-Вінтнера [2, с.75].

Теорема. Міра Лебега-Стільтьєса, яка відповідає функції Кантора, не є мірою Райхмана і не є аномальною L-мірою.

Список використаних джерел:

1. Лукач Е. Характеристические функции. – М.: Наука, 1979. — 424 с.
2. Працьовитий М.В. Фрактальний підхід у дослідженнях сингулярних розподілів. – Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова, 1998. – 296 с.
3. Alberverio S., Gontcharenko Ya., Pratsiovytyi M., Torbin G. Convolutions of distribution of random variables with independent binary digits //Random Oper. Stochastic Equations. – 2007. – 15, № 1. – P. 89-97.
4. Jessen B., Wintner A. Distribution functions and Rieman Zeta-function//Trans. Amer. Math. Soc. – 1935. – V. 38. – P. 48-88.
5. Lyons R. Seventy years of Rajchmann measures // J.Fourier Anal.Appl., Kahane Special issue. – 1995. – P.363-377.

ШКАЛЮВАННЯ В ПЕДАГОГІЧНОМУ ВИМІРЮВАННІ

Ольга Габорець

Актуальність теми. Вимірювання одержаних результатів є важливою проблемою в педагогічних дослідженнях. Вимірювання – це пізнавальний процес, у якому визначається відношення однієї величини, яку вимірюють, до іншої однорідної величини, яку приймають за одиницю вимірювання.

Педагогічний процес має ряд недоліків, а саме: недосконалість відомих методів вимірювання, необхідність визначення еталонів та стандартів процедури вимірювання, складність вимірювання якісних змін у розвитку учня, визначення конкретних значень та властивостей на відповідних шкалах за допомогою відповідних еталонів.

Вимірювання в науці – це, перш за все, виявлення кількісних характеристик досліджуваних явищ. Мета вимірювання завжди полягає в отриманні інформації про кількісні ознаки об'єктів або подій. Вимірюється не сам об'єкт, а тільки властивості або характерні ознаки об'єкта. У широкому розумінні вимірювання – це особлива процедура, за допомогою якої речам за певними правилами приписуються числа або порядкові величини. Самі правила полягають у встановленні відповідності між деякими властивостями чисел і деякими властивостями речей.

Вимірювальні шкали – це форма фіксації сукупності ознак досліджуваного об'єкта з впорядкуванням їх у певну числову систему. Вимірювальні шкали являють собою метричні системи, що моделюють досліджуване явище шляхом заміни прямих позначень досліджуваних об'єктів числовими значеннями і відображення пропорцій певного складу елементів об'єкта у відповідних числах. У процесі впорядкування кожному елементу сукупності спостережуваних емпіричних даних – результату виконання тесту – відповідає певний бал або шкальний індекс, який кількісно встановлює положення спостережуваної одиниці на шкалі, яка охоплює всю сукупність або її частину, істотну з точки зору завдань дослідження.

Шкала – це засіб фіксації результатів вимірювання, властивостей об'єктів шляхом впорядкування їх у певну систему чисел, в якій відношення між окремими результатами виражено у відповідних числах [2, с.63].

Операція упорядкування вихідних емпіричних даних в шкальні носить назву шкалювання. Вимірювальні шкали є головним засобом збору та аналізу статистичного матеріалу як у прикладних, так і в теоретичних дослідженнях. Вони різняться в залежності від характеру функції, що лежить в основі їх побудови. В якості такої функції можуть служити: порівняння за ознакою зменшення чи збільшення, ранжування, оцінка інтенсивності ознаки чи оцінка пропорційних відносин між ознаками. Найбільш загальна класифікація вимірювальних шкал запропонована Стенлі Стівенсон. В її основу покладено ознаку метричної детермінованості. Згідно з цим ознакою шкали діляться на метричні (інтервальна та шкала відношень) і не метричні (шкала найменувань або номінальна та шкала порядкова або рангова) [1].

Номінальна шкала – це спосіб класифікації об'єктів чи суб'єктів, розподілу їх на певні множини. У цій шкалі кожному оцінюваному об'єкту відповідно з будь-якою властивістю приписується найменування або число. За допомогою номінальної шкали можна вимірювати тільки якісні ознаки, бо арифметичні дії з числами в цій шкалі не мають значення, між ними не встановлюється відношення порядку, числа застосовуються тільки для найменування об'єктів. Тому обробку кількісних даних слід проводити не з самими цими числами, а з питомими вагами кількості об'єктів даного класу.

Існують два типи номінальної шкали. У шкалі першого типу кожному об'єкту приписується число. Кожне число представляє окрему людину (об'єкт), і між об'єктами є відмінність, так як числа присвоюються певним чином. Другий тип номінальної шкали особливо широко застосовується в педагогічній практиці. Він пов'язаний з класифікацією учнів по групах відповідно до якої-небудь ознаки, після чого число або найменування приписується не окремому учневі, а групі учнів. Наприклад, в процесі перевірки відповідності підготовки випускників школи вимогам освітніх стандартів з'являється група атестованих і група не атестованих учнів.

Одним з поширених видів номінальної шкали є поділ об'єктів на дві групи за принципом «А – не А» (альтернативні ознаки в дихотомічній шкалою найменувань). Конкретними прикладами застосування такої шкали є оцінювання відповіді досліджуваного на пункт тесту у вигляді твердження або заперечення, відповідність або невідповідність отриманої відповіді ключу вимірюваної властивості.

Порядкова шкала – це спосіб поділу об'єктів або суб'єктів на певні множини, для яких можна встановити відношення порядку. Тобто, можна порівнювати довільні множини, встановлюючи відношення «більше – менше». За порядковою шкалою можна ранжувати учнів, але робити висновок про те, наскільки один краще іншого, не можна через відсутність одиниці вимірювання.

При операціях з порядковими шкалами основним обмеженням є не припустимість арифметичних дій з ранговими оцінками (обчислення середнього арифметичного та середнього квадратичного відхилення), тому що результати цих операцій можуть нічого не говорити про кількість аналізованої властивості, якою володіють об'єкти. Неприпустимими статистичними операціями над даними в даній шкалі є: визначення середнього квадратичного відхилення та середнього арифметичного.

Інтервальна шкала – це метрична шкала, яка класифікується за принципом «менше на певну кількість одиниць» і «більше на певну кількість одиниць». Елементи в цій шкалі впорядковані не тільки за принципом вираженості вимірюваного ознаки, але й на основі ранжування ознак за розміром, що відображається у вигляді інтервалів між числами, приписуваними ступеня вираженості вимірюваної ознаки.

За допомогою інтервальної шкали можна не тільки точно визначити відношення еквівалентності, як у номінальній шкалі, відношення порядку, як у порядковій

шкалі, але і знайти відношення між двома будь-якими інтервалами. Недоліком цієї шкали є невідомість абсолютного нуля.

В даній шкалі є справедливими всі арифметичні дії над числами, за виключенням операції ділення. Отже, в цій шкалі не можна визначити в скільки разів один об'єкт менший або більший за інший об'єкт.

Для аналізу даних інтервальна шкала дозволяє застосовувати практично всю параметричну статистику, отриманих з її допомогою. Для характеристики центральної тенденції окрім моди та медіани можна використати середнє арифметичне, а для оцінки розкиду – дисперсію. Для оцінки величини статистичного зв'язку між змінними застосовується коефіцієнт лінійної кореляції Пірсона. Неприпустимими статистичними операціями над даними є: визначення коефіцієнта варіації та середнього геометричного.

До різновиду шкали інтервалів відносяться шкали стандартного IQ-показника, Т-балів, календарний час, швидкість та інші. Шкалювання за допомогою інтервальної шкали складає основу психометричних вимірювань.

Шкала відношень – це шкала класифікації пропорційно ступеню відображення певної ознаки. Кожній шкалі відповідає випадкова величина, яка вимірюється у стохастичному експерименті, до того ж, над результатами вимірювання можна використовувати всі арифметичні дії.

У шкалах відношення числові значення присвоюються об'єктам таким чином, щоб між числами та об'єктами дотримувалася пропорційність. Початок відліку в такій шкалі фіксовано, обраний абсолютний нуль.

Дана шкала є дуже близькою до інтервальної, оскільки якщо строго фіксувати початок відліку, то будь-яка інтервальна шкала перетворюється на шкалу відношень.

Область застосування шкали відношення – вимірювання маси, кількості інформації, часу реакцій, вирішення тестового завдання.

В шкалі відношення виробляються точні і надточні вимірювання в таких науках, як хімія, фізика, біологія та мікробіологія.

Проілюструємо приклад застосування інтервальної шкали при аналізі результатів навчальної діяльності студентів: Серед 17-ти студентів другого курсу фізико-математичного факультету, що навчаються за спеціальністю «Інформатика», була проведена модульна контрольна робота з дисципліни «Бази даних» і отримано матрицю результатів (Таблиця 1). Потрібно перевести отримані оцінки в єдину інтервальну шкалу.

Таблиця 1. Матриця результатів

Об'єкт	Прізвище	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	Σi		
1	Тихон А.	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	15		
2	Гончаренко О.	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	19	
3	Павленко В.	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	24	
4	Савченко В.	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	27	
5	Караліков М.	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	25	
6	Каленюк О.	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	10	
7	Ванко С.	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	18	
8	Таран А.	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	20	
9	Бухаренко О.	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	15
10	Гадун Д.	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	16	
11	Біда А.	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	19	
12	Пісарева А.	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	21	
13	Кавенюк А.	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	20	
14	Резчик О.	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	23
15	Савченко О.	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15	
16	Марусенко Р.	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	32	
17	Фоміно І.	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	29	
ij		10	13	11	12	15	11	12	11	11	11	12	12	10	14	13	12	12	10	9	10	12	10	11	10	10	7	10	9	8	7	3	6	4	353			

Для того, щоб перевести оцінки досліджуваних в інтервальну шкалу потрібно виконати ряд етапів [5, с.269].

На першому етапі проводиться підрахунок частки правильних і неправильних відповідей кожного випробуваного на всі завдання тесту.

Частка правильних відповідей i -го учня знаходиться за формулою:

$$p_i = \frac{X_i}{n}; \quad (1)$$

де $i=1,2,3,\dots,N$; n – число завдань у тесті. Частка неправильних відповідей

$$q_i = 1 - p_i, i=1,2,3,\dots,N. \quad (2)$$

Результати підрахунку частки для всіх учнів вибірки наводяться в *Таблиці 2* спільно з даними за другий етап, на якому проводиться попередня оцінка значень параметра, що характеризує рівень підготовки учнів тестованої групи. Початкові значення параметра оцінюються в логітах. Логіт рівня підготовки i -го учасника θ_i^0 знаходять за формулою

$$\theta_i^0 = \ln \frac{p_i}{q_i}, \quad (3)$$

де p_i і q_i – частки правильних і неправильних відповідно відповідей i -го учня на завдання тесту.

Таблиця 2. Початкові значення логітів рівня підготовки випробовуваних

i	X_i	Частка правильних відповідей p_i	Частка неправильних відповідей q_i	Рівень підготовки в логітах θ_i^0
1	32	0,941176471	0,058823529	2,772588722
2	29	0,852941176	0,147058824	1,757857918
3	27	0,794117647	0,205882353	1,349926717
4	26	0,764705882	0,235294118	1,178654996
5	25	0,735294118	0,264705882	1,021651248
6	23	0,676470588	0,323529412	0,737598943
7	21	0,617647059	0,382352941	0,47957308
8	20	0,588235294	0,411764706	0,356674944
9	19	0,558823529	0,441176471	0,236388778
10	19	0,558823529	0,441176471	0,236388778
11	19	0,558823529	0,441176471	0,236388778
12	18	0,529411765	0,470588235	0,117783036
13	16	0,470588235	0,529411765	-0,117783036
14	15	0,441176471	0,558823529	-0,236388778
15	15	0,441176471	0,558823529	-0,236388778
16	15	0,441176471	0,558823529	-0,236388778
17	14	0,411764706	0,588235294	-0,356674944

На третьому етапі підраховуються частки правильних p_i і неправильних q_i відповідей на кожне завдання тесту:

$$p_j = \frac{R_j}{N}, q_j = 1 - p_j, \quad (4)$$

де R_j – кількість правильних відповідей на j -те завдання тесту, $j=1, 2, 3, \dots, n$ – число завдань в тесті.

Частки правильних і неправильних відповідей для всіх завдань наводяться в *Таблиці 3*, де завдання ранжовані за спаданням чисел R_j спільно з даними за четвертий етап. На якому проводиться попередня оцінка значень параметра β , що характеризує складність завдань тесту.

Мірою складності завдань вибирається логіт. За визначенням, логіт складності j -го завдання дорівнює

$$\beta_j^0 = \ln \frac{q_j}{p_j}, \quad (5)$$

де p_i і q_i – частки правильних і неправильних відповідей на j -те завдання тесту.

Таблиця 3. Початкові значення логітів складності завдань

j	Rj	Частка правильних відповідей	Частка неправильних відповідей	Трудність завдань в логітах	β_j^0
1	15	0,882352941	0,117647059	-2,014903021	
2	14	0,823529412	0,176470588	-1,540445041	
3	13	0,764705882	0,235294118	-1,178654996	
4	13	0,764705882	0,235294118	-1,178654996	
5	13	0,764705882	0,235294118	-1,178654996	
6	13	0,764705882	0,235294118	-1,178654996	
7	13	0,764705882	0,235294118	-1,178654996	
8	12	0,705882353	0,294117647	-0,875468737	
9	12	0,705882353	0,294117647	-0,875468737	
10	12	0,705882353	0,294117647	-0,875468737	
11	12	0,705882353	0,294117647	-0,875468737	
12	12	0,705882353	0,294117647	-0,875468737	
13	11	0,647058824	0,352941176	-0,606135804	
14	11	0,647058824	0,352941176	-0,606135804	
15	11	0,647058824	0,352941176	-0,606135804	
16	11	0,647058824	0,352941176	-0,606135804	
17	11	0,647058824	0,352941176	-0,606135804	
18	11	0,647058824	0,352941176	-0,606135804	
19	10	0,588235294	0,411764706	-0,356674944	
20	10	0,588235294	0,411764706	-0,356674944	
21	10	0,588235294	0,411764706	-0,356674944	
22	10	0,588235294	0,411764706	-0,356674944	
23	10	0,588235294	0,411764706	-0,356674944	
24	10	0,588235294	0,411764706	-0,356674944	
25	10	0,588235294	0,411764706	-0,356674944	
26	10	0,588235294	0,411764706	-0,356674944	
27	9	0,529411765	0,470588235	-0,117783036	
28	9	0,529411765	0,470588235	-0,117783036	
29	8	0,470588235	0,529411765	0,117783036	
30	7	0,411764706	0,588235294	0,356674944	
31	7	0,411764706	0,588235294	0,356674944	
32	6	0,352941176	0,647058824	0,606135804	
33	4	0,235294118	0,764705882	1,178654996	
34	3	0,176470588	0,823529412	1,540445041	

На п'ятому етапі підраховуються середні значення логітів рівня підготовки та логіт складності завдань тесту.

$$\bar{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^N \theta_i^0}{N}; \quad (6) \quad \bar{\theta} = 0,5469;$$

$$\bar{\beta} = \frac{\sum_{j=1}^n \beta_j^0}{n}; \quad (7) \quad \bar{\beta} = -0,4822.$$

На шостому етапі початкові значення логітів рівнів підготовки і складності завдань тесту переводяться в єдину інтервальную шкалу стандартних оцінок. Стандартизація досягається за допомогою ряду спеціальних перетворень [5, с.272], для здійснення яких обчислюються (Таблиця 4):

- дисперсія по множині значень θ_i^0 ($i=1, 2, 3, \dots, N$)

$$V = \frac{\sum_{i=1}^N (\theta_i^0)^2 - N(\bar{\theta})^2}{N-1}. \quad (8)$$

- дисперсія по множині значень β_j^0 ($j=1, 2, 3, \dots, n$)

$$U = \frac{\sum_{j=1}^n (\beta_j^0)^2 - n(\bar{\beta})^2}{n-1} \quad (9)$$

- поправочні коефіцієнти

$$X = \sqrt{\frac{1+U/2,89}{1-UV/8,35}}; \quad (10)$$

$$Y = \sqrt{\frac{1+V/2,89}{1-UV/8,35}}. \quad (11)$$

Оцінки параметрів θ і β в єдиній інтервальному шкалою знаходяться за формулами

$$\theta_i = \bar{\beta} + X\theta_i^0 \quad (12)$$

$$\beta_i = \bar{\theta} + X\beta_i^0 \quad (13)$$

Таблиця 4. Єдина інтервальна шкала

Q0i	B0j	X	Y	сер Qi	сер Bj	Qi	Bj
2,772589	-2,014903	0,729656	0,666533	0,546932	-0,482217	1,540820249	-0,796066329
1,757858	-1,540445					0,800415367	-0,479824564
1,349927	-1,178655					0,502765732	-0,238679664
1,178655	-1,178655					0,377796215	-0,238679664
1,021651	-1,178655					0,263237417	-0,238679664
0,737599	-1,178655					0,055976819	-0,238679664
0,479573	-1,178655					-0,132293418	-0,238679664
0,356675	-0,875469					-0,221966836	-0,036596104
0,236389	-0,875469					-0,309734414	-0,036596104
0,236389	-0,875469					-0,309734414	-0,036596104
0,236389	-0,875469					-0,309734414	-0,036596104
0,117783	-0,875469					-0,396275859	-0,036596104
-0,117783	-0,606136					-0,568158165	0,142923106
-0,236389	-0,606136					-0,65469961	0,142923106
-0,236389	-0,606136					-0,65469961	0,142923106
-0,236389	-0,606136					-0,65469961	0,142923106
-0,356675	-0,606136					-0,742467188	0,142923106
	-0,606136						0,142923106
	-0,356675						0,30919693
	-0,356675						0,30919693
	-0,356675						0,30919693
	-0,356675						0,30919693
	-0,356675						0,30919693
	-0,356675						0,30919693
	-0,356675						0,30919693
	-0,356675						0,30919693
	-0,117783						0,468426201
	-0,117783						0,468426201
	0,117783						0,625438695
	0,356675						0,784667966
	0,356675						0,784667966
	0,606136						0,95094179
	1,178655						1,33254456
	1,540445						1,57368946

Висновки. Викладені вище поняття про способи вимірювання і можливі вимірювальні шкали складають основу для об'єктивного контролю знань учнів або студентів. Розглянуто також підхід для шкалювання тестів, згідно з яким рівень знань тестованих оцінюється за допомогою їх індивідуальних балів, а складність завдань – за допомогою частки правильних та неправильних відповідей на них.

Список використаних джерел:

1. Стивенс С. Математика, измерение и психофизика. Экспериментальная психология / Под. ред. С.С. Стивенса / Перевод с англ. под ред. действ. чл. АМН СССР П.К. Анохина, док. пед. наук В.А. Артемова. – М.: Иностранная литература, 1960. – Т. 1. – С. 19-92.
2. Конструювання тестів. Курс лекцій: навч. посіб. / Л.О. Кухар, В.П. Сергієнко. – Луцьк, 2010. – 182 с.
3. Звонников В.И., Чельшкова М.Б. Современные средства оценивания результатов обучения. – М.: Издательский центр «Академия». 2007. – 223 с.
4. Булах І. Є. Створюємо якісний тест: навч. посібник / І. Є. Булах, М. Р. Мруга. – К.: Майстер-клас, 2006. – 160 с.
5. Чельшкова М.Б. Теория и практика конструирования педагогических тестов: Учебное пособие. – М.: Логос, 2002. – 432 с.

**ЧИСТІ РОЗПОДІЛИ, ЩО ЗБЕРІГАЮТЬ РОЗМІРНІСТЬ
ХАУСДОРФА-БЕЗИКОВИЧА**

Марія Гонтаренко, Олег Макаrchук

Значне зростання активності в дослідженні сингулярно неперервних імовірнісних мір пов'язане з так званим "фрактальним бумом", що розпочався в науці в 80-х роках ХХ століття. Значною мірою феномен фрактального буму завдячує книзі Б. Мандельброта "The Fractal Geometry of the Nature" де було проаналізовано реальні процеси і явища, які більш адекватно описуються і аналізуються із застосуванням методів фрактальної геометрії. Віддаючи належне науковому і популяризаторському таланту Б. Мандельброта, якого нерідко називають "батьком фрактальної геометрії", зауважимо, що дослідження математичних об'єктів, які пізніше дістали назву "фрактали", проводились починаючи з роботи Ф. Хаусдорфа та серії робіт А. Безиковича.

Відзначимо основні напрямки досліджень, які проводились у фрактальній геометрії протягом останньої чверті ХХ століття та на початку ХХІ століття.

Значна кількість робіт присвячена вивченню властивостей мір Хаусдорфа та їх узагальнень [1, 2, 3, 5]; вивченню загальних властивостей розмірності Хаусдорфа-Безиковича та інших фрактальних розмірностей [4].

Незважаючи на значний розвиток фрактальної геометрії протягом останніх 20 років, однією з основних її проблем залишається проблема обчислення розмірності Хаусдорфа-Безиковича. Навіть у найбільш вивчених класах самоподібних та самоафінних множин труднощі обчислення розмірності Хаусдорфа-Безиковича є досить нетривіальними. Тому задача створення нових методів обчислення фрактальних розмірностей (чи отримання їх оцінок) є актуальною задачею розвитку фрактального аналізу.

За теоремою Лебега про розклад функції обмеженої варіації будь-яка функція розподілу $F(x)$ єдиним чином представляється у вигляді лінійної комбінації трьох своїх компонент

$$F(x) = \alpha_1 F_d(x) + \alpha_2 F_{ac}(x) + \alpha_3 F_s(x), \quad (1)$$

де $\alpha_i \geq 0, \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1$, $F_d(x)$ – дискретна функція розподілу (або так звана функція стрибків), тобто функція, яка росте виключно стрибками і допускає представлення

$$F_d(x) = \sum_{x_k < x} p_{x_k}$$

для деяких послідовностей $\{x_k\}$ і $\{p_{x_k}\}, p_{x_k} > 0$; $F_{ac}(x)$ – абсолютно неперервна функція розподілу, тобто така, що

$$F_{ac}(x) = \int_{-\infty}^x F'_{ac}(u) du$$

і при цьому $\int_A dF_{ac}(x) = 0$ для кожної множини A з мірою Лебега рівною нулю і, нарешті, $F_s(x)$ – чисто сингулярна (далі сингулярна) функція розподілу.

Вираз (1) називають структурою функції розподілу $F(x)$ (або структурою розподілу ймовірностей).

Якщо $\alpha_1 = 0$, то функція розподілу $F(x)$ є неперервною. Якщо один з коефіцієнтів α_i рівний 1 (отже, інші рівні 0) функцію розподілу називають чистою (дискретною, якщо $\alpha_1 = 1$; абсолютно неперервною, коли $\alpha_2 = 1$; сингулярною, якщо $\alpha_3 = 1$). Вираз (1) стверджує існування трьох основних (чистих) типів функцій розподілу, решта ж є їх сумішами (це у випадку, коли $\max\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\} \neq 1$).

Означення 1. Число $\alpha_0 = \alpha_0(E)$, визначене рівністю

$$\alpha_0(E) = \sup\{\alpha: H_\alpha(E) \neq 0\} = \inf\{\alpha: H_\alpha(E) = 0\},$$

називається розмірністю Хаусдорфа-Безиковича множини E .

Розмірність Хаусдорфа-Безиковича множини $E \subset M$ визначається поведінкою $H_\alpha(E)$ (α -міри Хаусдорфа) не як функції від E , а як функції від α .

Означення 2. Перетворення f простору R^n (тобто бієктивне відображення R^n в себе) називається перетворенням, що зберігає фрактальну розмірність на множині $L = R^n$ якщо для будь-якої підмножини $E \subset L$ та її образу $E' = f(E)$ має місце умова $\alpha_0(E) = \alpha_0(E')$.

Якщо $L = R^n$, то f просто називається DP-перетворенням R^n . Нехай G_L – сім'я всіх перетворень L що зберігають фрактальну розмірність на L . Легко бачити, що G_L утворює групу.

Також очевидно, що коли $f \in \text{DP-перетворення}$, то для будь-якої підмножини E і для будь-якого $\alpha_0 \neq \alpha_0(E)$ маємо

$$H_\alpha(E) = 0 \Leftrightarrow H_\alpha(E') = 0; \quad H_\alpha(E) = \infty \Leftrightarrow H_\alpha(E') = \infty,$$

де $H_\alpha(\cdot)$ позначає класичну міру Хаусдорфа.

В даній роботі знайдена достатня умова приналежності до класу DP-перетворень однієї функції розподілу з незалежними двійковими цифрами.

Теорема.

Нехай

$$\xi = \frac{\xi_1}{2} + \frac{\xi_2}{2^n} + \dots + \frac{\xi_n}{2^n} + \dots,$$

де ξ_n – послідовність незалежних випадкових величин, які набувають значень 0,1 з ймовірностями $p_{0n} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4n^2}$, $p_{1n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4n^2}$ відповідно, тоді $F_\xi(x)$ зберігає розмірність Хаусдорфа-Безиковича на $[0; 1]$, тобто для кожної множини $E \subseteq [0; 1]$ виконується рівність $\alpha_0(F_\xi(E)) = \alpha_0(E)$.

Список використаних джерел:

1. Витушкин А.Г., Иванов Л.Д., Мельников М.С. Несоизмеримость минимальной линейной меры с длиной множества по Хаусдорфу // Докл. АН УССР. – 1963. – 151, № 6. – С. 1256-1259.
2. Гливенко Е. В. О мере типа Хаусдорфа. // Мат. сб. – 1956. – 39, № 4. – С. 423-432.
3. Жильцов В. А. Доказательство соизмеримости мер Фавара и Хаусдорфа для множеств с ограниченными вариациями // Изв. АН УССР. Сер. мат. – 1966. – Т.30. – С.1157-1162.
4. Захаров И.П., Портнов Л. Е. О метрических размерностях Минковского и Колмогорова // Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. – 1977. – Т.41. – С. 107-110.
5. Ивашев-Мусатов О.С. М-множества и h -меры. // Мат. заметки. – 1968. – № 4. – С. 441-447.
6. Працьовитий М. В. Фрактальний підхід у дослідженнях сингулярних розподілів. – Київ: Вид-во НПУ імені М.П.Драгоманова, 1998. – 296 с.

БІБЛІОТЕКА ФУНКЦІЙ МАНІПУЛЯЦІЇ З БІНАРНИМИ РОЗВ'ЯЗУВАЛЬНИМИ ДІАГРАМАМИ*Євгеній Гончаренко, Степан Паращук*

Бінарна розв'язувальна діаграма (BDD – Binary Decision Diagram) є формою представлення булевої функції $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ від n змінних у вигляді редукованого орієнтованого ациклічного графу, у якому відсутні повторення у структурі, з одною кореневою вершиною і в загальному випадку двома листками, поміченими 0 і 1. Коренева і проміжні вершини помічені змінними x_i , із кожної вершини виходять рівно два ребра, які відповідають значенням 0 і 1 змінної x_i [1].

BDD широко використовуються в системах автоматизованого проектування, методах формальної верифікації, для стиснення чорно-білих та кольорових зображень, для прискорення виконання запитів баз даних. Загалом BDD є зручними для представлення булевих функцій від великої кількості змінних. Це дає можливість ефективно їх використовувати в задачах штучного інтелекту, перевірки правильності електронних схем, програм, протоколів та інше.

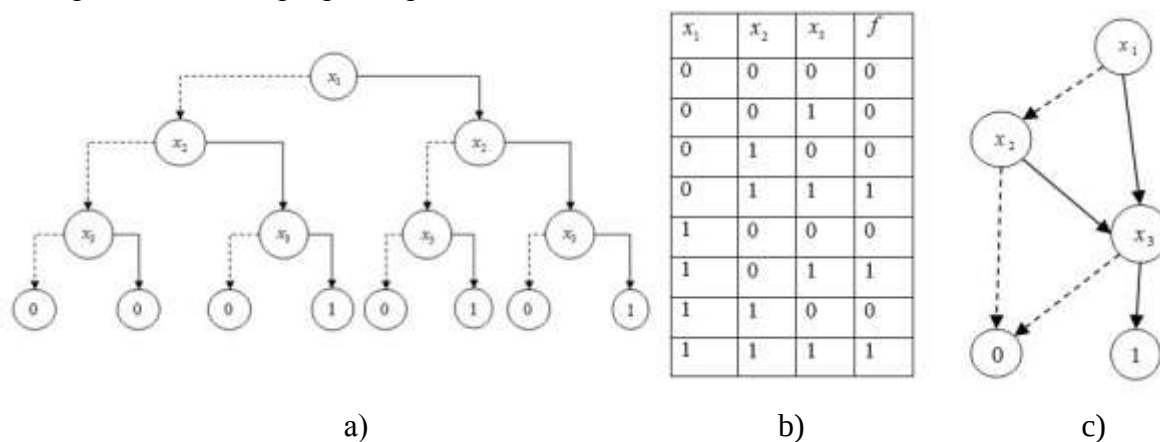


Рис. 1. а) бінарне розв'язувальне дерево, б) табличне задання функції, с) бінарна розв'язувальна діаграма.

Булеву функцію $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ можна представити у вигляді двійкового дерева, корінь і внутрішні вершини якого помічені змінними, а листки – значеннями

0 або 1 (термінальні вершини). Таке дерево називається бінарним розв'язувальним деревом. На рис.1.а покреслено зображення дерева для конкретної булевої функції від 3-ох змінних. Кожний внутрішній вузол дерева i -ого рівня помічений змінною x_i і має по два сина. Перехід до лівого сина відповідає значенню 0 змінної x_i , а до правого – значенню 1. Шлях від кореня до якоїсь термінальної вершини відповідає певному набору значень змінних $x_1, x_2, \dots, x_n$, на якому функція приймає значення мітки цієї термінальної вершини.

На рис.1.b зображено таблицю значень булевої функції, яка відповідає бінарному розв'язувальному дереву. А на рис.1.c – BDD цієї функції. Перетворення двійкового розв'язувального дерева функції в BDD називається алгоритмом редукції. Цей алгоритм полягає у виконанні двох операцій злиття та вилучення вершин бінарного розв'язувального дерева до тих пір, поки не будуть вилучені всі повторення. Операція злиття полягає в об'єднанні будь-яких ізоморфних підграфів, а вилучення – у видаленні вершини, у якої два сини ізоморфні. На рис.2.a зображено операція злиття, а на рис.2.b – вилучення.

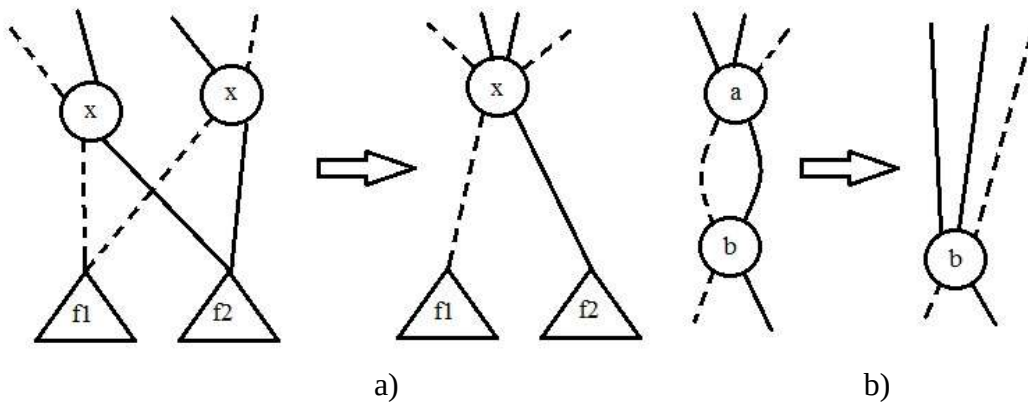


Рис. 2. а) операція злиття, б) операція вилучення.

Метою даної роботи є розробка алгоритмів та створення бібліотеки функцій для побудови BDD та виконання операції над ними. Дана бібліотека використовується при розробці програмного середовища візуального представлення BDD.

Розглянемо два алгоритми побудови BDD булевої функції залежно від способу її задання – таблицею істинності або формулою.

Нехай булева функція містить n змінних та задана таблицею істинності. Тоді набір значень функції утворює булевий вектор довжини 2^n . Відповідно бінарне розв'язувальне дерево буде складатися з $2^n - 1$ внутрішніх вершин та 2^n термінальних вершин. Для реалізації алгоритму редукції необхідно представити це дерево в пам'яті комп'ютера і з нього отримати представлення BDD.

Пропонується бінарне дерево функції представити у вигляді двох масивів. Перший масив має довжину $2^n - 1$ і служить для представлення внутрішніх вершин дерева. Його елементами є записи з полями: мітка вузла (змінна x_i), номер лівого сина, номер правого сина, номер правого брата, номер батька. Другий масив має довжину 2^n і служить для представлення термінальних вершин. Його елементами є записи з полями: мітка вузла (значення 0 або 1), номер батька.

Алгоритм редукції реалізований наступним чином. Спочатку операції злиття та вилучення застосовуються до другого масиву і вносяться відповідні зміни в перший масив. Далі ці операції застосовуються до першого масиву і при цьому

здійснюється рух по дереву до кореня. Алгоритм припиняє свою роботу тоді, коли редукція завершується в корені дерева.

Затрати на реалізацію операцій злиття та вилучення у другому масиві пропорційні розміру цього масиву, тобто $O(2^n)$. Аналогічно, затрати на другий масив теж пропорційні його розміру. Отже алгоритм редукції має ефективність $O(2^n)$.

Два масиви, що вказані вище для представлення бінарного розв'язувального дерева, можна реалізувати динамічно з використанням вказівників. Тоді після реалізації алгоритму редукції отримаємо динамічне представлення BDD. У бібліотеці створені дві функції для алгоритму редукції. В одній використовується статичне представлення бінарного розв'язувального дерева у вигляді масиву, а в другій – динамічний аналог такого масиву.

Нехай булева функція містить n змінних та задана формулою, яка може містити операції $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$. Для розпізнавання синтаксису формул булевих функцій розроблена SLR-граматика:

- | | | | |
|-----|-------------------------------------|------|----------------------------|
| | $E' \rightarrow E$ | (6) | $F \rightarrow U$ |
| (1) | $E \rightarrow E \leftrightarrow T$ | (7) | $U \rightarrow U \wedge X$ |
| (2) | $E \rightarrow T$ | (8) | $U \rightarrow X$ |
| (3) | $T \rightarrow T \rightarrow F$ | (9) | $X \rightarrow (E)$ |
| (4) | $T \rightarrow F$ | (10) | $X \rightarrow \neg X$ |
| (5) | $F \rightarrow F \vee U$ | (11) | $X \rightarrow id$ |

та побудована таблиця розбору:

стан	action									goto				
	id	$\leftrightarrow$	$\rightarrow$	$\vee$	$\wedge$	$\neg$	(	)	\$	E	T	F	U	X
0	s8					s7	s6			1	2	3	4	5
1		s9							допуск					
2		r2	s10					r2	r2					
3		r4	r4	s11				r4	r4					
4		r6	r6	r6	s12			r6	r6					
5		r8	r8	r8	r8			r8	r8					
6	s8					s7	s6			13	2	3	4	5
7	s8					s7	s6							14
8		r11	r11	r11	r11			r11	r11					
9	s8					s7	s6				15	3	4	5
10	s8					s7	s6					16	4	5
11	s8					s7	s6						17	5
12	s8					s7	s6							18
13		s9						s19						
14		r10	r10	r10	r10			r10	r10					
15		r1	s10					r1	r1					
16		r3	r3	s11				r3	r3					
17		r5	r5	r5	s12			r5	r5					
18		r7	r7	r7	r7			r7	r7					
19		r9	r9	r9	r9			r9	r9					

У цій таблиці символ «id» використовується для позначення змінної у формулі. Символом s позначені переноси, а символом r – згортки.

Розроблено алгоритм розпізнавання синтаксису формули булевої функції і в процесі розпізнавання будується її BDD.

Загалом створена бібліотека складається з таких функцій:

- 1) побудова BDD булевої функції за її таблицею істинності або формулою;
- 2) виконання булевих операцій над булевими функціями, заданими через BDD;
- 3) відшукування значення функції на конкретній інтерпретації (наборі значень змінних);
- 4) відшукування всіх інтерпретацій, на яких функція рівна 1;
- 5) перевірка, чи є функція виконуваною, невиконуваною, загальнозначущою;
- 6) перевірка, чи співпадають дві булеві функції;
- 7) проведення мінімізації функції в деякому базисі.

Ця бібліотека використовується у програмному середовищі для візуального представлення BDD. Це середовище може використовуватися з одної сторони у навчальних цілях, а з іншої – для дослідження властивостей булевих функцій.

Список використаних джерел:

1. Карпов Ю. Г. MODEL CHECKING. Верификация параллельных и распределенных программных систем. – СПб.: БХВ-Петербург, 2010. – 560 с.

ТЕРНАРНІ СИСТЕМИ ЧИСЛЕННЯ

Олександр Горобець

Робота присвячена дослідженню тернарної системи числення з основою $\tau = 1 + \sqrt{2}$. Особлива увага приділяється нормалізованим кодам та процесу нормалізації відповідного коду шляхом побудови згорток та розгорток послідовностей із заданими властивостями.

Число є фундаментальним об'єктом математики, яке існує незалежно від систем зображень і відображає кількісну характеристику того чи іншого математичного елементу. Незалежно від цього потрібно відзначити, що число можна представити по-різному. Різні системи представлень дійсних чисел мають свої метричні, топологічні властивості.

Крім класичної s-кової системи числення є ряд інших систем-представлень, які в свою чергу можуть генерувати математичні об'єкти з цікавими локальними властивостями. Починаючи з кінця XIX ст. математиків все більше почали зацікавлювати "нестандартні" системи представлень з іраціональними основами. Однією з таких систем є тернарна система числення з основою $\tau = 1 + \sqrt{2}$. У зв'язку з тим, що кожне дійсне число має нескінченну кількість відповідних тернарних кодів, виникає необхідність виділення класу тернарних кодів, які підпорядковуються математичному мінімалізму в тому чи іншому розумінні та побудові алгоритмів приведення коду заданого дійсного числа до відповідного виду. Одним з таких класів тернарних кодів є нормалізовані коди, які складаються лише з "0, 1, 2".

Метою моєї роботи є вивчення властивостей тернарної системи числення з основою $\tau = 1 + \sqrt{2}$ та процесу нормалізації тернарних кодів шляхом згорток та розгорток відповідних послідовностей.

Трійкова система числення з раціональною основою, {0,1,2}-послідовності

Означення 1. Послідовності, членами яких є цифри "0, 1, 2", і в яких цифр "1, 2" скінченне число, називається {0,1,2}-послідовностями [1].

Будемо змінювати такі послідовності за допомогою перетворень:

- I. $100 \leftrightarrow 021$
 II. $101 \leftrightarrow 022$
 III. $201 \leftrightarrow 122$
 IV. $200 \leftrightarrow 121$

Перехід від трійок символів в першому стовпчику до трійок в другому називатимемо розгорткою, а перехід у зворотному порядку – згорткою.

Означення 2. Послідовності, які отримуються одна з іншої за допомогою згорток і розгорток, називатимемо еквівалентними.

Означення 3. $\{0,1,2\}$ -послідовність називатимемо нормалізованою, якщо в такій послідовності після кожної двійки стоїть принаймні один нуль.

Теорема 1. Довільну $\{0,1,2\}$ -послідовність можна нормалізувати за допомогою скінченних згорток [1].

Доведення. Проведемо доведення індукцією по кількості "2" в послідовності.

Якщо $n=1$ або $n=2$, то твердження випливає з означення згорток.

Припустимо що твердження правильне для $n=m \geq 2$ і доведемо, що воно буде правильним для $n=m+1$. Продивляємося члени послідовності зліва направо: як тільки з'явиться трійка "021", замінимо її на "100", трійки "022" – на "101", трійку "122" – на "201".

В результаті отримаємо еквівалентну послідовність, у якій буде m двійок. За припущення індукції, таку послідовність можемо нормалізувати. Теорему доведено.

Приклад. Нормалізувати послідовність.

...0 2 0 2 1 2 2 2 2 0 0... ~

...0 2 1 0 0 2 2 2 2 0 0... ~

...1 0 0 0 0 2 2 2 2 0 0... ~

...1 0 0 0 1 0 1 2 2 0 0... ~

... 1 0 0 0 1 0 2 0 1 0 0... – ця послідовність нормалізована.

Примітка. З доведення теореми 1 випливає, що серед еквівалентних послідовностей нормалізованою буде тільки одна.

Теорема 2. Нехай $\{0,1,2\}$ -послідовність нормалізована. Зафіксуємо яку-небудь "2" в цій послідовності. Тоді за допомогою скінченного числа згорток-розгорток цю послідовність можна перетворити на еквівалентну, в якій на місці відміченої в "2", стоятиме "0" або "1" [1].

Доведення. Фіксувати "2" в послідовності будемо крапкою після "2".

Окіл "2" в будь-якій нормалізованій послідовності може бути одного з видів:

1....2.00...

2....2.01...

3....2.020...

У випадку 1) трійку "2.00" замінимо на "121"

у випадку 2) трійку "2.01" замінимо на "122"

у випадку 3) окіл може мати вигляд:

3.1....2.0201... ~

...2.01221... ~

...1.22221... і «2» замінимо на «1»

3.2....2.020201... ~

...2.020122... ~

...2.012222... ~

...1.222222... і "2" замінимо на "1" і т.д. В найгіршому випадку

послідовність після фіксованої "2" може мати вигляд:

...2.02020...0200... далі йдуть "0".

Замінюючи трійку "200" на "121", а далі як і вище декілька разів трійку "201" міняємо на "122" і в кінці-кінців фіксована "2" заміниться на "1".

Тернарна система числення з основою $\tau = 1 + \sqrt{2}$

В такій системі коди чисел записуємо так:

$$X = (...X_n X_{n+1} ... X_1 X_0 \cdot X_{-1} X_{-2} ...)_{\tau}, X_i \in \{0, 1, 2\}$$

Це означає, що

$$X = ... X_n \tau^n + X_{n-1} \tau^{n-1} + ... X_1 \tau + X_0 + X_{-1} \tau^{-1} + X_{-2} \tau^{-2} + ...$$

Основа τ задовольняє таким співвідношенням

$$I. \tau^2 = 2\tau + 1 \Leftrightarrow \tau^{n+2} = 2\tau^{n+1} + \tau^n, n \in \mathbb{Z}.$$

Звідси для довільного цілого n отримаємо такі тотожності:

$$II. \tau^{n+2} + \tau^n = 2\tau^{n+1} + 2\tau^n$$

$$III. 2\tau^{n+2} + \tau^n = \tau^{n+2} + 2\tau^{n+1} + 2\tau^n$$

$$IV. 2\tau^{n+2} = \tau^{n+2} + 2\tau^{n+1} + \tau^n$$

Тернарні коди чисел $\{0, 1, 2\}$ – послідовність, причому співвідношення I, II, III, IV еквівалентні згорткам і розгорткам, а еквівалентні послідовності представлятимуть одне і теж саме число.

Тернарні коди будемо називати нормалізованими, якщо їм відповідають нормалізовані $\{0.1.2\}$ -послідовності.

Теорема 3. Кожне натуральне число можна подати у вигляді скінченного нормалізованого коду. Іншими словами, кожне натуральне число можна подати у вигляді скінченої лінійної комбінації різних цілих степенів числа $\tau = 1 + \sqrt{2}$ з коефіцієнтами рівними або 1 або 2, при цьому після кожної "2" коду стоятиме принаймні один "0" [1].

Доведення. Проведемо індукцію по $x \in \mathbb{N}$. Для $x=1$ і $x=2$ теорема правильна.

Нехай $x=3$, тоді $x = 2 + 1 = (2.00)_{\tau} + (1.00)_{\tau} = (121)_{\tau} + (1.00)_{\tau} = (2.21)_{\tau} = (...002.210...)_{\tau} = (...010.110...)_{\tau}$ – отримали нормалізований код.

Це означає що, має місце тотожність:

$$3 = \tau + \tau^{-1} + \tau^{-2} = 1 + \sqrt{2} + (1 + \sqrt{2})^{-1} + (1 + \sqrt{2})^{-2}$$

Припустимо, що тепер твердження має місце при $x=m \geq 3$.

Доведемо, що теорема буде правильною і для $x = m+1$. В силу припущення можна побудувати нормалізований код для числа m .

Якщо нульовий розряд числа m дорівнює 0 або 1, то нульовий розряд числа $m+1$ буде дорівнювати 1 або 2. В результаті отримаємо код числа $m+1$, який або вже нормалізований, або в силу теореми 1 можна нормалізувати. Якщо нульовий розряд числа m дорівнює "2", то скориставшись теоремою 2, цю двійку замінимо або на "0" або на "1", після чого доведемо до отриманого розряду 1, отримаємо код числа $m+1$, який можна нормалізувати, що й потрібно було довести.

Приклад

$$3=10.110$$

$$4=11.110$$

$$5=\underline{12.110}=20.01$$

$$6=\underline{021.01}=100.01$$

$$10=(1 + \sqrt{2})^2 + (1 + \sqrt{2}) + (1 + \sqrt{2})^{-1} + 2(1 + \sqrt{2})^{-2} \quad \text{і т.д.}$$

$$7=101.01$$

$$8=\underline{102.01}=101.22$$

$$9=\underline{102.220}=110.12$$

$$10=111.12$$

$\Leftrightarrow$

Список використаних джерел:

1. Волков Ю.І., Войналович Н.М. Елементи дискретної математики: Навчальний посібник. – Кіровоград: РВГ ІЦ КДПУ ім. В.Винниченка, 2000. – 190 с.

РІВНЯННЯ З ЦІЛОЮ ТА ДРОБОВОЮ ЧАСТИНАМИ НА МАТЕМАТИЧНИХ ОЛІМПІАДАХ

Ольга Громова, Олексій Вороний

Рівняння зі змінною під знаком цілої або дробової частин в Україні почали пропонувати учасникам учнівських математичних олімпіад у другій половині минулого століття. Однак і в ХХІ столітті вони не втратили актуальності. Привабливість цих рівнянь полягає в тому, що їх розв'язання не потребує громіздкої теоретичної підготовки – у більшості випадків достатньо знати означення цих понять:

1) цілою частиною числа a (її позначають символом $[a]$) називається найбільше ціле число, яке не перевищує його:

$$[a] = k, \text{ якщо } k \leq a < k+1, \text{ де } k - \text{ціле число};$$

2) дробовою частиною числа a (її позначають символом $\{a\}$) називається різницю між числом і його цілою частиною: $\{a\} = a - [a]$.

та деякі їхні нескладні властивості, зокрема:

$$1) \quad a = [a] + \{a\};$$

$$2) \quad [a+n] = [a] + n \text{ для будь-яких } a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z};$$

$$3) \quad \{a+n\} = \{a\} \text{ для будь-яких } a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z};$$

$$4) \quad 0 \leq \{a\} < 1.$$

Розглянемо деякі приклади рівнянь з цілою і дробовою частинами, які розв'язували учні на математичних олімпіадах в ХХ столітті.

1. Розв'язати рівняння $[x^3] + [x^2] + [x] = \{x\} - 1$ (Київська олімпіада, VII кл., 1972 р.).

Розв'язання. Оскільки ціла частина дійсного числа є цілим числом, то ліва частина рівняння при будь-якому значенні змінної x є цілим числом. Тому й права частина рівняння повинна бути цілим числом. Це можливо тільки за умови, що $\{x\}$ – ціле число. Єдиним цілим значенням дробової частини числа x є число нуль. Дробова частина числа є нулем тільки у випадку, коли число ціле. Тому x – ціле число, а отже: x^2 , x^3 – цілі числа. За означенням ціла частина цілого числа дорівнює самому числу. Підсумовуючи висновки, дістаємо рівносильне рівняння $x^3 + x^2 + x + 1 = 0$, розв'язком якого є -1 .

2. Розв'язати рівняння $\left[\frac{x+3}{3} \right] = \frac{x-1}{2}$ (Донецька обласна олімпіада, X кл., 1968 р.).

Розв'язання. Якщо $k \leq \frac{x+3}{3} < k+1$, то $\left[\frac{x+3}{3} \right] = k$ і $\frac{x-1}{2} = k$. Тому розв'язування рівняння зводиться до розв'язування мішаної системи

$$\begin{cases} \left[\frac{x+3}{3} \right] = k, \\ k \leq \frac{x+3}{3} < k+1, \\ \frac{x-1}{2} = k \end{cases}$$

з цілим параметром k . Знайдемо ті значення параметри при яких система сумісна. Для цього з останнього рівняння системи виразимо x через k і підставимо його в подвійну нерівність:

$$k \leq \frac{(2k+1)+3}{3} < k+1 \Leftrightarrow \begin{cases} 3k \leq 2k+4, \\ 2k+4 < 3k+3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k \leq 4, \\ k > 1 \end{cases} \Rightarrow k = 2, 3, 4.$$

Отже, мішана система сумісна за умови, що $k = 2, 3, 4$, і її розв'язками є відповідні значення змінної x : 5, 7, 9.

3. Розв'язати рівняння $\frac{1-3x}{2} = x^2 - 2x$ (Донецька обласна олімпіада, IX кл., 1968 р.).

Розв'язання. Спочатку виконаємо рівносильні перетворення рівняння

$$\left[\frac{1-3x}{2} \right] = x^2 - 2x \Leftrightarrow \left[\frac{1-3x}{2} \right] + 1 = (x-1)^2 \Leftrightarrow \left[\frac{3-3x}{2} \right] = (x-1)^2.$$

Перейдемо від здобутого рівняння до мішаної системи

$$\begin{cases} \left[\frac{3-3x}{2} \right] = k, \\ k \leq \frac{3-3x}{2} < k+1, \\ (x-1)^2 = k \end{cases}$$

з цілим параметром k , який, враховуючи останнє рівняння системи, повинен бути невід'ємним. Оскільки подвійна нерівність системи рівносильна системі нерівностей

$$\begin{cases} 4k^2 \leq 9(x-1)^2 < 4(k+1)^2, \\ 1-x \geq 0, \end{cases}$$

то дослідження сумісності системи зводиться до розв'язування подвійної нерівності

$$4k^2 \leq 9k < 4(k+1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} 4k^2 \leq 9k, \\ 9k < 4(k+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4k \leq 9, \\ 4k^2 - k + 4 > 0 \end{cases} \Rightarrow 0 \leq k \leq 2.$$

При знайдених значеннях параметра k мішана система сумісна. Відповідні значення змінної x знаходимо з рівняння $(x-1)^2 = k$, враховуючи, що $x \leq 1$. Маємо $1 - \sqrt{2}$, 0, 1 – розв'язки рівняння.

4. Розв'язати рівняння $\sqrt{x - \{x\}} - \sqrt{x - [x]} = \frac{2}{3}$ (Дніпропетровська обласна олімпіада, IX кл., 1974 р.).

Розв'язання. Оскільки $x - [x] = \{x\}$, а $x - [x] = \{x\}$ для будь-якого значення x , то задане рівняння рівносильне ірраціональному рівнянню

$$\sqrt{[x]} = \frac{2}{3} + \sqrt{\{x\}}.$$

Областю допустимих значень цілої частини змінної x є множина цілих невід'ємних чисел.

З властивості 4) дробової частини випливає, що $\frac{2}{3} \leq \frac{2}{3} + \sqrt{\{x\}} < \frac{5}{3}$. Тому ліва частина рівняння також повинна міститися на цьому проміжку і тільки на ньому:

$$\frac{2}{3} \leq \sqrt{[x]} < \frac{5}{3} \Leftrightarrow \frac{4}{9} \leq [x] < \frac{25}{9} \Rightarrow [x] \in \{1; 2\}.$$

Якщо $[x] = 1$, то спочатку з рівняння $\sqrt{1} = \frac{2}{3} + \sqrt{\{x\}}$ знаходимо $\{x\} = \frac{1}{9}$, а потім

$$x = 1 + \frac{1}{9} = \frac{10}{9} \quad \text{У випадку, коли } [x] = 2, \text{ аналогічно знаходимо } \{x\} = \frac{22}{9} - \frac{4\sqrt{2}}{3} \text{ і}$$

$$x = \frac{40}{9} - \frac{4\sqrt{2}}{3}.$$

Успішне виконання завдань з цілою та дробовою частинами вимагає від учнів гнучкого логічного мислення, вправного володіння математичними знаннями, здобутими в школі, умілого застосування набутих практичних навичок, вміння знаходити оптимальний спосіб розв'язання, належної уваги.

Водночас потрібно знати деякі способи розв'язування таких рівнянь. В наведених прикладах використано три способи розв'язування:

- за означенням і властивостями цілої і дробової частин;
- зведення рівняння з цілою частиною до системи відомих рівнянь і нерівностей з цілим параметром;
- спосіб локалізації.

Перший і другий способи дають можливості рівняння з цілою і дробовою частинами звести до рівнянь і нерівностей відомого типу. Під способом локалізації розуміється виділення з ОДЗ рівняння підмножини, на якій і тільки на якій, потрібно шукати розв'язки.

Аналіз рівнянь з цілою і дробовою частинами, які були на різних олімпіадах в різні роки, дають можливість зробити висновок, що це основні способи розв'язування, які можна використовувати, розвивати і комбінувати (Детальніше див. [1], [2]).

Для підтвердження висновку розв'яжемо такі рівняння:

5. Розв'язати рівняння $\{3\{3\{3\{3x\}\}\}\} = x$ (III етап Всеукр. учн. мат. ол., X кл., 2012 р.).

Розв'язання. За означенням $\{3x\} = 3x - [3x]$.

За властивістю 3) $\{3\{3x\}\} = \{9x - 3[3x]\} = \{9x\}$. Продовжуючи міркування, дістанемо $\{3\{3\{3\{3x\}\}\}\} = \{243x\}$. Тому дане рівняння рівносильне рівнянню

$$\{243x\} = x \Leftrightarrow 243x - [243x] = x \Leftrightarrow 242x = [243x] \Rightarrow \begin{cases} [243x] = k, \\ k \leq 243x < k+1, \\ 242x = k. \end{cases}$$

Розв'язуючи систему з цілим невід'ємним параметром, дістанемо

$$x = \frac{k}{242}, k = 0, 1, \dots, 241.$$

6. Розв'язати рівняння $\{x\}^2 + 2\{x\} = 3x^2$ (IV етап, Всеукр. учн. мат. ол., VIII кл., 2012 р.).

Розв'язання. Застосуємо спосіб локалізації.

За властивістю 4) $3x^2 = \{x\}^2 + 2\{x\} < 3 \Rightarrow x^2 < 1$.

Розв'язки шукатимемо на проміжку $(-1, 1)$. Перейдемо до цілої частини:

$$\{x\}^2 + 2\{x\} = 3x^2 \Leftrightarrow (x - [x])^2 + 2(x - [x]) = 3x^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x[x] + [x]^2 + 2x - 2[x] = 3x^2 \Leftrightarrow$$

$$-2x[x] + [x]^2 + 2x - 2[x] = 2x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 0, \\ 2x + 1 + 2x + 2 = 2x^2 \\ 0 \leq x < 1, \\ -2x = 2x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 0, \\ 2x^2 - 4x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{2 - \sqrt{10}}{2} \\ 0 \leq x < 1, \\ x^2 + x = 0 \Rightarrow x = 0. \end{cases}$$

Відповідь: $\frac{2 - \sqrt{10}}{2}, 0$.

Список використаних джерел:

1. Вороний О.М. Рівняння зі змінною під знаком цілої частини // Математика в школі. – 2003. – №2. – С. 49-51.
2. Вороний О. М., Готуємось до олімпіад з математики. – Харків: Основа, 2008.

**ДОСЛІДЖЕННЯ ПСИХОЛОГІЧНИХ ОСОБЛИВОСТЕЙ КОМП'ЮТЕРНОГО
ТЕСТУВАННЯ ДОСЯГНЕНЬ З ОБМЕЖЕННЯМ ЧАСУ**

Марія Даниляк, Павло Андронатій

В зв'язку із зміною парадигми освіти від «орієнтації на знання» до «освіти протягом всього життя» все більшого поширення набуває оцінювання знань і досягнень осіб, які навчаються за допомогою тестування. При цьому, ситуації перевірки та оцінювання компетентності можуть по різному впливати на них: декого мобілізувати, а у декого, навпаки, призвести до погіршення результату на перевірочних випробуваннях.

З ситуацією оцінювання власної діяльності найчастіше стикаються учні та студенти. Їм постійно доводиться виконувати різноманітні контрольні та перевірочні роботи, проходити тести, складати заліки та екзамени. Під час чергової перевірки знань і вмінь не всі студенти успішно справляються з хвилюванням. У декого це хвилювання переростає в постійно супутню сильну тривогу, яка заважає успішно справлятися з пропонованими завданнями. Серед психічних перевантажень екзаменаційний стрес посідає одне з перших місць. У процесі підготовки і складання іспитів можуть проявлятися порушення режиму відпочинку і сну, емоційні переживання, які призводять до перенапруження нервової системи та негативно впливають на загальний стан і опірність організму. На думку Доскіна В.А. [3] описані проблеми можна вирішувати за допомогою спеціально-організованих психогігієнічних заходів, покликаних зменшити негативну роль екзаменаційного стресу. Але для надання психологічної допомоги необхідно своєчасно виявляти людей з дуже високим рівнем тривожності. Вітчизняні психологи добре знайомі з тестом ситуативної та особистісної тривожності Спілбергера, адаптованим на російськомовній вибірці Ю. Ханіним [5].

Для проведення педагогічного діагностування активно застосовуються різноманітні тести: дидактичні, психологічні, тести досягнень, тести здатності до навчання, тести здібностей, тощо. Тести досягнень призначені для того, щоб оцінити успішність оволодіння конкретними знаннями й навіть окремими розділами навчальних дисциплін. Тест досягнень є однією з ситуацій оцінювання студентів і при його проходженні проявляється тестова тривожність. Тести досягнень проводяться за стандартною процедурою тестування: на початку тестування проводиться інструктаж, студентам забезпечуються однакові умови проходження тестування, зменшуються різноманітні відволікаючі фактори (шум, розмови, тощо),

студентам забороняється використовувати додаткові джерела та переключатись на інші програми.

Мета нашого дослідження визначити психологічні особливості проходження комп'ютерного тесту досягнень з обмеженням часу та оцінити їх вплив на результати тестування.

Визначимо психологічні особливості тестованих при проходженні тестування. Нехай маємо ідеальну ситуацію – тест сконструйовано і віднормовано належним чином, його валідність доведена; процедура проведення тестування одноманітна для всіх випробовуваних, тобто використовуються однакові і якісні тестові матеріали або технічні засоби; проводиться однаковий і чіткий інструктаж (що включає, в тому числі, мотивуючу частину, покликану домогтися від випробуваного співробітництва та відповідності їх реакцій цілям тестування); чітко дотримується часовий регламент; мінімізуються перешкоди і відволікаючі фактори і т.п. Але навіть за таких умов, залишається ймовірність спотворення тестових результатів та одержання неадекватних тестових оцінок. Крім навмисних спотворень результатів є загальні фактори, що впливають на результати тестування незалежно від типу застосовуваного тесту, це – тестова досвідченість і тестова тривожність [7].

Терміном тестова тривожність позначають фізіологічні, психологічні та поведінкові реакції на стимули, що асоціюються індивідом з ситуацією перевірки або оцінки. Тестова тривожність є окремим випадком загальної тривожності і характеризується почуттями зростання осмислення своїх дій і безпорадності, які часто призводять до погіршення результатів виконання тестів або, в більш широкому контексті, всіх типів когнітивних і академічних випробувань [2].

Тестова тривожність – це стан тривоги в ситуації перевірки та оцінки знань, навичок, здібностей людини. Тестова тривожність підвищується, коли людина сприймає ситуацію тестування як загрозу для своєї самооцінки. У такому разі її увага фокусується не так на завданнях, як на думках і емоціях, пов'язаних з можливим неуспіхом виконання цих завдань. Людина не може зосередитися на тому, що вона знає, а більше думає про те, що вона не пройде тест. І поради перестати про це думати і переключитися на тестові завдання не особливо допомагають, тому що ці думки не особливо керовані, нав'язливі.

Тестова досвідченість, тобто наявність практичного виконання багатьох тестів, дає особі, що володіє такими навичками, певні переваги перед тими, хто бере участь в тестуванні вперше. Зазвичай це пов'язано з більш позитивним ставленням до тестування і розвитком впевненості в собі, зрідка – з тим, що зміст і форма багатьох тестів перекриваються. Дана проблема загострюється в тих випадках, коли виникає необхідність інтерпретації результатів тестування, наприклад, урбанізованої молоді та аналогічних результатів, отриманих при обстеженні жителів сільських районів або компактно проживаючих національних меншин [7]. Розробка спеціальних тестових норм для меншин не вирішує проблеми, оскільки вимагає значних витрат і не має остаточного рішення в умовах за різнопланового культурного і різноманітного географічного положення країни. Більш продуктивним в даній ситуації може бути розробка спеціальних ознайомлювальних матеріалів (друкованих, мультимедійних) та їх доведення до менш досвідчених категорій тестованих, що дозволило б нівелювати відмінності в попередньому досвіді тестованих.

Тестова досвідченість – індивідуальний досвід обстежуваного, набутий в ході виконання різних психологічних та педагогічних тестів. Тестований, який має значний досвід участі у тестуваннях, набуває тим самим певні переваги перед індивідами, що вперше беруть участь у подібному обстеженні чи тестуванні. На думку А.Анастасі ці переваги складаються з раніше подоланого почуття невідомості,

сформованої впевненості в собі, сформованого ставлення до тестової ситуації, набутих навичок роботи з тестовими завданнями, усвідомлення схожості принципів вирішення завдань в певних групах тестів. Нарешті, у разі тестової досвідченості знижується вплив мотиву експертизи в більшості діагностичних ситуацій, а тим самим менше ймовірність прояву різного роду установок, що знижують вірогідність одержуваних діагностичних даних [1].

Для виявлення психологічних особливостей комп'ютерного тестування досягнень з обмеженням часу нами було сплановано та проведено експеримент. Гіпотеза експерименту полягає в наступному: ми припускаємо, що зміни в процедурі тестування, а саме обмеження часу проходження тесту, викличе додаткову тривогу, яка відповідно вплине на результат тесту. Для оцінювання рівня тривоги перед тестом використаємо коротку версію тесту ситуативної тривожності Спілбергера [5].

У експерименті були задіяні студенти природничо-географічного факультету (11-2 група – 15 осіб, 13 група – 12 осіб та 15-1 група – 15 осіб) та факультету педагогіки та психології (18-1 група – 8 осіб та 19-1 група – 10 осіб). Проводився експеримент під час викладання дисципліни «Основи інформаційних технологій». Дисципліна ОІТ викладається з використанням системи управління навчанням Moodle (<http://m2.kspu.kr.ua>). У курсі розроблені тести досягнень до кожної з навчальних тем.

Експеримент проходив в декілька етапів. Опишемо кожен з них.

На першому етапі нами проведені по два тести в кожній навчальній підгрупі. Тести проходили в звичайній обстановці на початку пари, для перевірки знань студентів з відповідної теми. Мета цього етапу, по-перше, визначити середній рівень знань по підгрупах для розділення їх на контрольні та експериментальні. По-друге, таким чином ми прагнули нівелювали вплив тестової досвідченості, адже пройшовши два тести в звичайних умовах, на парі, студенти повинні були набути певного рівня досвідченості, ознайомитись з процедурою тестування, з інтерфейсом та особливостями проходження тестування у Moodle.

За результатами цього етапу ви виділили три контрольні та дві експериментальні групи (див табл. 1). До контрольних груп нами включено групи: 11-2, 15-1 та 18-1; до експериментальних – групи: 13 та 19-1. В експериментальних групах середній бал за два тести вищий ніж у контрольних.

Таблиця 1.

№ групи	Тест 1	Тест 2	Середнє за два тести	Рейтинг групи
11-2	2,18	2,87	2,52	III
13	2,52	2,62	2,57	II
15-1	1,59	2,70	2,15	IV
18-1	1,51	1,75	1,63	V
19-1	2,07	3,09	2,58	I

Мета другого етапу експерименту полягала у визначенні рівня тривожності студентів перед проходженням тесту в різних умовах проведення процедури тестування для контрольних та експериментальних груп. У контрольних групах процедура тестування не зазнала змін. В експериментальних групах ми обмежили час проходження тесту. Перед початком тесту досягнень студенти контрольної та експериментальної групи отримували різну інструкцію щодо тесту. Для студентів контрольної групи інструктаж не відрізнявся від інструктажу на попередніх парах. Студентам експериментальних груп акцентувалась увага на те, що тест вони проходять не так як завжди, а з обмеженням часу. Після такої інструкції студенти проходили короткий тест ситуативної тривожності Спілбергера (4

запитання) і вже потім тест досягнень на перевірку знань з відповідної теми. Результати короткого ситуативного тесту приводились до шкали звичайного тесту Спілбергера. Мінімальне значення цієї шкали 20 балів – низька ситуативна тривожність, максимальне – 80 балів – високий рівень ситуативної тривожності відповідно [5].

Третій етап експерименту – аналіз отриманих даних та висновки щодо впливу змінення процедури тестування, а саме обмеження часу, на ситуативну тривожність студентів. Також, ми мали на меті з'ясувати чи вплине підвищена ситуативна тривожність на результати отримані під час тестування.

Зведені дані по ситуативній тривожності виміряній перед тестами та результатах тестів подано в таблиці 2. Як бачимо, змінені умови тестування, а саме обмеження часу, в 13 та 15-1 групі призвело до підвищення тривожності і погіршення рейтингу. Особливо ці зміни помітні коли обмеження часу введено вперше.

Таблиця 2.

№ групи	КТСТ-3*	Тест 3	Рейтинг тест 3	КТСТ-4*	Тест 4	Рейтинг тест 4
11-2	46,55	2,45	IV	49,45	2,63	I
13	51,69	2,49	III	49,64	2,44	III
15-1	45,20	2,71	I	47,00	2,15	V
18-1	50,40	2,66	II	52,00	2,51	II
19-1	51,50	2,43	V	50,40	2,41	IV

* КТСТ – короткий тест ситуативної тривожності

Перевіримо достовірність отриманих даних порівнянням середніх за допомогою t-критерію (див. табл. 3 та 4). Обчислення виконано за допомогою пакету SPSS [4].

Таблиця 3.

Групові статистики

Назва тесту	Ознака 1 – без обмеження часу 2 – обмеження часу	N	Середнє	Стд. відхилення	Стд. помилка середнього
КТСТ3	1,00	21	45,90	6,402	1,397
	2,00	17	51,29	4,298	1,042
КТСТ4	1,00	19	48,42	6,239	1,431
	2,00	16	49,88	6,830	1,708

Таблиця 4.

Критерій для незалежних вибірок

Назва методу		Критерій рівності дисперсій Лівія		t-критерій рівності середніх		
		F	Знч.	t	ступені вільності	Значимість (2-стороння)
КТСТ3	Передбачається рівність дисперсій	1,906	0,176	-2,968	36	0,005
КТСТ4	Передбачається рівність дисперсій	0,003	0,960	-0,658	33	0,515

Проаналізувавши отримані дані (табл. 4), бачимо, що для тесту КТСТ3 значимість 0,05 – отже відмінності статистично значимі. Для КТСТ4 – значимість $p > 0,05$ – відмінності статистично не значимі.

Порівнюючи результатів коротких тестів ситуативної тривожності КТСТ3 та КТСТ4 з результатами тестів досягнень 3 та 4, ми не виявили між ними ніякої статистично значимої залежності (кореляції).

Отже, сформульована на початку експерименту гіпотеза частково підтвердилася. Нами встановлена розбіжність у середніх значеннях ситуативної тривожності у студентів контрольних і експериментальних груп, що свідчить про те, що зміна процедури тестування, а саме обмеження часу, впливає на ситуативну тривожність студентів, і ці відмінності є статистично значимими. Але такий вплив нами зафіксовано лише за умови першого проходження тесту з обмеженням часу. Під час наступного тесту (КТСТ4) відмінності уже були не значимі. На нашу думку, зменшення ситуативної тривожності у експериментальних групах відбулося тому, що студенти певним чином адаптувалися до нових умов, обмеження часу не було вже для них новим.

Статистично значимих відмінностей впливу ситуативної тривожності на результати тестів досягнень нами не зафіксовано, хоча з даних таблиці 2 видно, що рейтинг експериментальних груп при тестуванні з обмеженням часу знизився в порівнянні з контрольними.

Подальші дослідження планується спрямувати на визначення залежностей між різними видами інструктажу та тривожністю, між різного роду коментарями після кожного тестового завдання та тривожністю і відповідно впливом цих чинників на результати тестування.

Список використаних джерел:

1. Анастаси А., Урбина С. Психологическое тестирование. – 7-е изд. – СПб.: Питер, 2007. – 688 с.
2. Браун Ф. Тестовая тревожность (test anxiety) [Електронний ресурс] – Режим доступу: http://dic.academic.ru/dic.nsf/enc_psychology/1157.
3. Доскин В.А. Профилактика экзаменационного стресса // Школа и психическое здоровье учащихся / Под ред. С. М. Громбаха М.: Медицина, 1988. С. 147-160.
4. Наследов А. SPSS 19: профессиональный статистический анализ данных. – СПб.: Питер, 2011. – 400 с.
5. Сборник психологических тестов. Часть I: Пособие / Сост. Е.Е.Миронова – Мн.: Женский институт ЭНВИЛА, 2005. – 155 с.
6. Словарь-справочник по психодиагностике под редакцией Бурлачук Л. 3-е изд, Питер, С.-Петербург, 2008.
7. Сугоняев К.В. Искажение результатов объективных тестов: источники и способы выявления [Електронний ресурс] – Режим доступу: http://www.multipsychometr.ru/articles/articles_17.html.

ТОПОЛОГО-МЕТРИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ СПЕКТРУ СИНГУЛЯРНО РОЗПОДІЛЕНОЇ ВИПАДКОВОЇ ВЕЛИЧИНИ

Александра Довгопол, Олег Макаrchук

За теоремою Лебега [2, с.156] про розклад функції обмеженої варіації будь-яка функція розподілу $F(x)$ єдиним чином представляється у вигляді лінійної комбінації трьох своїх компонент

$$F(x) = \alpha_0 F_d(x) + \alpha_1 F_{a.c}(x) + \alpha_2 F_s(x),$$

де, $\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \alpha_j \geq 0$, $F_d(x)$ – дискретна функція розподілу, $F_{a.c}(x)$ – абсолютно неперервна функція розподілу, $F_s(x)$ – сингулярна функція розподілу, для якої

$F'_s(x) = 0$ майже скрізь в смислі міри Лебега.

Спектром випадкової величини ξ називають множину

$$S_\xi = \{x \mid F_\xi(x + \varepsilon) - F_\xi(x - \varepsilon) > 0, \forall \varepsilon > 0\}.$$

Довгий час сингулярні функції вважались аномальним об'єктом, однак з часом ця думка почала змінюватись і після доведення теореми Замфіреску [3, с.113], за якою множина сингулярних функцій в метричному просторі всіх неперервних монотонних функцій з супремум-метрикою складає більшість в топологічному розумінні, стало зрозумілим, що сингулярними розподілами аж ніяк не можна нехтувати. Сингулярні розподіли не мають власного методологічного апарату аналізу, тому довільні просування в створенні останнього є актуальними.

За тополого-метричними властивостями спектру сингулярні розподіли [1] поділяють на

- 1) сингулярні розподіли канторівського типу, якщо міра Лебега S_ξ рівна нулю;
- 2) сингулярні розподіли салеівського типу, якщо спектр S_ξ є об'єднанням відрізків;
- 3) сингулярні розподіли квазіканторівського, якщо спектр S_ξ є ніді не щільною множиною з додатною мірою Лебега.

Дана класифікація виправдовує себе тим, що довільна сингулярна функція розподілу розкладається в лінійну комбінацію трьох сингулярних функцій, вище вказаного типу.

Потужним генератором сингулярних розподілів є розподіли сум напевно збіжних випадкових рядів з дискретними доданками – розподіли типу Джессена-Вінтнера. Останні є чистими за теоремою Джессена-Вінтнера [5]. Як показує практика, домінуючим типом розподілу в даному класі випадкових величин є саме сингулярність.

В даній роботі поглиблюється результат Вінтнера, приведений в роботі [5].

Теорема. Нехай

$$\xi = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\xi_n}{n!},$$

де ξ_n – послідовність незалежних випадкових величин, які набувають значень 0 і 1 з ймовірностями $\frac{1}{2}$, тоді випадкова величина ξ має сингулярний розподіл канторівського типу з аномально фрактальним спектром, тобто $\alpha_0(S_\xi) = 0$, де $\alpha_0(\bullet)$ – розмірність Хаусдорфа-Безиковича.

Список використаних джерел:

1. Працевитый Н. В. Классификация сингулярных распределений в зависимости от свойств спектра // Случайные эволюции: теоретические и прикладные задачи. — Киев: Ин-т математики АН Украины, 1992. — С. 77-83.
2. Натансон И. П. Теория функций вещественной переменной. — М.: Наука, 1972. — 480 с.
3. Турбин А.Ф., Працевитый Н.В. Фрактальные множества, функции, распределения. — Киев: Наукова думка. — 208 с.
4. L'evy P. Sur les s'eries dont les termes sont des variables 'eventuelles ind'ependantes // Studia math.— 1931.—3.— P.119-155.
5. Jessen B., Wintner A. Distribution functions and Rieman Zeta-function//Trans. Amer. Math. Soc.— 1935. — 38, — P. 48-88.

СИСТЕМА ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ В ОКОЛІ РЕГУЛЯРНОЇ ОСОБЛИВОЇ ТОЧКИ

Наталія Драна, Інна Ключник

Теорія асимптотичних методів стрімко набирає популярності у вчених. Їхню увагу привертає так звана проблема сингулярних збурень, яка знаходить своє застосування в розвитку прикладних галузей, таких як, теорія автоматичного регулювання, квантова механіка, газодинаміка, кінематика та інші.

Серед вчених, які працюють в галузі асимптотичних методів теорії диференціальних рівнянь слід згадати, наприклад, В. Вазова [1], Й. Сібуйю, Г. Лангера, Сяо Ліня, І. О. Парасюка. Загальну теорію диференціальних рівнянь та теорію динамічних систем розглядав Дж. Биркгоф [2]. М.І.Шкіль запропонував метод збуреного характеристичного рівняння, за допомогою якого можна побудувати формальний розв'язок системи сингулярно збурених лінійних диференціальних рівнянь у вигляді асимптотичного ряду за цілими степенями малого параметра [3]. Аналітичні розв'язки нелінійних диференціально-функціональних рівнянь з нелінійними відхиленнями аргументів досліджував А.М.Самойленко. Він же вперше побудував асимптотичні розв'язки нелінійної сингулярно збуреної системи диференціальних рівнянь при наявності імпульсного впливу. Наукові інтереси М.О.Перестюка охоплюють широке коло складних та актуальних задач теорії диференціальних рівнянь і нелінійної механіки, які відносяться до розробки нового напрямку теорії – диференціальних рівнянь з імпульсною дією, їх застосування до дослідження коливних процесів, які зазнають короткочасні (імпульсні) збурення. С.А.Ломов запропонував метод інтегрування лінійної сингулярно збуреної системи диференціальних рівнянь, також розглядав сингулярно збурене диференціальне рівняння з регулярною особливістю [4]. Американський математик Ф. Олвер розглядав асимптотичні наближення розв'язку рівняння з великим параметром [5]. М.В.Федорук розглядав аналітичне рішення в комплексній площині рівнянь з аналітичними коефіцієнтами, зокрема про явище Стокса [6]. Асимптотичний розклад за малим параметром розв'язування нелінійних систем виду

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= f(t, x, y), \\ \varepsilon \frac{dy}{dt} &= g(t, x, y)\end{aligned}$$

запропоновано А. Б. Васильєвою та В.Ф. Бутузовим [7].

Дана стаття присвячена побудові розв'язку системи диференціальних рівнянь в околі регулярної особливої точки.

Знайдемо рішення вигляду $V(x) = Q(x)x^{diag(\lambda_1, \dots, \lambda_n)}$, обмежуючись квадратичними членами в розкладанні $Q(x)$, для диференціального рівняння

$$xY' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{4} - x^2 & 0 \end{pmatrix} Y. \quad (1)$$

Для цього представимо матрицю $A(x) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{4}x^2 & 0 \end{pmatrix}$ для диференціального

рівняння, у вигляді $P(x) = \sum_{r=0}^{\infty} P_r x^r$, $A(x) = \sum_{r=0}^{\infty} A_r x^r$, $B(x) = \sum_{r=0}^{\infty} B_r x^r$. Підставимо

отримані матриці у рівняння $xP'(x) = A(x)P(x) - P(x)B(x)$ та почленно перемноживши, прирівнявши члени з однаковими степенями x в обох частинах отриманої рівності, отримаємо рівняння вигляду:

$$A_0 B_0 - P_0 B_0 = 0 \quad (2)$$

$$(A_0 - rI)P_r - P_r B_0 = -\sum_{s=0}^{r-1} (A_{r-s} P_s - P_s B_{r-s}), r \geq 0 \quad (3)$$

Знайдемо матрицю A_n :

$$A_0 = A(0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix}, \quad A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{4} & 0 \end{pmatrix} \quad A_n = [0], \forall n \geq 3.$$

Знаходимо власні значення A_0 :

$$|A_0 - \lambda| = 0 \quad \begin{vmatrix} -\lambda & 1 \\ \frac{1}{4} & -\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad \lambda^2 - \frac{1}{4} = 0 \quad \lambda_1 = -0,5 \quad \lambda_2 = 0,5.$$

Для повного дослідження, коли $A(0)$ має власні значення, що відрізняються на додатне ціле, матриці приводяться до канонічного вигляду, за винятком випадку $n = 2$.

Нехай λ і $\lambda+k$ - пара власних значень $A(0)$, де k - додатне ціле. Тоді існує неособлива постійна матриця T , така, що

$$T^{-1}A(0)T = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda + k \end{pmatrix}.$$

Шукаємо матрицю у вигляді $T = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix}$:

$$T^{-1} \cdot A_0 \cdot T = D \Leftrightarrow A_0 \cdot T = T \cdot D \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

$$\text{Отже } T = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Заміною $Y = TV$ зводимо диференціальне рівняння $xY' = A(x)Y$ до вигляду

$$xV' = T^{-1}A(x)TV = B(x)V,$$

де

$$B(x) = \begin{pmatrix} \lambda + x\psi_{11}(x) & x\psi_{12}(x) \\ x\psi_{21}(x) & \lambda + k + x\psi_{22}(x) \end{pmatrix}, \quad \psi_{jk}(x), j, k = \overline{1,2} \text{ голоморфні при } x=0.$$

Тепер виконаємо заміну

$$V = S(x)W, \quad S(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & x \end{pmatrix}.$$

Отримаємо диференціальне рівняння вигляду

$$xW' = [S^{-1}(x)B(x)S(x) - xS^{-1}(x)S'(x)]W = C(x)W,$$

де

$$C(x) = \begin{pmatrix} \lambda + x\psi_{11}(x) & x^2\psi_{12}(x) \\ \psi_{21}(x) & \lambda + k - 1 + x\psi_{22}(x) \end{pmatrix}.$$

Звідси слідує, що $C(0)$ має власні значення $\lambda, \lambda + k - 1$. Повторюючи цю процедуру k разів, отримаємо рівняння

$$xZ' = F(x)Z, \quad F(x) = \sum_{r=0}^{\infty} P_r x^r$$

де $F(0)$ має λ власне значенням λ кратності 2.

Формула переходу від Y до Z має вигляд $Y = R(x)Z$, де $R(x)$ - поліном по x . Відмітимо, що $\det R(0) = 0$, але $\det R(x) \neq 0$ для $x \neq 0$. Рівняння $xZ' = F(x)Z$ розв'язок вигляду $Z = M(x)x^{F(0)}$,

Отже

$$Y = Q(x) \cdot x^{A_0}, \quad Q(x) = P(x) \cdot T \quad (4)$$

При розв'язуванні рівняння (1) з рівностей (2), (3) маємо

$$P_0 = I, B_0 = A_0, B_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \text{ де } I - \text{одинична матриця}$$

При $r = 1$ отримаємо рівняння $(A_0 - I)P_1 - P_1B_0 = -(A_1P_0 - P_0B_1)$ з якого шукаємо P_1 у вигляді $P_1 = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y_3 & y_4 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y_3 & y_4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} y_1 & y_2 \\ y_3 & y_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Розв'язавши систему, отримали } P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\text{При } r = 2, P_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \text{ отже } P(x) = I + O(x).$$

Підставивши $P(x)$ в (4) отримаємо перше наближення розв'язку системи (1).

Список використаних джерел:

1. Wasow, W. Linear Turning Point Theory. New York, Springer-Verlag, 1985.
2. Биркгоф, Дж. Д. Природа, влияние и значение относительности: пер. с англ. А. Р. Логунова под ред. к.ф.-м.н. А. В. Борисова. - Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. - 176 с.
3. Шкиль Н.И., Фещенко С.Ф. Асимптотическое решение системы линейных дифференциальных уравнений с малым параметром при производных // Укр. матем. журн. - 1960. - Т. 12. - № 4. - С. 429-438.
4. Ломов С.А. Введение в общую теорию сингулярных возмущений. - М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы - 1981. - 400 с.
5. Олвер Ф. Введение в асимптотические методы и специальные функции - "Наука" - 1978. - 376 с.
6. Федорюк М.В. Асимптотические методы для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. - Москва, Наука. - 1983. - 352 с.
7. Бутузов В. Ф., Васильева А. Б., Федорюк М. В. Асимптотические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений. // Итоги науки. Сер. Математика. Мат. анализ. 1967.

МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ СИСТЕМ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ ПАКЕТОМ СИМВОЛЬНИХ ОБЧИСЛЕНЬ MAPLE

Юлія Завізіон, Ольга Авраменко

Необхідність підвищення ефективності суспільного виробництва обумовлює постановку і вирішення все більш важливих і складних задач. В остаточному підсумку це вимагає удосконалення раніше розроблених методів дослідження і створення нових технічних, технологічних, економічних і математичних теорій.

Теорія масового обслуговування являє собою новий напрямок в теорії ймовірностей, що сформувався в самостійну наукову дисципліну, завдяки специфіці застосованого математичного апарата і важливості розв'язуваних практичних задач [3]. Системи масового обслуговування (СМО) відносяться до класу складних систем, що містять з пристроїв обробки, на які надходять потоки заявок (вимог, запитів), неупорядкованих в часі. У СМО зазвичай процес обробки заявок носить випадковий характер і має накопичувач (чергу) для заявок, які надходять [6]. Теорія масового обслуговування (ТМО) описує функціонування СМО, що знаходяться під впливом значного числа випадкових подій, з метою визначення характеристик проєктованих систем і параметрів їх компонентів та вибору рішень, що забезпечують підвищення їх працездатності (збільшення пропускної здатності, зменшення часу обслуговування, скорочення витрат і т. п.) [9].

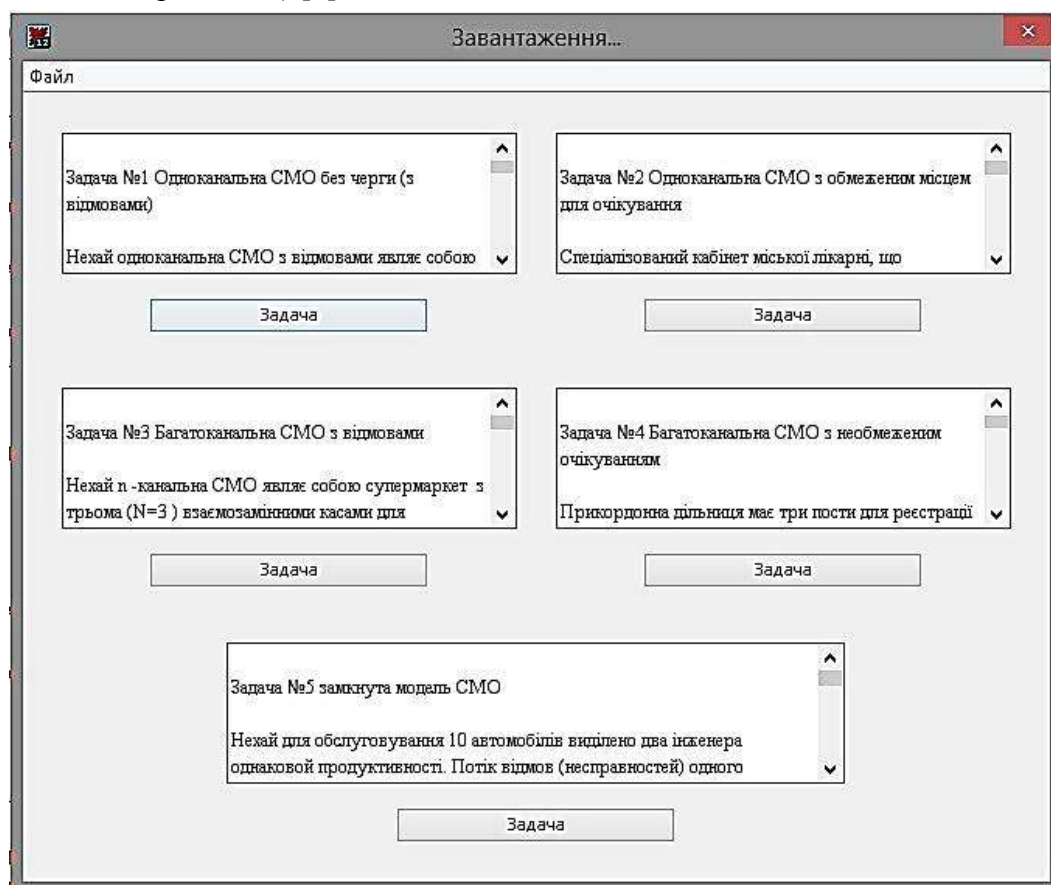


Рис.1. Вікно завантаження маплету 1

До характеристик якості обслуговування вхідного потоку заявок відносять: імовірність явної або умовної втрати повідомлень через відсутність вільних каналів обслуговування або шляхів встановлення з'єднання, середній час затримки початку

обслуговування вхідного повідомлення, імовірність втрати первинного або повторного виклику, інтенсивність обслугованого навантаження, пропускна здатність системи обслуговування та ін. [4]. Для досягнення цих цілей в останні десятиліття відбулася інформаційна революція, пов'язана з упровадженням комп'ютера в усі сфери життєдіяльності людини. Особливий інтерес представляють системи комп'ютерної алгебри. Претендентом на лідерство серед систем символічної математики є пакет комп'ютерної алгебри Maple.

Для якісної та швидкої обробки заявок моделей СМО постала необхідність у розробці програми з набором процедур для характеристики СМО, та графічного зображення моделей чистої народжуваності та чистої загибелі за допомогою системи комп'ютерної алгебри Maple [1].

Розглянемо величини, що використовуються в програмі: інтенсивність надходження заявок (λ), що обслуговуються за період дослідження в t годин; середній час обслуговування однієї типової заявки (t_{sredn}); значення відносної (q) та абсолютної (A) пропускної здатності каналів обслуговування та ін.

При запуску програм відкриваються вікна «Завантаження», в яких дозволено вибрати необхідний тип СМО (рис. 1). Для покращеної роботи з маплетом розроблено інструкцію користувача, яка допоможе швидше працювати з програмою.

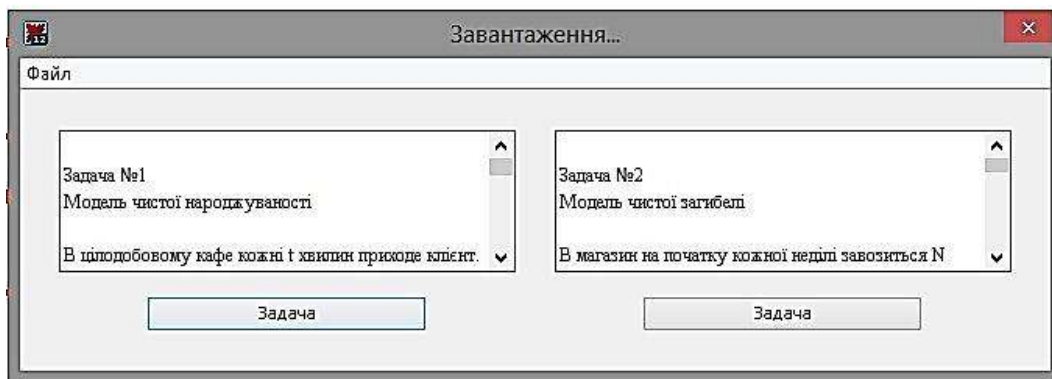


Рис.2. Вікно завантаження маплету 2

Особливістю розробленого програмного забезпечення є імітаційна модель [2]. Вона полягає в тому, що при одних і тих же середніх вихідних даних, результати одного досліду за рахунок випадкової генерації інтервалів між подіями не збігаються з результатами іншого досліду, тому такі розв'язки називають обчислювальним експериментом. При такому моделюванні для отримання достовірних результатів досліди повторюються багато разів, а потім роблять обробку отриманих серій експериментів (зазвичай визначення середніх значень характеристик систем). Проведення багаторазових дослідів з подальшою обробкою їх результатів називають методом статистичних випробувань [5]. За допомогою генератора випадкових чисел при кожному новому звертанні до процедури моделюється нова ситуація задачі.

При моделюванні будемо визначати такі основні показники роботи системи:

- число заявок що, надійшли до системи;
- кількість заявок, в яких здійснено обслуговування;
- кількість заявок, яким відмовлено в обслуговуванні;
- час, затрачений на обслуговування заявки;
- час очікування заявки в системі та ін.

На рис.3 наведено приклад використання програмного забезпечення імітаційного моделювання за допомогою системи комп'ютерної алгебри Maple.

Розглянемо розрахунок функціональних характеристик для багатоканальної

системи масового обслуговування з необмеженим очікуванням за допомогою програмного забезпечення [7].

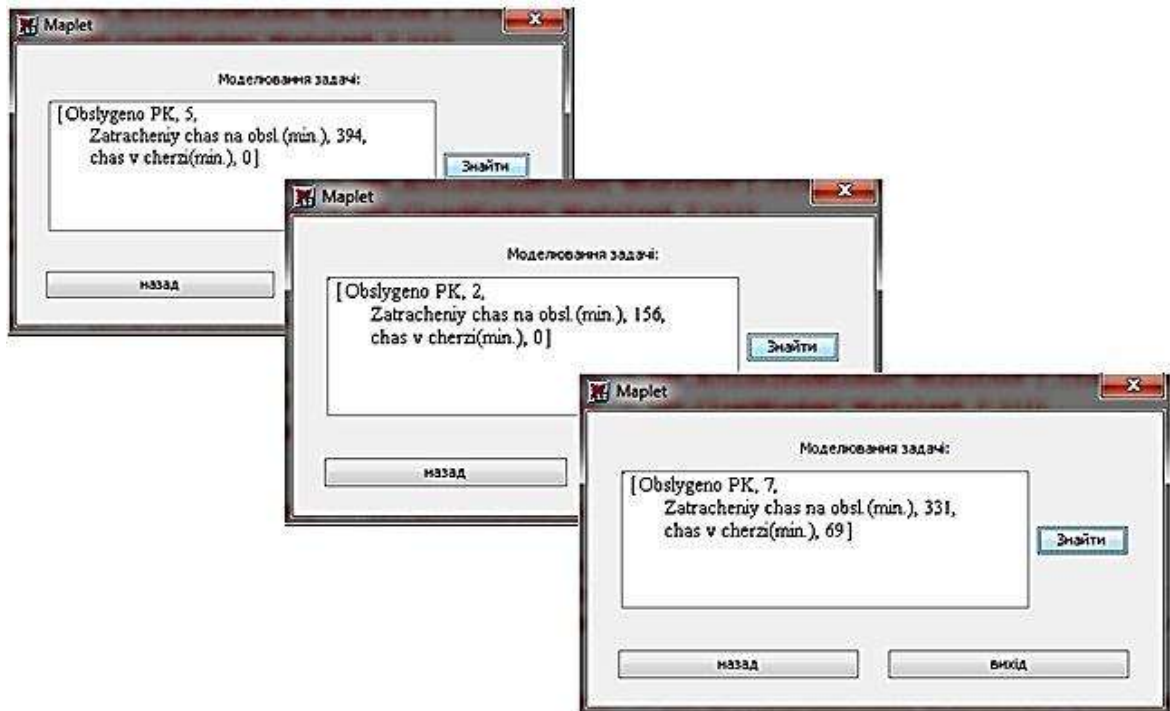


Рис.3. Імітаційне моделювання

Приклад 1. Прикордонна дільниця має три пости для реєстрації міграції. Потік осіб, що перетинають кордон, пуасонівський і має інтенсивність $\lambda = 2,5$ людини на годину. Середній час реєстрації однієї особи розподілений за показниковим законом і дорівнює $t=0,5$ години.

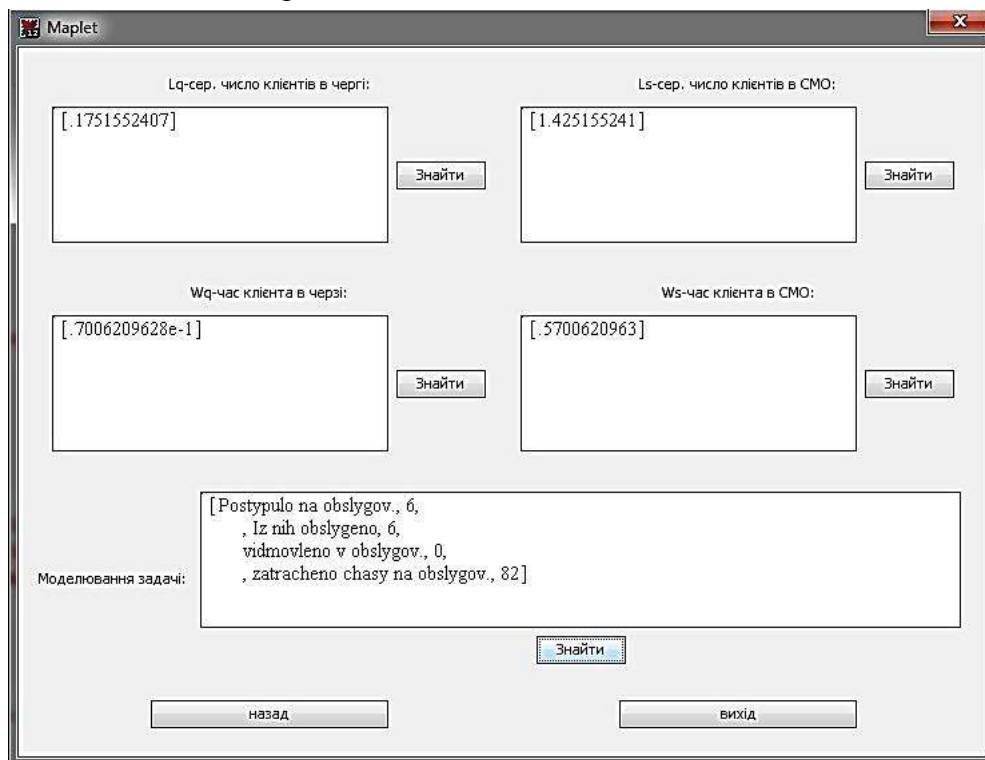


Рис. 4. Головне вікно задачі

Обчислити:

- граничні ймовірності станів системи;
- середню кількість замовлень у черзі на обслуговування;
- середню кількість замовлень, що знаходяться в системі;
- середню тривалість перебування замовлення в черзі;
- середню тривалість перебування замовлення в системі.

Відкриваємо головне вікно задачі (рис. 4). У поля вводу записуємо відомі параметри: $t_{\text{сredn}}=0,5$ години; інтенсивність $\lambda = 2,5$ людини за годину; $C=3$ – кількість каналів обслуговування.

Натискаючи «Знайти», отримуємо:

- інтенсивність обслуговування $\mu = 2,0$,
- зведена інтенсивність потоку замовлень $\rho = 1,25$,
- ймовірності станів системи $P_0 = 0,288$, $P_1 = 0,349$, $P_2 = 0,218$, $P_3 = 0,091$, $P_4 = 0,028$.

Натискаємо «Далі», щоб перейти до наступного вікна (рис. 5). Таким же чином знаходимо невизначені характеристики СМО: середню довжину черги, середню кількість клієнтів у системі, середній час очікування у черзі, середній час знаходження заявки у системі (L_q, L_s, W_q, W_s). Для статистичного моделювання цієї задачі натискаємо «Знайти» (рис. 5).

Рис. 5. Продовження задачі

Розглянемо програмне забезпечення для моделі чистої народжуваності СМО [8].

Приклад 2. До цілодобового кафе кожні 10 хвилин приходить у середньому один клієнт. Надходження клієнтів розподілене за експоненціальним розподілом. Потрібно визначити математичне сподівання, дисперсію, а також ймовірність

надходження 5 клієнтів на протязі години, щільність розподілу, імовірність відмови та побудувати графік.

Запустивши головне вікно маплета 2 (рис.2), вибираємо потрібну нам задачу (у даному випадку, задачу 7). Відкривається вікно для розв'язання (рис.6). Для того, щоб почати обчислення, необхідно записати параметри СМО у відповідні поля.

Після введення потрібних параметрів натискаємо кнопки «Знайти» та отримуємо шукані результати. Для побудови графіку натискаємо кнопку «Plot». У разі необхідності розв'язання задачі з іншими параметрами, вводимо нові коефіцієнти і аналогічним чином натискаємо кнопки «Знайти». Для побудови нового графіку потрібно попередньо очистити старий за допомогою кнопки «Очистити» і побудувати новий кнопкою «Plot». Для повернення в попереднє вікно натискаємо «Назад», для виходу з програми натискаємо «Вихід».

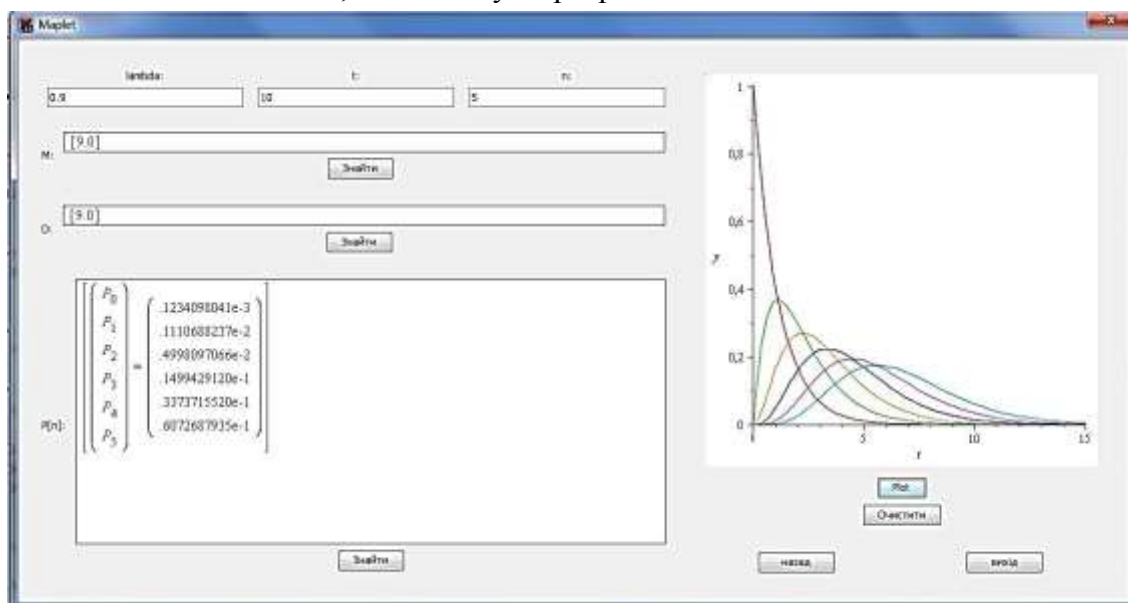


Рис.6. Головне вікно маплета для аналізу моделі чистого народження

Висновки:

У статті наведено короткі відомості з теорії систем масового обслуговування у стаціонарному і нестаціонарному режимі та описано результати дипломної роботи, якими є розроблене програмне забезпечення для визначення основних характеристик систем масового обслуговування за допомогою Maple; створено набір процедур для моделювання статистичних моделей СМО та процедури для графічного зображення моделей СМО чистого народження та загибелі; маплет з інтуїтивно-зручним інтерфейсом на основі розробленого програмного забезпечення та вбудованою інструкцією користувача. Також у роботі розроблено та розв'язано задачі СМО різних типів, зокрема, для моделей СМО чистого народження та загибелі. Створений маплет можна використовувати у навчальному процесі при викладанні змістового модуля «Системи масового обслуговування» для студентів спеціальності «Статистика» та спеціальності «Інформатика», а також при навчанні роботи у пакеті символьних обчислень Maple.

Список використаних джерел:

1. Аладьев В. З. Основы программирования в Maple, Таллинн, 2006. – 301 с.
2. Аладьев В. З., Бойко В. К., Ровба Е. А. – Программирование и разработка приложений в Maple. – Гродно: ГрГУ; Таллин: Межд. акад. ноосферы, Балт. отд. – 2007. – 458 с.

3. Гнеденко Б. В., Коваленко И. Н. Введение в теорию массового обслуживания. – 2-е изд. – М.:Наука, 1987. – 336 с.
4. Гнеденко Б. В. Беседы о теории массового обслуживания. – М.: Знание, 197. – 63 с.
5. Матвеев В. Ф., Ушаков В. Г. Системы масового обслуговування. – М.: Изд-во МГУ, 1984.
6. Овчаров Л. А. Прикладные задачи теории массового обслуживания. – М., 1969.
7. Сеньо П. С. Випадкові процеси. – Львів: Компакт-ЛВ, 2006. – 288 с.
8. Син Л. И., Задания к типовому расчету по теме “Элементы теории случайных процессов”. – Шахты: ЮРГУЭС, 2002.
9. Скороход А. В. Лекції з теорії випадкових процесів. – Київ: Либідь. 1990. – 168 с.

ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ПРОЕКТІВ ПРИ ВИКЛАДАННІ МАТЕМАТИКИ У ВИЩІЙ ШКОЛІ

Ірина Іщенко

У наші дні вміння студентів добувати знання самостійно й удосконалювати їх, уміння працювати з інформацією в різних галузях знань, зокрема в математиці, набуваючи, якщо це необхідно, нових навичок, займає настільки ж важливе місце в навчальному процесі студентів, як і міцні знання. Саме засвоєнням нових та удосконаленням наявних знань людині доводиться займатися все своє свідоме життя. Така постановка питання дуже актуальна для нашої країни, нашого суспільства, тому що саме життя ставить мету навчання через все життя. Щоб розвинути у студентів здатність працювати з інформацією, навчити їх самостійно мислити, уміти працювати в команді, потрібно використовувати різні педагогічні технології. Однією з найпродуктивніших серед них є проектний метод, який нерідко застосовують для викладання математики професійного спрямування у вищій школі. Розглянемо детальніше, у чому саме полягає цей метод.

Під методом, в основі якого лежить розвиток пізнавальних, творчих навичок студентів, умінь самостійно конструювати свої знання, орієнтуватися в інформаційному просторі й критично мислити, за О.П. Буйницькою [1], розуміють метод проектів (від лат. *projectus* – висунутий уперед). Він припускає можливість вирішення деякої проблеми і передбачає, з одного боку, необхідність використання різноманітних методів, засобів навчання, а з іншого – інтегрування знань, умінь з різних галузей науки й мистецтва. Метод передбачає використання певної сукупності навчально-пізнавальних прийомів, що дозволяє вирішити ту чи іншу проблему шляхом самостійних дій студентів з обов'язковою презентацією чи представленням отриманих результатів, що сприяє використанню дослідницького, пошукового, проблемного методів, творчих за своєю суттю.

Підсумовуючи вище сказане, можна зазначити, що метод, який розглядається, спрямований на:

- вироблення самостійних дослідницьких умінь студентів;
- розвиток творчих здібностей і логічного мислення студентів;
- інтеграцію знань, отриманих протягом навчального процесу, й пошук нової, додаткової, інформації професійного спрямування;
- залучення студентів до аналізу й вирішення певних життєвих ситуацій і проблем.

Творчий навчальний проект – це самостійно розроблений і виготовлений продукт (матеріальний або інтелектуальний) від ідеї до її втілення, який має ознаки

суб'єктивної та об'єктивної новизни, виконаний під контролем і при консультуванні викладача.

Висунуті Дж. Дьюї та У. Кілпатріком ідеї вперше, як зазначає Н.Ф. Тализіна [5], були повноцінно реалізовані в методі проектів. Замість традиційних навчальних предметів були введені проекти у вигляді своєрідного тематичного центру, в якому поєднується робота з навчанням. Проекти, пов'язані з інтересами студентів, були спрямовані на ініціювання пізнавальної активності студентів через діяльність, коли особа, яка навчається, безпосередньо включається в активний пізнавальний процес: самостійно формулює проблему, збирає необхідну інформацію, знаходить і порівнює шляхи вирішення цієї проблеми, робить висновки, аналізує свою діяльність, формулюючи крок за кроком щось нове та здобуваючи новий навчальний і життєвий досвід.

Є.С. Полат [4] розглядає навчальний проект як основну форму організації пізнавальної діяльності осіб, які навчаються, в рамках методу проектів, і який являє собою спільну навчально-пізнавальну, творчу або ігрову діяльність студентів-партнерів, що має загальну мету, узгоджені методи, способи дій, і спрямовану на досягнення загального результату щодо вирішення будь-якої проблеми, яка має значення для учасників проекту. Аналогічне визначення методу проектів дає О.П. Буйницька [1]: це організаційна форма роботи, яка орієнтована на засвоєння навчальної теми або навчального розділу і становить частину стандартного навчального предмета. Під час додаткових занять її доцільно розглядати як спільну навчально-пізнавальну, дослідницьку або творчу діяльність студентів, які мають спільну мету, застосовують однакові методи і способи діяльності, спрямовані на досягнення спільного реального результату, необхідного для вирішення деякої вагомої проблеми.

Для більш ефективного навчання діяльність студентів необхідно урізноманітнювати, практикувати роботу в парах, групах та індивідуальну.

При здійсненні проектного навчання перед викладачем стоять наступні завдання:

- вибір відповідних ситуацій, що сприяють розробці продуктивних проектів;
- структурування завдань;
- співробітництво з колегами з метою розробки міждисциплінарних проектів;
- керування процесом навчання;
- використання технологій там, де це необхідно;
- пошук надійного способу оцінювання результатів.

Проектна діяльність є особливим видом інтелектуальної діяльності, характерними рисами якого є самостійний пошук необхідної інформації, її творче перетворення в матеріалізований продукт (виріб, сценарій, плакат, реферат, стендову доповідь, мультимедійну презентацію тощо). Під терміном “проект”, у свою чергу, розуміються особливий вид пізнавальної діяльності та її результат, що характеризуються такими ознаками [3]:

- наявність соціально значущого завдання;
- орієнтованість на дію (планування дій для виконання завдання чи розв'язання проблеми);
- самоорганізація студентів;
- робота в команді;
- ситуативна спрямованість, відповідність вимогам реального життя;
- пошук інформації, яка потім буде оброблена й осмислена;
- цілісність (проект розглядається як єдине ціле);
- орієнтованість на продукт, результат;

– презентація кінцевого продукту.

Важливо знати, що існують різні типи проектів, які розглядає Є.С. Полат у своїй роботі “Новые педагогические и информационные технологии в системе образования” [3]:

*Дослідницькі
Творчі
Ігрові*

*Інформаційні
Практично орієнтовані*

Суть проекту при викладанні математики полягає в тому, що його учасникам дозволяється робити, з їхнього погляду, категорично заборонені математичні дії. На їхніх очах відбувається диво: помилкове у звичній для студента системі понять й аксіом твердження стає відправним пунктом для виникнення й розвитку теорії, в межах якої ця звична система понять повністю міститься й не викликає протиріч. Таким чином, реально моделюється процес наукового пошуку, відбувається внутрішнє емоційне переживання суперечливої та захоплюючої історії математичного пізнання. Так, заперечення п'ятого постулату Евкліда спричинило не тільки виникнення спектра неевклідових геометрій, але й принципова зміна самої концепції геометрії; спроба поділу на нуль привела до розвитку проективної, а потім й алгебраїчної геометрії; відмова від використання метричних властивостей об'єктів дала поштовх розвитку топології [2].

Таким чином, проектне навчання стимулює і посилює позитивну мотивацію навчання, оскільки воно є: особистісно-орієнтоване; активізує безліч дидактичних підходів – навчання у процесі діяльності, командне навчання, мозковий штурм, рольові ігри, евристичне та проблемне навчання, дискусію, командне навчання; самомотивуюче, що означає зростання інтересу та включення в роботу по мірі її виконання; дозволяє вчитись на власному досвіді та досвіді інших; приносить задоволення студентам, які бачать продукт своєї власної праці.

Список використаних джерел:

1. Буйницька О.П. Інформаційні технології та технічні засоби навчання: [навчально-методичний посібник для самостійного вивчення курсу]. – Кам'янець-Подільський: ПП Буйницький, 2009. – 100 с.
2. Курицина В.Н. Метод проектов: вчера, сегодня, завтра / В.Н.Курицина // Образовательная технология как система, объединяющая теорию, практику и искусство. – Воронеж: ВГПУ, 2000. – С.59-63.
3. Освітні технології: навч.-метод. посібник / [Пехота О.М., Кіктенко А.З., Любарська О.М. та ін.]; за ред. О.М. Пехоти. – ІС: Вид-во А.С.К., 2003. – 255 с.
4. Полат Е.С. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования: [учебное пособие для студ. пед. вузов и системы повыш. квалиф. пед. кадров]. / Е.С. Полат, М.Ю. Бухаркина, М.В. Моисеева, А.Е. Петров. – М.: Издательский центр “Академия”, 2002. – 272 с.
5. Талызина Н.Ф. Управление процессом усвоения знаний. – М.: Изд-во МГУ, 1975. – 344 с.

УЗАГАЛЬНЕНІ ПОСЛІДОВНОСТІ ЧИСЕЛ ФІБОНАЧЧІ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

Ліліт Карапетян, Зоя Халецька

Послідовність чисел Фібоначчі має широке застосування в різних галузях як математики, так і її прикладних аспектах. Дослідження питань застосування послідовності чисел Фібоначчі особливо інтенсивно розвивалося в ХХ столітті. Це

пояснюється тим, що саме в цей час перед суспільством постали нові проблеми в інформатиці та комбінаториці. Однією з важливих подій стало розв'язання десятої проблеми Гільберта: було встановлено, що не існує алгоритму, який дозволяє з'ясувати, чи має задане поліноміальне діофантове рівняння з багатьма змінними і раціональними коефіцієнтами розв'язки в цілих числах. Ці та багато інших питань досліджувалися відомими науковцями за допомогою послідовності чисел Фібоначчі. Дана тема не втрачає своєї актуальності і донині.

У цій статті розглядаються деякі конкретно узагальнені послідовності чисел Фібоначчі (позначається $\{U_n(c-1, -c)\}_{n \in N}$, $c \in N$) та їх властивості. Зокрема, досліджується відношення між $U_n(c-1, -c)$, $n \in N$ та $U_{n+1}(c-1, -c)$, $n \in N$. Також розглядається логарифм величини $U_n(c-1, -c)$ за основою c . Крім цього, застосовуються властивості послідовностей $\{U_n(c-1, -c)\}_{n \in N}$ для вивчення кількості розв'язків лінійних рівнянь в Z_r , $r \in N$.

**Узагальнена послідовність чисел Фібоначчі:
послідовність $U_{n+1}(c-1, -c)$, $n \in N$.**

Для кожної пари (h, k) , $h, k \in C$ таких двох комплексних чисел, що $k(h^2 - 4k) \neq 0$, вводиться позначення $\{U_n(h, k)\}_{n \in N}$ через узагальнену послідовність чисел Фібоначчі, яка визначається наступним чином [3, с. 140]:

$$\forall n \in N, n \geq 2, U_n(h, k) = hU_{n-1}(h, k) - kU_{n-2}(h, k), U_0(h, k) = 0, U_1(h, k) = 0.$$

Явне вираження n -ого члена $\{U_n(h, k)\}_{n \in N}$ для довільного $n \in N \cup \{0\}$ задається формулою Біне:

$$U_n(h, k) = \frac{\alpha^n - \beta^n}{\alpha - \beta},$$

де

$$\alpha = \frac{h + \sqrt{h^2 - 4k}}{2}, \beta = \frac{h - \sqrt{h^2 - 4k}}{2}$$

є різними коренями многочлена $x^2 - hx + k \in C[x]$, який називається *характеристичним многочленом* послідовності. Більше того, для будь-якого цілого $n \in N \cup \{0\}$, маємо [3, с. 143]:

$$\alpha \cdot \frac{\alpha^n - \beta^n}{\alpha - \beta} + \beta^n = \frac{\alpha^{n+1} - \alpha\beta^n + \alpha\beta^n - \beta^{n+1}}{\alpha - \beta} = \frac{\alpha^{n+1} - \beta^{n+1}}{\alpha - \beta}.$$

Тоді отримаємо:

$$\forall n \in N \cup \{0\}, \alpha \cdot U_n(h, k) + \beta^n = U_{n+1}(h, k) \quad (1)$$

Якщо α та β в формулі Біне симетричні, то наступні рівності є вірними [3, с. 144]:

$$\forall n \in N \cup \{0\}, \beta \cdot U_n(h, k) + \alpha^n = U_{n+1}(h, k) \quad (2)$$

Як окремий випадок, розглянемо тепер узагальнену послідовність чисел Фібоначчі виду $\{U_n(c-1, -c)\}_{n \in N}$, де $c > 0$ ціле число; від рівності $h = c-1$ і $k = -c$, легко отримати $\alpha = c$ та $\beta = -1$. Тоді для всіх $n \in N \cup \{0\}$, з формули Біне маємо [4, с. 3]:

$$U_n(c-1, -c) = \frac{c^n - (-1)^n}{c + 1}$$

якщо рівності (1) і (2) показують, відповідно:

$$\forall n \in N \cup \{0\}, U_{n+1}(c-1, -c) = cU_n(c-1, -c) + (-1)^n, \quad (3)$$

$$\forall n \in N \cup \{0\}, U_n(c-1, -c) + U_{n+1}(c-1, -c) = c^n \quad (4)$$

Перші члени деяких таких узагальнених послідовностей чисел Фібоначчі, що відповідають фіксованому значенню c , мають вигляд [4, с.7]:

$$\begin{aligned}\{U_n(0, -1)\}_{n \in \mathbb{N}}: & 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, \dots; \\ \{U_n(0, -1)\}_{n \in \mathbb{N}}: & 0, 1, 1, 3, 5, 11, 21, 43, 85, 171, 341, 683 \dots; \\ \{U_n(0, -3)\}_{n \in \mathbb{N}}: & 0, 1, 2, 7, 20, 61, 182, 547, 1640, 4921 \dots; \\ \{U_n(0, -4)\}_{n \in \mathbb{N}}: & 0, 1, 3, 13, 51, 205, 819, 3277, 13107, \dots; \\ \{U_n(0, -6)\}_{n \in \mathbb{N}}: & 0, 1, 5, 31, 185, 1111, 6665, 39991, 239945, \dots\end{aligned}$$

**Оцінка логарифма величини $U_n(c-1, -c)$, за основою c
($\log_c U_n(c-1, -c)$, $c \geq 2, n \geq 1$)**

Для $\forall c \geq 2$ та $n \geq 1$ відомо, що

$$U_n(c-1, -c) = \frac{c^n - (-1)^n}{c+1}.$$

В цій рівності, переходячи до логарифма за основою c маємо [2, с. 201]:

$$\log_c(U_n(c-1, -c)) = \log_c(c^n - (-1)^n) - \log_c(c+1)$$

або

$$\log_c \left[c^n \left(1 - \frac{(-1)^n}{c^n} \right) \right] - \log_c \left[c \left(1 + \frac{1}{c} \right) \right] = n - 1 + \log_c \left(1 - \frac{(-1)^n}{c^n} \right) - \log_c \left(1 + \frac{1}{c} \right).$$

Припустимо, що c – фіксоване число та представимо $\log_c(U_n(c-1, -c))$ як функцію, що залежить від n . Тоді, якщо [2, с. 203]:

$$\frac{\ln(1+y)}{y} = 1 + \sigma(1), y \rightarrow 0,$$

4) маємо:

$$\begin{aligned}\ln(1+y) &= y + \sigma(y), y \rightarrow 0; \\ \log_c(y+1) &= \frac{y}{\ln c} + \sigma(y), y \rightarrow 0.\end{aligned}$$

Для $n \rightarrow \infty$ можна записати:

$$\log_c \left(1 - \frac{(-1)^n}{c^n} \right) = \frac{(-1)^n}{c^n} + \sigma \left(\frac{1}{c^n} \right).$$

З іншої сторони, для будь-якого дійсного числа $\forall x$:

$$0 < \ln(1+x) < x,$$

Тобто маємо:

$$0 < \log_c(1+x) < \frac{x}{\ln c}.$$

Підставляючи в цю рівність $x = \frac{1}{c}$ отримаємо:

$$0 < \log_c \left(1 + \frac{1}{c} \right) < \frac{1}{c \ln c}.$$

З отриманих рівностей при $\gamma(c) = \log_c \left(1 + \frac{1}{c} \right)$ наближене значення $\log_c(U_n(c-1, -c))$ для великих n [2, с. 210]:

$$\begin{aligned}\log_c(U_n(c-1, -c)) &= n - 1 + \log_c \left(1 - \frac{(-1)^n}{c^n} \right) - \log_c \left(1 + \frac{1}{c} \right) = \\ &= n - 1 - \gamma(c) + \frac{(-1)^{n-1}}{c^n \ln c} + \sigma \left(\frac{1}{c^n} \right), (n \rightarrow +\infty),\end{aligned}$$

5) де $0 < \gamma(c) < \frac{1}{c \ln c}$.

Зв'язок лінійних рівнянь в $Z_r, r \in N$ з послідовністю чисел Фібоначчі.

Розглянемо задачу знаходження елементів $(x_1, x_2, \dots, x_k) \in (Z_r)^k$, які задовольняють лінійній конгруенції

$$\sum_{j=1}^k x_j \equiv a \pmod{r}$$

6) та рівності

$$\text{НСД}(x_j, r) = d_j, j = 1, 2, \dots, k,$$

7) де r та k фіксовані додатні цілі числа, r – непарне, $a \in Z$ та $d_1, d_2, \dots, d_k$ дільники k за $\text{mod } r$.

Нехай для кожного простого дільника p за $\text{mod } r$: $b_p = \{j, 1 \leq j \leq k: p \nmid d_j\}$, $b_p \geq 2$. Замінивши у формулі, яка дає загальну кількість N_a розв'язань суму їх виразів, маємо [2, с. 300]:

$$\forall m, n \in N, c(m, n) = \sum_{j=1, (j, n)=1}^n (e^{-\frac{2\pi i}{n}})^{jm} = \frac{\varphi(n)}{\varphi(\frac{n}{(n, m)})} \cdot \mu(n/(n, m)), \quad (6)$$

8) де φ та μ – функції Ейлера та Мьобіуса. Користуючись їх властивістю дистрибутивності, отримаємо [2, с. 301]:

$$N_a = \frac{\varphi(\frac{r}{d_1})\varphi(\frac{r}{d_2})\dots\varphi(\frac{r}{d_k})}{r} \cdot P_a, \quad (7)$$

$$P_a = \prod_{p|r, p|a} \left[1 - \frac{(-1)^{b_p}}{(p-1)^{b_p}} \right] \cdot \prod_{p|r, p \nmid a} \left[1 - \frac{(-1)^{b_{p-1}}}{(p-1)^{b_{p-1}}} \right], \quad (8)$$

Перепишемо рівність (8) у вигляді члена узагальненої послідовності чисел Фібоначчі. Насамперед зазначимо, що для кожного простого дільника p за $\text{mod } r$, застосовуючи формулу Біне з членами $\{U_n(c-1, -c)\}_{n \in N}$, в якому $c = p-1$, отримаємо для кожного невід'ємного цілого числа n :

$$U_n(p-2, 1-p) = \frac{(p-1)^n - (-1)^n}{p},$$

$$pU_n(p-2, 1-p) = (p-1)^n - (-1)^n.$$

Таким чином, в (8) отримаємо [2, с. 303]:

$$\begin{aligned} P_a &= \prod_{p|r, p|a} \left[\frac{(p-1)^{b_p} - (-1)^{b_p}}{(p-1)^{b_p}} \right] \cdot \prod_{p|r, p \nmid a} \left[\frac{(p-1)^{b_{p-1}} - (-1)^{b_{p-1}}}{(p-1)^{b_{p-1}}} \right] = \\ &= \prod_{p|r, p|a} \left[\frac{pU_{b_p}(p-2, 1-p)}{(p-1)^{b_p}} \right] \cdot \prod_{p|r, p \nmid a} \left[\frac{pU_{b_{p-1}}(p-2, 1-p)}{(p-1)^{b_{p-1}}} \right] = \\ &= \prod_{p|r} \left[\frac{p}{(p-1)^{b_{p-1}}} \right] \cdot \prod_{p|r, p|a} \left[\frac{pU_{b_{p-1}}(p-2, 1-p)}{p-1} \right] \cdot \prod_{p|r, p \nmid a} [pU_{b_{p-1}}(p-2, 1-p)] \quad (9) \end{aligned}$$

Зафіксуємо простий дільник q за $\text{mod } r$ і нехай $q \nmid u$. Обчислимо співвідношення $\frac{P_{qu}}{P_u}$, де $a = qu$ і $a = u$ [4, с.5]:

$$\frac{P_{qu}}{P_u} = \frac{U_{b_{q-1}}(q-2, 1-q)}{U_{b_q}(q-2, 1-q)/(q-1)} = \frac{(q-1)U_{b_{q-1}}(q-2, 1-q)}{U_q(q-2, 1-q)} \quad (10)$$

Підставивши в (3) $c = q - 1$ і $n = b_p - 1$, отримаємо

$$\begin{aligned} U_q(q-2, 1-q) &= (q-1)U_{b_{q-1}}(q-2, 1-q) + (-1)^{b_{q-1}-1}, \\ (q-1)U_{b_{q-1}}(q-2, 1-q) &= U_{b_q}(q-2, 1-q) + (-1)^{b_q}. \end{aligned}$$

Таким чином,

$$\frac{P_{qu}}{P_u} = \frac{U_{b_q}(q-2, 1-q) + (-1)^{b_q}}{U_{b_q}(q-2, 1-q)} = 1 + \frac{(-1)^{b_q}}{U_{b_q}(q-2, 1-q)}. \quad (11)$$

Рівняння (11) показує, що співвідношення $\frac{P_{qu}}{P_u}$ залежить від q , але не залежить від u . Також, це свідчить про те, що

- якщо b_p – парне, то $P_{qu} > P_u$;
- якщо b_p – непарне, то $P_{qu} < P_u$.

Оскільки r – непарне (що передбачає $q \geq 3$) і для $c \geq 2$ $U_n(c-1, -c)$ прямує до нескінченності при $n \rightarrow \infty$, то рівняння (11) показує, що чим більше b_p , тим ближче один до одного є значення P_{qu} та P_u .

Слід зазначити, що результати, досліджені в цій статті можуть бути використаними як проміжні при доведенні більш сильних тверджень теорії конгруенції та скінченних полів, а також комбінаторних проблем, пов'язаних із числами Фібоначчі.

Список використаних джерел:

1. Воробьев Н.Н. Числа Фибоначчи. – М., Наука, 1978. – 293 с.
2. Horadam A. F. Basic Properties of a Certain Generalized Sequence of Numbers. *The Fibonacci Quarterly*. New York: Springer, 1985 – 340 с.
3. McCarthy P. J. Introduction to Arithmetical Functions. New York: Springer-Verlag, 1986. – 400 с.
4. Giovanni Sbrulati. Generalized Fibonacci sequences and linear congruences – [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://www.fq.math.ca/Scanned/40-5/sbrulati.pdf>

ЗАСТОСУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ПРИ НАВЧАННІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Тетяна Колеснік

Теорія диференціальних рівнянь є одним з найбільших розділів сучасної математики та широко застосовується на практиці. Тому засвоєння студентами теорії диференціальних рівнянь є дуже важливим. Під час розв'язання диференціальних рівнянь на заняттях може втрачатися час на перевірку розв'язків диференціальних рівнянь, проміжні дії, знаходження складних інтегралів, чи побудови графіків функцій. Також багато часу втрачається під час розв'язання типових задач на складання диференціальних рівнянь, де основною ціллю є не розв'язування, а їх складання, тобто уміння складати математичну модель. У такому випадку доцільне використання ІКТ, що значно економить час, знижує імовірність механічних помилок.

Ми визначили три рівні ІКТ, при вивченні диференціальних рівнянь:

- початковий рівень, на якому рівні студенти вручну виконують всі дії, а перевірку розв'язків та побудову графіка розв'язку диференціальних рівнянь здійснюють за допомогою ІКТ. Основне завдання на цьому рівні повторення похідної, інтегралу, засвоєння способу розв'язання диференціальних рівнянь та на цьому ж рівні виконувати перевірки відшуканих похідних та інтегралів за допомогою ІКТ;

– другий рівень, на якому студенти за допомогою ІКТ обраховують всі проміжні дії, які виникають в процесі розв’язання диференціальних рівнянь. Основне завдання на цьому рівні засвоєння методів розв’язку диференціальних рівнянь;

– на третьому рівні студенти розв’язують диференціальне рівняння за допомогою ІКТ. Основною задачею цього рівня є навчити студентів складати диференціальні рівняння, підчас розв’язування типових задач, що призводять до розв’язування диференціальних рівнянь.

Нижче розглянемо всі три рівні застосування ІКТ більш детально, та на прикладах. Для цього застосуємо математичний пакет Maple 15.

Початковий рівень застосування ІКТ.

На цьому етапі головною функцією застосування ІКТ є раціональне використання часу. Той час, який мав би витрачатися на проведення перевірки отриманого розв’язку диференціального рівняння вручну, побудови графіка ми, використавши ІКТ, зберігаємо.

Приклад 1.

Перевірити чи буде вказана функція $y = e^{\arcsin x}$, розв’язком заданого рівняння $xy' = y \lg \ln y$.

Розв’язання.

1) Знайдемо похідну від $y = e^{\arcsin x}$: $y' = e^{\arcsin x} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

Виконаємо перевірку за допомогою Maple 15:

$> y := \exp(\arcsin(x)) : yp = \text{diff}(y, x); \quad yp = \frac{e^{\arcsin(x)}}{\sqrt{1-x^2}}$

2) Підставимо $y = e^{\arcsin x}$ та знайдену похідну у дане диференціальне рівняння, перевіримо чи виконається рівність:

$$\begin{aligned} x e^{\arcsin x} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} &= e^{\arcsin x} \lg(\ln(e^{\arcsin x})) & \Leftrightarrow & \quad x e^{\arcsin x} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = e^{\arcsin x} \lg(\arcsin(x)) & \Leftrightarrow \\ x e^{\arcsin x} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} &= e^{\arcsin x} \frac{\sin(\arcsin(x))}{\cos(\arcsin(x))} & \Leftrightarrow & \quad x e^{\arcsin x} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = x e^{\arcsin x} \frac{1}{\cos(\arcsin(x))} & \Leftrightarrow \\ x e^{\arcsin x} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} &= x e^{\arcsin x} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} & \Rightarrow & \quad y = e^{\arcsin x} - \text{буде розв’язком даного рівняння.} \end{aligned}$$

Другий рівень застосування ІКТ.

На другому рівні ми використовуємо математичний пакет для проведення проміжних обчислень, це взяття громіздких похідних, підстановка та спрощення отриманих виразів, обрахунків визначників, та ін. Головним завданням цього рівня є засвоєння способу розв’язання диференціального рівняння.

Приклад 2.

Знайти фундаментальну матрицю розв’язків і загальний розв’язок системи

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dx} = 5y_1 - 8y_2, \\ \frac{dy_2}{dx} = 2y_1 - 5y_2. \end{cases}$$

Розв'язання: Складаємо матрицю коефіцієнтів і характеристичне рівняння системи $A = \begin{pmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$,

> *with(LinearAlgebra) :*

$M := \text{Matrix}(2, [[5 - k, -8], [2, -5 - k]]); \text{Determinant}(M);$

$$M := \begin{bmatrix} 5 - k & -8 \\ 2 & -5 - k \end{bmatrix}$$

$$-9 + k^2$$

$$\text{solve}(-9 + k^2 = 0, k);$$

$$3, -3$$

Корені характеристичного рівняння $\lambda_1 = -3, \lambda_2 = 3$ – дійсні різні. Система має два лінійно незалежні розв'язки $e^{-3x}\vec{h}_1$ і $e^{3x}\vec{h}_2$.

Координати власного вектора $\vec{h}_1$, що відповідає власному числу $\lambda_1 = -3$.

> *with(LinearAlgebra) :*

$A := \text{Matrix}([[5, -8], [2, -5]]);$

$E := \text{Matrix}([[1, 0], [0, 1]]);$

$A + 3 \cdot E;$

$$\begin{bmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 & -8 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \quad \begin{cases} 8h_{11} - 8h_{21} = 0 \\ 2h_{11} - 2h_{21} = 0 \end{cases}$$

Оскільки координати h_{11}, h_{21} довільні, то покладемо $h_{11} = h_{21} = 1$. Будуємо відповідний частинний розв'язок системи диференціальних рівнянь:

$$\vec{y}_1 = \begin{pmatrix} y_{11} \\ y_{21} \end{pmatrix} = e^{-3x} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-3x} \\ e^{-3x} \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} y_{11} = e^{-3x}, \\ y_{21} = e^{-3x}. \end{cases}$$

Координати власного вектора $\vec{h}_2$, що відповідає власному числу $\lambda_2 = 3$, знаходимо з системи алгебраїчних рівнянь:

> *with(LinearAlgebra) :*

$A := \text{Matrix}([[5, -8], [2, -5]]);$

$E := \text{Matrix}([[1, 0], [0, 1]]);$

$A - 3 \cdot E;$

$$A := \begin{bmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}, E := \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & -8 \\ 2 & -8 \end{bmatrix} \quad \begin{cases} 2h_{12} - 8h_{22} = 0 \\ 2h_{12} - 8h_{22} = 0 \end{cases}$$

Якщо $h_{22} = 1$, то $h_{12} = 4$. Будуємо відповідний частинний розв'язок системи диференціальних рівнянь:

$$\vec{y}_2 = \begin{pmatrix} y_{12} \\ y_{22} \end{pmatrix} = e^{3x} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4e^{3x} \\ e^{3x} \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} y_{12} = 4e^{3x}, \\ y_{22} = e^{3x}. \end{cases}$$

Складаємо фундаментальну матрицю розв'язків системи:

$$Y(x) = \begin{pmatrix} e^{-3x} & 4e^{3x} \\ e^{-3x} & e^{3x} \end{pmatrix}.$$

Далі будуємо загальний розв'язок системи:

$$\vec{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-3x} & 4e^{3x} \\ e^{-3x} & e^{3x} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} y_1 = c_1 e^{-3x} + 4c_2 e^{3x}, \\ y_2 = c_1 e^{-3x} + c_2 e^{3x}, \end{cases}$$

де c_1, c_2 – довільні сталі.

Третій рівень застосування ІКТ.

Коли студенти засвоїли способи розв'язання і перед ними ставиться задача навчитися моделювати за допомогою диференціальних рівнянь фізичні, біологічні, хімічні та інші явища, тоді доцільно використати третій рівень застосування ІКТ.

Приклад 3.

Човен сповільнює свій рух під дією опору води, який пропорційний квадрату швидкості човна. Початкова швидкість човна 3 м/с, а його швидкість через 4 с складає 1 м/с. Через який час швидкість човна зменшиться до 1 см/с [1, с.115].

Розв'язання. Згідно з другим законом Ньютона $ma = F$, де m – маса човна, $a = dv/dt$ – його прискорення (похідна швидкості $v(t)$ за часом), F – сила опору води. За умовою задачі $F = kv^2$. Отже, маємо таке диференціальне рівняння: $m \frac{dv}{dt} = kv^2$ [1].

За допомогою Maple 15 розв'яжемо отримане диференціальне рівняння, та підставимо початкові умови:

> $dsolve(\{m \cdot D(v)(t) = k \cdot v(t)^2, v(0) = 3\}, v(t));$ $v(t) = -\frac{3m}{3kt - m}$
 > $solve(-\frac{3 \cdot m}{(3 \cdot k \cdot 4 - m)} = 1, m);$ $-6k$
 > $m := -6 : solve(-\frac{3 \cdot m}{(3 \cdot T - m)} = 0.01, T);$ 598. [2]

Висновок. Розглянуто приклади різних рівнів застосування ІКТ при засвоєнні диференціальних рівнянь.

Список використаних джерел:

1. Гой Т. П., Махней О. В. Диференціальні рівняння. – Івано-Франківськ, 2010. – 339 с.
2. Говорухин В. Компьютер в математическом исследовании: Maple, MATLAB, LaTeX. – Питер, 2001. – 624 с.

ЙМОВІРНІСНІ РОЗПОДІЛИ, ПОРОДЖЕНІ Q-РОЗКЛАДАМИ ДІЙСНИХ ЧИСЕЛ

Марина Костенко, Олег Макалчук

Число, як фундаментальний об'єкт математики, можна зображати по-різному. Кожна система зображення дійсних чисел відкриває свої особливості, фрактальні об'єкти і може бути генератором різних математичних структур. Однією з важливих і цікавих систем представлень є Q-представлення дійсних чисел, яке вперше було введено і математично формалізоване М.В.Працьовитим в роботі [1].

Нехай $(q_0, q_1, \dots, q_{s-1})$ – ймовірнісний вектор з додатними координатами. Подання числа x у вигляді

$$x = \beta_{\alpha_1(x)} + \sum_{k=2}^{\infty} \left[\beta_{\alpha_k(x)} \prod_{j=1}^{k-1} q_{\alpha_j(x)} \right],$$

де $\beta_m = \sum_{j=0}^{m-1} q_j$, $\alpha_k(x) \in \{0, 1, \dots, s-1\} \forall k \in N$ називається Q -представленням (Q -розкладом) числа x . Відповідне зображення числа x має вигляд

$$x = \Delta^Q_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n \dots},$$

при цьому елемент зображення $\alpha_j(x)$ називається j -ою цифрою (символом, знаком) числа x . Деякі числа мають по два Q -зображення, їх називають Q -раціональними. Множина Q -раціональних чисел є всюду щільною множиною відрізка $[0; 1]$.

Q -представлення дійсних чисел допомагає символічно легко задавати класи множин, функцій розподіл, випадкових величин зі складною локальною будовою. Одним з важливих класів випадкових величин, з цікавими фрактальними властивостями є клас випадкових величин з незалежними цифрами свого Q -представлення, який має наступний вигляд

$$\xi = \Delta^Q_{\xi_1 \xi_2 \dots \xi_n \dots},$$

де ξ_k – послідовність незалежних дискретних випадкових величин, які набувають значень $0, 1, \dots, s-1$ з ймовірностями $p_{0k}, p_{1k}, \dots, p_{(s-1)k}$ відповідно.

Лебегівська структура випадкової величини ξ добре вивчена [2, с.143], але повне розв'язання відповідної проблеми було представлено в роботі [4] з використанням продакт-мір та теореми Какутані.

В даній ми роботі повністю розв'язана проблема лебегівського типу випадкової величини ξ , представленої Q^2 -дробом з незалежними однаково розподіленими цифрами, з використанням властивостей Q^2 -нормальних чисел [3, с.122].

Теорема. Нехай (q_0, q_1) – ймовірнісний вектор з додатними координатами.

$$\xi = \Delta^Q_{\xi_1 \xi_2 \dots \xi_n \dots},$$

де ξ_k – послідовність незалежних дискретних випадкових величин, які набувають значень $0, 1$ з ймовірностями p_0, p_1 відповідно, тоді розподіл випадкової величини ξ є чистим, причому:

- 1) дискретним тільки тоді, коли $p_0 p_1 = 0$;
- 2) абсолютно неперервним тільки тоді, коли $(q_0 - p_0)^2 + (q_1 - p_1)^2 = 0$;
- 3) сингулярним тільки тоді, коли $((q_0 - p_0)^2 + (q_1 - p_1)^2)(p_0^2 + p_1^2) > 0$.

Список використаних джерел:

1. Працевитый Н.В. Непрерывные канторовские проекторы // Методы исследования алгебраических и топологических структур. – Киев: 122КГПИ, 1989. – С. 95-105.
2. Працьовитий М. В. Фрактальний підхід у дослідженнях сингулярних розподілів. – Київ: Вид-во НПУ імені М.П.Драгоманова, 1998. – 296 с.
3. Турбин А.Ф., Працевитый Н.В. Фрактальные множества, функции, распределения. – Киев: Наук.думка, 1992. – 208 с.
4. Alberverio S., Koval V., Pratsiovytyi M., Torbin G. On classification of singular measures and fractal properties of quasi-self-affine measures in Random Operators and Stochastic Equations. – 2008. – 16, № 2. – P.181-211.

ЗАСОБИ ДИСТАНЦІЙНОГО ОЦІНЮВАННЯ РІВНЯ ПІДГОТОВКИ ФАХІВЦЯ З ІНФОРМАТИКИ

Райса Кручак, Ольга Авраменко

Фізична віддаленість студента від навчального закладу зумовила появу концепції дистанційного навчання. Воно було започатковане з 1891 р., коли при Чиказькому університеті організували заочне відділення.

Розвиток комп'ютерної техніки та комунікаційних технологій в освіті в останні десятиріччя 20 ст. дав потужний поштовх новому етапу розвитку дистанційної освіти, відкрив шляхи впровадження комп'ютерних засобів педагогічної комунікації.

Сьогодні широко використовують «електронне навчання», як організаційну форму навчання, за якої суб'єкт навчання і викладач віддалені один від одного у просторі (а інколи і в часі), а для роботи над навчальним матеріалом залучають ресурси Інтернету.

Крім того, розвиток ІТ-технологій обумовлює їх використання в найрізноманітніших сферах діяльності.

Основною перевагою дистанційного навчання (ДН) є можливість одержання освіти поза стінами будь-якого навчального закладу. Іншими словами, студенти можуть засвоювати необхідні знання в зручний для них час з мінімальним відривом від основної діяльності. Дистанційне навчання дає можливість отримання консультацій викладача і контролю знань не відвідуючи навчальний заклад. Дистанційне навчання забезпечує подолання бар'єрів у просторі і часі, одержання актуальної «свіжої» інформації, швидкий зворотній зв'язок; збільшення кількості потенційних учасників навчання – школярів, студентів, вчителів, фахівців, які оперативно взаємодіють один з одним за допомогою електронних мереж; мотивованість, інтерактивність, технологічність і індивідуалізованість; створення комфортніших порівняно з традиційними формами емоційно-психологічних умов для самовираження, зняття психологічних бар'єрів і проблем, усунення помилок усного спілкування; зниження витрат на навчання; великий вибір зручного для навчання часу [2].

Метою статті є порівняння та аналіз функціонування найпопулярніших систем дистанційного навчання (СДН) та розробка дистанційного курсу для спеціальності «Оператор комп'ютерного набору».

У відповідності з метою дослідження були поставлені наступні **завдання**:

- ✓ виявити особливості організації ДН: шляхи, прийоми і засоби реалізації;
- ✓ проаналізувати найпопулярніші системи дистанційного навчання та розробити їх порівняльну характеристику;
- ✓ порівняти засоби дистанційного оцінювання рівня підготовки фахівця з інформатики;
- ✓ розробити власний дистанційний курс з можливостями тестового контролю зі спеціальності «Оператор комп'ютерного набору»;
- ✓ провести тестування на основі розроблених тестів серед студентів групи Бб-21, ДНЗ «ВПУ № 9 м. Кіровоград»;
- ✓ здійснити аналіз отриманих в результаті тестування даних.

Огляд засобів тестування у системах дистанційного навчання

Найнеобхіднішим методологічним принципом усіх програм дистанційного навчання є щоденні, або хоча б систематичні заняття. Саме таку можливість дозволяють організувати системи дистанційного навчання. Дистанційне навчання – індивідуальне навчання, припускаючи спілкування тільки студента і викладача за допомогою комп'ютера, воно також включає в себе елементи колективного навчання. Важливе значення в системах дистанційного навчання надається співпраці в групі за допомогою чатів, форумів та інших можливостей. Проблема, яка виникає – це вибір передусім серед існуючих систем дистанційного навчання, що використовуються в закладах освіти України, зарубіжних країнах тієї оптимальної для створення власного навчального курсу [2].

Проблемам переходу на дистанційну форму навчання за останній час приділяють увагу В.О. Гравіт, П.І. Образцов, Л. Ю. Кучерук, Н.Т. Тверезовська, В. В. Олійник. Ними було обґрунтовано можливість і доцільність застосування дистанційних систем навчання, використання кредитно-модульного навчання за стаціонарно-дистанційною формою навчання та запровадженню ECTS з урахування специфіки системи [1].

Інформатизація освіти є однією з ключових умов успішного розвитку сучасного суспільства, проте наслідком стрімкого розвитку новітніх інформаційних технологій у світі стала нова соціальна економічна проблема – інформаційна нерівність. Основною метою впровадження дистанційної форми навчання є вирішення цієї проблеми, а також швидке й зручне поширення знань, забезпечення доступності освіти всім верствам населення. Значною мірою ця мета реалізується за допомогою програмних засобів, побудованих на сучасних технологіях, які одержали загальну назву «системи дистанційного навчання» (СДН). До найпопулярніших СДН можна віднести:

- Moodle;
- «ГЕКАДЕМ»;
- «Веб-клас»;
- «Прометей»;
- «ИнтраЗнание»;
- «WebCT» та BlackBoard;

Було поставлено за мету здійснити порівняльний аналіз навчальних можливостей найбільш поширених СДН та з'ясувати особливості їх застосування відповідно до організації дистанційного навчання, що і було зроблено на основі даних з [2] (див. табл.1 та 2).

Таблиця 1. Порівняльний аналіз найпопулярніших СДН

Назва СДН	Виробник	Умови поширення	Мова інтерфейсу
Moodle	Австралія	Вільно безкоштовно	Українська, російська+10 мов
ГЕКАДЕМ	Росія	Умовно безкоштовно	Російська
Веб-клас	Україна	Умовно безкоштовно	Російська
«Прометей»	Росія	За кошти (регулярні виплати за ліцензією)	Українська, Російська, Казахська, Іспанська
«Интразнание»	Росія	Умовно безкоштовно	Російська
«WebCT» та BlackBoard	Канада	За кошти (окремо за кожного користувача)	Англійська

Таблиця 2. Порівняльні можливості функцій СДН

Системи критерії	Moodle	ГЕКАДЕМ	Веб- клас	«Прометей»	«Интразнание»	«WebCT» та BlackBoard
Моніторинг дій студентів	+	+	+	+	+	+
Допомога	+	+	+	+	+	+
Керування	+	+	+	+	+	+
Автоматичне тестування й оцінювання	+	+	+	+	+	+
Портфоліо	+	-	-	-	-	+
Груповою робота	+	+	+	+	-	+
Довідка	+	+	+	+	+	+
Пошук по курсу	+	-	-	-	-	+
Журнали	+	-	-	-	-	-
Форум	+	+	+	+	+	+
Чат	+	+	+	+	+	+
Внутрішня пошта	+	+	+	+	+	+
Шаблони курсів	+	-	+	-	-	+
Засоби викладацького дизайну	+	-	+	-	+	+
Глосарій	+	+	+	-	-	-
Вікі-Вікі	+	-	-	-	-	-
Блог	+	-	-	-	+	-
Структура курсу	+	+	+	+	+	+

Як бачимо, за результатами порівняльного аналізу програмно-інструментальних платформ дистанційного навчання середовище MOODLE є найзручнішим для організації дистанційного навчання.

Дистанційний курс «Оператор комп'ютерного набору»

Електронний дистанційний навчальний курс має проектуватися відповідно до особливостей та структури певної навчальної діяльності студентів шляхом розв'язання навчально-розвивальних завдань конкретного заняття [5]. Отже, перспективним напрямком на цьому етапі розвитку інформаційних технологій в освіті є створення електронних навчальних курсів розвивального, навчально-контролюючого призначення, які реалізують ідею особистісно-орієнтованого навчання, використання якого забезпечує організацію різноманітних видів навчальної діяльності, спрямованої на розвиток самостійного пізнавальної діяльності, творчого потенціалу студента, певних видів мислення, тренування пам'яті, формування реакції на непередбачувані ситуації, вміння приймати самостійні оптимальні рішення у складних ситуаціях [4].

Дистанційний курс «Оператор комп'ютерного набору» має такі особливості: в центральному блоці сторінки «Теми тижня» представлений зміст курсу, виділені тематичні розділи, а з боків – функціональні та інформаційні блоки, частина яких доступна тільки користувачам із правами адміністратора та викладачам (рис. 1).

Тести в системі дистанційного навчання Moodle є основним засобом перевірки знань студентів, вони дозволяють із мінімальними витратами часу викладача об'єктивно оцінити знання великої кількості студентів [6]. Нижче

наведено деякі приклади тестових завдань, що належать до розробленого мною курсу [7] (правильну відповідь підкреслено).



Рис. 1. Вікно сторінки дистанційного курсу.

1. Віруси, що вміщуються в оперативну пам'ять і додаються до всіх об'єктів (файлів, дисків), до яких звертається ОС;

- А) хробаки;
- Б) мережеві;
- В) Резидентні;
- Г) Нерезидентні.

2. Для обчислення визначника матриці в Excel використовується функція

- А)МОПРЕД (матриця)
- Б)МОБР ()
- В)МУМНОЖ (матр1, матр2)
- Г)ТРАНСП (матриця)

3. Установіть відповідність між кнопками панелі інструментів та командами горизонтального меню:

- А) Файл — Друк;
- Б) Правка — Вирізати;
- В) Таблиця — Додати — Таблиця;
- Г) Файл — Зберегти;
- Д) Правка — Відмінити.



4. В комірці C5 записана формула =A5*B5-A\$2*\$B2. Якщо скопіювати цю формулу в комірку D5, то отримаємо:

- А)= B5 * C5 - B\$2 * \$B2
- Б)= A6 * B6 - A\$2 * \$B3
- В)= B5 * C5 - A\$2 * \$B2
- Г)= A6 * B6 - A\$2 * \$B2

5. У яких величинах задається Розмір шрифту в Word: _____.

Обробка та аналіз проведених тестів проводилася з використанням сучасної теорії тестування [8]. На основі проведених тестів побудована однопараметрична модель Раша, двох- та трьох параметричні моделі Бірнбаума, на основі цих досліджень побудовані відповідно характеристичні криві рівня підготовленості учасників тестування та характеристичні криві рівня складності завдань, результати наведені нижче:

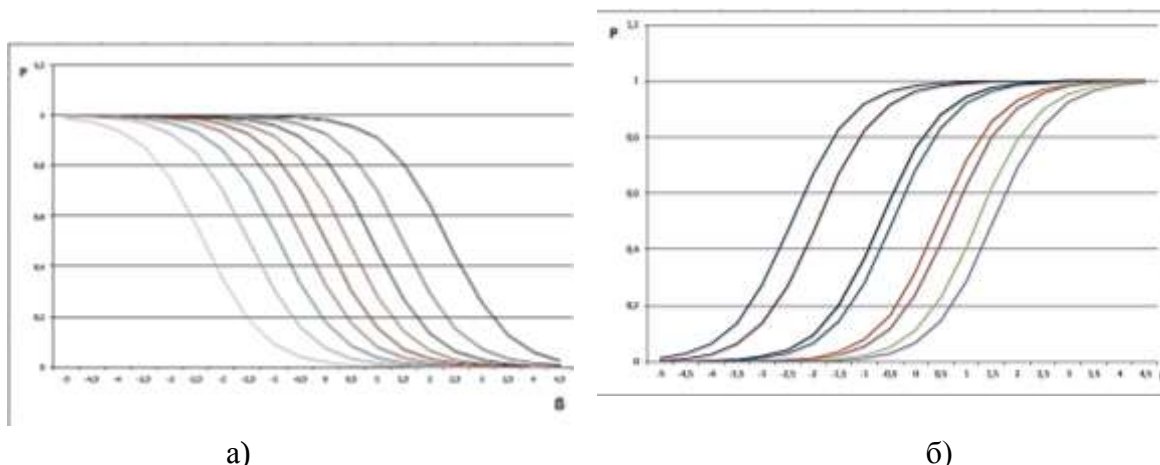


Рис 2. Криві рівня підготовленості учасників тестування (а) та рівня складності завдань (б).

З рис. 2 видно, що група учасників тестування має достатньо рівномірний розподіл рівня підготовки, а система тестування завдань містить близькі за трудністю чотири пари тестових завдань.

Висновки:

У даній статті обґрунтовано особливості дистанційного навчання, роз'яснено переваги та недоліки ДН, розглянуто найпоширеніші системи дистанційного навчання, принципи їх функціонування, зроблено їх порівняльний аналіз, здійснено аналіз досліджень та публікацій з даної теми, проаналізовано засоби дистанційного оцінювання рівня підготовки фахівця з інформатики, зокрема спеціальності «Оператор комп'ютерного набору». Описано процес розробки дистанційного курсу з спеціальності «Оператор комп'ютерного набору», типи тестових та зміст деяких завдань, здійснено аналіз даних, отриманих в результаті тестування.

Список використаних джерел:

1. Інтернет спільнота (07 жовтня 2013). [Електронний ресурс] – Режим доступу: http://archive.nbuv.gov.ua/portal/soc_gum/nvnau_ppf/2011_159_3/11kdy.pdf
2. Достоинства и недостатки дистанционного обучения через Интернет (28 листопада 2013) – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.itecp.ru>
3. Кузьмінський А. І. Педагогіка вищої школи: навч. посібник. – К.: Знання, 2005. – 486 с.
4. Коваль Т. І., Сисоєва С. О., Сущенко Л. П. Підготовка викладачів вищої школи: інформаційні технології у педагогічній діяльності: навч. метод. посіб. – К.: Вид. центр КНЛУ, 2009. – 380 с.
5. Концепція розвитку дистанційної освіти в Україні. Затверджено постановою МОН України 20 грудня 2000р. – К.: НТУ «КПІ», 2000. – 12 с.
6. Мясникова Т. С. Система дистанционного MOODLE / Т.С.Мясникова, С.А. Мясников. – Харьков: издательство Шейной Е.В., 2008.- 232 с.

7. Педагогічне оцінювання і тестування. Правила, стандарти, відповідність. Наукове видання / [Болюбаш Я. Я., Булах І. Є., Мруга М. Р., Філончук І. В.] – К. : Майстер-клас, 2007. – 272 с.
8. Вимірювання в освіті: підручник. / За ред. О.В. Авраменко. – Кіровоград.: Лисенко В.Ф., 2011. – 360 с.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА ДО ВИВЧЕННЯ РІВНОМІРНОГО РУХУ ПО КОЛУ В 7 КЛАСІ ЗА ПРОЕКТОМ НОВИХ ПРОГРАМ

Валентина Куроп'ятник, Віктор Вовкотруб

В 2015 році семикласники українських шкіл розпочнуть вивчення фізики за новими програмами [4], які суттєво відрізняються від нині діючих [3] як за структурою так і змістом. Варто відмітити, що курс фізики знову вивчатиметься 2 години на тиждень, тобто 70 годин на рік замість 35. Також суттєво зміниться зміст розділів, зокрема, розділів «Механічний рух (основи кінематики)» та «Взаємодія тіл (основи динаміки)».

Названі розділи нині певною мірою вивчаються у 8 класі. За аналізом і співставленням діючих і майбутніх навчальних програм можна констатувати, що за новими програмами зміст розділів повністю охоплюється, а також дещо ускладнюється, розширюється, модернізується. Зокрема, стосовно лабораторних робіт варто відмітити суттєві зміни щодо їх кількості та відображення тих чи інших вузлових тем розділів.

Вагоме значення має те, що до другого розділу програмами передбачено виконання лише двох лабораторних робіт, на відміну від чотирьох за нині діючих програм. Характерним є те, що роботи стосуються вивчення лише питань періодичних процесів – рівномірного руху по колу і коливального руху. Саме лабораторна робота «Визначення періоду обертання та швидкості руху по колу» потребує ретельного підходу до розробки змісту, матеріального забезпечення, методики організації і виконання.

Аналіз варіантів такої роботи за нині діючими підручниками [1; 2] свідчить про ряд труднощів щодо їх реалізації і низьку якість результатів виконання.

Зважаючи на відсутність типового обладнання для лабораторної роботи так для постановки лабораторної роботи «Вимірювання частоти обертання тіл», пропонують використовувати або іграшковий автомобіль, або мікродвигун з вентилятором, або підвішений на нитці вантаж, в кожному варіанті деталь, яка рухається по колу приводиться в рух учнем, чим не забезпечується виконання основної умови – рівномірного руху по колу. Необхідної кількості іграшкових автомобілів, чи мікродвигунів у фізичних кабінетах немає. Зрештою швидкість обертання мікродвигунів занадто велика для безпосереднього фіксування кількості оборотів.

Нами відпрацьований варіант організації і постановки роботи з використанням основних елементів типового обладнання фізичних кабінетів в комплекті з простими саморобними деталями. Лабораторні установки збирають на базі комплекту лабораторних електродвигунів з редукторами.

Для живлення електродвигуна доцільно використати батареї з двох гальванічних елементів (пальчикових), зібраних на базі комплекта касет. Останні доцільно розмістити в корпусах – коробках, з роз'ємом для приєднання провідників (шнура), а також з встановленим вимикачем. Такі джерела електроживлення використовуються майже у всіх роботах з електродинаміки і цілому ряді робіт з

інших розділів фізики. Ознайомлення семикласників з правилами користування і виконання завдання потребує мінімальних затрат часу. Не зважаючи на те, що на даний час учні ще не вивчали питань електродинаміки, зокрема, складання електричного кола, використання вище запропонованої установки не потребує складних пояснень до дій учнів і жодного разу не викликало затруднень в організації і перебігу виконання роботи. А встановлення на блоках живлення не окремих клем, а гнізда (наприклад, типу «Тюльпан») і відповідного штекера на шнурі, запобігає випадкам короткого замикання, порушення дотримання полярності ввімкнення тощо.

Перше ознайомлення з такими двигунами доцільно здійснити через їх використання для демонстрування рівномірного прямолінійного руху дерев'яного бруска з комплекту лабораторного трибометра. Для цього один кінець нитки прив'язують до гачка бруска, а другий – до шківів на вісі редуктора електродвигуна. При роботі електродвигуна нитка намотується на шків, змушуючи брусок рухатись. За ударами метронома через однакові проміжки часу встановлюють покажчики в відповідних місцях знаходження бруска, після показують, що відстані між покажчиками однакові.

Експериментальна установка для даної лабораторної роботи збирається наступним чином (рис. 1). На вісь редуктора кріпиться круг – вирізаний з картону, або зіпсований лазерний диск, на який наклеєно смужку. За рухом і положенням останньої зручно відслідковувати обертання диска, відраховувати кількість його обертів. Двигун закріплюють на штативі і з допомогою шнура підключають до джерела живлення.



Рис. 1. Загальний вигляд лабораторної установки.

В інструкції до роботи вказують, що учень має одночасно ввімкнути живлення електродвигуна і секундомір і в процесі обертання диска здійснювати підрахунок кількості обертів за кожного чергового проходження смужки через місце її початкового положення. При здійсненні диском визначеної інструкцією кількості оборотів (10, 20 тощо) секундомір зупиняють, а потім відключають живлення електродвигуна. За виміряним часом і визначеною кількістю оборотів розраховують період і частоту обертання диска.

Корисним є варіант виконання аналогічної демонстрації, чи постановки експериментальної задачі. Для цього додатково використовують фотодатчик і лічильник імпульсів, наприклад, лабораторний лічильник-секундомір СИЛ-1 (рис. 2). Фотодатчик розташовують так, щоб при обертанні диску смужка перетинала промінь фотодатчика. В даному варіанті учням демонструють спосіб автоматичного підрахунку кількості оборотів диска лічильником, зокрема і за великої швидкості обертання, яка не піддається здійсненню цього безпосередньо. Швидкість обертання

змінюють через використання джерела електроживлення з напругою, вищою 2-х вольт, наприклад, лабораторного джерела живлення типу ЛІП-1 і лабораторного реостата.



Рис. 2. Лабораторна установка до вивчення обертального руху з використанням фотодатчика.

Запропонований варіант для постановки лабораторної роботи «Вивчення рівномірного руху по колу» в 7 класі за проектом нових програм, дозволяє розв'язати ряд таких проблем: забезпечення саме рівномірного руху по колу; забезпечення такої швидкості руху по колу, яка дозволяє безпосередній підрахунок кількості оборотів; забезпечення постановки роботи фронтально через використання установок зібраних на базі комплектів типового лабораторного обладнання шкільних фізичних кабінетів; впровадження елементів електронних засобів, пропедевтичного ознайомлення з їх використанням і експлуатацією, що сприяє формуванню певного досвіду учнів, необхідного для розвитку їх творчості в умовах диференційованого підходу до організації і виконання різнорівневих експериментальних завдань, виконання навчальних проектів.

Список використаних джерел:

1. Божинова Ф.Я. Фізика. 8 клас: Підручник / Ф.Я.Божинова, І.Ю.Ненашев, М.М.Кірюхін. – Х.: Видавництво «Ранок», 2008. – 256 с.
2. Генденштейн Л.Е. Фізика, 8 кл.: Підручник для середніх загальноосвітніх шкіл. – Х.: Гімназія, 2008. – 256 с.
3. Програми для загальноосвітніх навчальних закладів. Фізика. Астрономія. 7-12 класи.-Київ: «Ірпінь», 2005. – 80 с.
4. ФІЗИКА. 7-9 класи. Навчальна програма / Проект. – К.,2012. – 32 с.

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ СУБ'ЄКТИВНИХ ТА ЗОВНІШНІХ ФАКТОРІВ НА РЕЗУЛЬТАТИ ТЕСТУВАННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ СИСТЕМИ LINESURVEY

Крістіна Лапшинська, Віталій Котяк

Найважливіша вимога до оцінювання знань і вмінь учнів – об'єктивність, що полягає у точному оцінюванні, адекватному встановленні критеріїв, виведених у навчальних програмах. Це означає, що оцінка має характеризувати кількість і якість знань та вмінь незалежно від методів і засобів контролю або особистих якостей учителя, який здійснює контроль [1]. Питанню оцінювання навчальних досягнень

студентів та об'єктивності контролю присвячені дослідження багатьох психологів та педагогів. Зокрема, питання змісту процесу контролю і оцінювання описано в працях С. І. Архангельського, І. Є. Булах, Б. Т. Ліхачьова, В. О. Сластьоніна; психолого-педагогічні аспекти проблеми вивчали С. Л. Близнюк, Л. І. Джулай, Л. М. Романишина та інші.

С. В. Висоцький, досліджуючи роль психолого-педагогічних умов у навчальному процесі, визначає умови як сукупність об'єктивних можливостей змісту навчання, методів, організаційних засобів його здійснення, коли забезпечується успішне вирішення поставленого педагогічного завдання [2]. У цьому контексті умови виступають у ролі динамічного регулятора інформаційних, особистісних, психологічних і педагогічних факторів впливу на навчання та процес оцінювання.

Аналіз наукової літератури із зазначеної проблеми [3, 4, 5] дав можливість визначити психолого-педагогічні умови, без реалізації яких процедура оцінювання навчальних результатів студентів не буде об'єктивною, а саме:

- розвиток мотиваційної сфери та підвищення професійного інтересу;
- стимулювання механізму самовдосконалення та педагогічної рефлексії в галузі оцінювання;
- поєднання традиційних та інноваційних методів контролю;
- зниження впливу сторонніх та суб'єктивних факторів при оцінюванні результатів навчальної діяльності [4].

Найменше уваги в літературі, на сьогоднішній день приділено саме останній групі чинників, що і зумовило вибір теми дослідження.

Серед багатьох сторонніх факторів можна визначити три основні групи:

- стан респондента;
- умови, в яких проходило тестування;
- організація процесу тестування та якість тесту.

Якщо результати першого та наступного тестування мають істотні розбіжності, або результати тестування відрізняються від результатів, отриманих за допомогою інших форм оцінювання, то це не обов'язково означає низьку надійність тестування. Це може бути пов'язано з тим, що власне психічні властивості змінилися або начебто змінилися під впливом психічного стану.

Також заважатиме студенту під час тестування стресова ситуація. При інформаційному, емоційному чи комунікативному стресі результати тестування будуть не об'єктивними. Наступний фактор, який впливає на респондента під час тестування є саме середовище. тільки при комфортних умовах: комфортній температурі, гарному освітлені, зручному робочому місці та тиші в аудиторії, можна зазначити, що впливу випадкових чинників на тестованого немає. А отже і результати вірогідніше будуть вищими.

Ще одним, і напевно вирішальним фактором будуть організаційні питання, пов'язані з тестуванням. А саме, викладач обов'язково має ще до проведення тестування наголосити на його меті, терміні проведення, обсязі матеріалу. Студенти мають розуміти не тільки мотив даного тестування, а й що саме та як буде оцінюватись. Також, викладач перед початком проведення тестування має дати чіткі інструкції, а саме: сформулювати процедуру та процес тестування (як проходити авторизацію, як і в якій послідовності заповнювати, що робити з результатами, куди треба здавати, відправляти тощо), зазначити кількість запитань та їх тип (відповідь можна вибирати з альтернативних варіантів, запитання має декілька правильних відповідей чи взагалі відповідь студент пише сам), скільки часу відведено на певне тестування.

Для дослідження впливу вказаних факторів нами розроблено спеціальне опитування. Порівняння результатів контрольного тестування з результатами інших форм оцінювання чи результатами іншого тестування разом з результатами створеного опитування дозволяє визначити наявність та характер впливу сторонніх факторів. Інструментом для реалізації опитування було обрано веб-орієнтовану систему LimeSurvey.

LimeSurvey доступна на більш ніж 50 мовах, з яких 22 мають більше 95 % повного перекладу [6]. Опитування може включати різні типи питань, відповідями на які можуть бути як введення тексту, цифрове введення, вибір потрібного варіанту відповіді, або ж просто да/ні. Питання можуть бути організовані в двовимірний масив, одна частина якого міститиме питання, а інша — відповіді на них. Питання також можуть залежати від результатів інших питань. Наприклад, питання про роботу може бути поставлено тому, хто ствердно відповів на питання про наявність робочого місця. Питання розбиваються на групи, і кожна група питань знаходиться на окремій сторінці.

Одною зі специфічних властивостей вибраної системи є підтримка питань типу масив, можливість створення сценарію проходження опитування (умовні переходи між питаннями) та гнучка система нарахування балів.

Тип питання «Масив» (іноді називають «Багатовимірний масив») відображає матрицю, в якій рядки містять підпитання, а стовпці — відповіді для кожного рядка (Рис. 1). Текст питання може бути конкретним або загальним. Відповіді на питання типу «Масив» і питання типу «Список (єдиний вибір)» зберігаються в базу даних окремими записами. Крім найбільш гнучких типів, таких як «Масив», «Масив (текстовий)» і «Масив (числовий)», Limesurvey також підтримує ряд легких типів масивів, які мають зумовлені варіанти відповіді.

Тип вопроса: Массив (числовой)

	Скорость	Дизайн	Качество
Google	☐	☐	☐
Yandex	☐	☐	☐
Rambler	☐	☐	☐

Рис. 1. Тип питання: Масив (числовий) з прапорцями

Також для питань можна визначати умови, при яких будуть виводитись наступні питання. Для цього слід спочатку створити всі питання. Далі у випадяючому списку вибрати потрібне питання та «встановити умову для цього питання». У відповідному діалоговому вікні вибрати сценарій, питання, оператор порівняння та відповідь. Сценарій можна як додавати, так і залишати за замовченням; зі списку питань необхідно вибрати питання-перемикач з чіткою відповіддю; вибрати потрібний оператор порівняння серед визначених («менше», «менше або дорівнює», «дорівнює», «не дорівнює», «більше або дорівнює», «більше», «регулярний вираз») та вказати параметри відповіді (зумовлена, константа, питання, поля ключа доступу).

Розглянемо створення умови на наступному прикладі. Створимо перше питання «При проведенні тестування Вам заважали?» та друге – «Що саме Вам заважало?». Друге питання буде відображено у тому випадку, якщо при заданні умови серед питань ми виберемо «При проведенні тестування Вам заважали?», задамо оператор порівняння «дорівнює» та у зумовленій відповіді зазначимо «так». В нашому прикладі, якщо респондент відповість на питання «При проведенні тестування Вам заважали?» ствердно, тоді відобразиться друге питання з варіантами відповідей (Рис. 2).

Показать только вопрос Р9 "Що саме Вам..." ЕСЛИ
Этот вопрос отображён всегда.

Добавить условие

Сценарий Сценарий по умолчанию

Вопрос

Предыдущие вопросы Поля ключа доступа

P1: [Группа флажков] Ви відчуваєте себе?
 P1:SQ005: [Втопленни][Одиночный ответ] Ви відчуваєте себе?
 P1:SQ004: [Розгубленим][Одиночный ответ] Ви відчуваєте себе?
 P1:SQ003: [Зібраним][Одиночный ответ] Ви відчуваєте себе?
 P1:SQ002: [Млявим][Одиночный ответ] Ви відчуваєте себе?
 P1:SQ001: [Бадьорим][Одиночный ответ] Ви відчуваєте себе?
 P10:SQ001: [комфортна температура] В аудиторії, де проходило тестування
 P10:SQ002: [добре освітлення] В аудиторії, де проходило тестування
 P10:SQ003: [свіже повітря] В аудиторії, де проходило тестування
 P2: При проведенні тестування Ви заважали?

Оператор сравнения равно

Ответ

Предопределённый Константа Вопросы Поля ключа доступа

Регулярное выражение

Y (Да)
N (Нет)

Сохраненные настройки ответа для данного вопроса

Очистить Добавить условие

Рис.2. Створення умови

Завдяки тому, що опитування створене у веб-орієнтованій системі, його можна використовувати при проведенні різноманітних тестувань незалежно від форми чи використаного програмного забезпечення. Сподіваємося, що використання такого опитування дозволить підвищити об'єктивність оцінювання та надійність результатів тестування.

Список використаних джерел:

1. Ягупов В. В. Педагогіка: Навч. посібник. – К.: Либідь, 2003. – 560 с.
2. Высоцкий С. В. Структура психолого-педагогических условий формирования поисково-творческой направленности личности в процессе обучения // Науковий вісник Південноукраїнського державного університету ім. К. Д. Ушинського: Збірник наукових праць. – Одеса, 1999. – Вип. 8-9. – С. 90-94.
3. Підготовка майбутнього вчителя до впровадження педагогічних технологій: Навч. посіб. / О. М. Пехота та ін. – К.: В-во А.С.К., 2003. – 240 с.
4. Лисак Г.О. Психолого-педагогічні умови підвищення об'єктивності контролю та оцінювання професійної підготовки студентів університетів. //Вісник Житомирського державного університету. Випуск 44. Педагогічні науки, 2009. – С.88-90. – [Електронний ресурс] – Режим доступу: http://eprints.zu.edu.ua/3014/1/19_44.pdf
5. Реан А. А. Психология педагогической деятельности. – Ижевск: Удмурдский университет, 1994. – 93 с.
6. LimeSurvey - the free and open source survey software tool! [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://www.limesurvey.org/en/>

ОСОБЛИВОСТІ ТЕСТУВАННЯ У ВИЩІЙ ШКОЛІ

Олена Лебединська, Вікторія Корецька

Вищі навчальні заклади України, що надають освітні послуги майбутнім фахівцям, на сучасному етапі не можуть залишитись осторонь від прискореного інноваційного розвитку освіти і науки, тому вища освіта повинна давати системні знання про професійну сферу діяльності, її специфіку, має формувати особистісні якості фахівця.

Студент має володіти міцними та глибокими знаннями, професійним мисленням, мати власну професійно-особистісну позицію. З цією метою необхідно задіяти весь комплекс психолого-педагогічних, соціологічних засобів, які повинні сприяти розв'язанню даної проблеми. У цій ситуації важливу роль відіграє проблема вибору та створення інструментарію для діагностики й аналізу якості підготовки майбутніх фахівців.

Особливу актуальність тестовий контроль набуває у сучасних умовах, коли значна частина навчального матеріалу переноситься на самостійне опрацювання студентами, а також у системі дистанційного навчання.

Завдання в тестовій формі характеризується як педагогічний засіб не тільки контролю рівня підготовленості, а й навчання і розвитку особистості [1]. Такому завданню притаманна низка властивостей: стислість; технологічність; визначеність мети; логічна форма вислову; визначеність місця для відповіді; однаковість правил оцінювання відповідей; правильність розташування елементів завдання; однаковість інструкції для всіх випробовуваних; адекватність інструкції формі і змісту завдання.

Завдання в тестовій формі є не тільки засобами контролю знань; вони є тими пізнавальними формами, від правильного застосування яких залежить майбутнє освіти. У сучасних освітніх системах вони стають головним засобом автоматизованого навчання і розвитку мільйонів студентів за кращими освітніми програмами [2, 3].

Тестування дає змогу забезпечити вимірювання знань, підходячи до цього питання системно. А саме: оцінити знання за обсягом та повнотою, їх системністю, узагальненням та мобільністю. Характеристики системності, узагальнення та мобільності знань визначаються за допомогою тесту відповідної складності, тоді як обсяг знань визначається за допомогою відповідей на певну кількість запитань, які отримує учень.

Основними перевагами тестового контролю є:

- а) об'єктивність оцінювання;
- б) технологічність перевірки робіт, можливість здійснити педагогічні виміри одночасно значної кількості учнів;
- в) висока точність отриманих результатів;
- г) перевірка великого обсягу вивченого матеріалу за порівняно короткий проміжок часу.

Актуальним є і залишається питання розробки, впровадження і використання тестового методу контролю засвоєння навчального матеріалу студентів вищої школи. Зокрема, особливий інтерес викликали студенти економічних спеціальностей, тому що обмежена кількість випускників з високим рівнем професійної підготовки, перш за все, пояснюється недостатнім впровадженням у навчальний процес новітніх технологій, форм, методів та засобів контролю якості навчання.

Тестовий контроль успішності підготовки фахівців економічної сфери дозволяє оптимально враховувати вимоги обраної студентами спеціальності, розглянути робочі ситуації у вигляді умов тестових завдань.

Під час проходження тестового контролю майбутні спеціалісти оволодівають мистецтвом швидко й ефективно вирішувати фахові завдання, розвивають економічне мислення. Використання такої форми контролю забезпечує включення студентів у спеціально створені ситуації, що передбачають не одне, а цілий ряд професійних рішень.

Метою статті є висвітлення тестового методу контролю з економічних дисциплін, зокрема, бухгалтерський облік та окремі аспекти діагностики знань студентів економічних спеціальностей.

Апробація тесту проводилася на базі фізико-математичного факультету Кіровоградського державного університету імені Володимира Винниченка.

Нами були розроблені тестові завдання для перевірки знань студентів з дисципліни «Бухгалтерський облік» для студентів фізико-математичного факультету економічних спеціальностей.

Нами було розроблено 40 тестових завдань різних видів. Із них було сформовано 2 варіанти. Кожний варіант містить 20 завдань, з яких 18 завдань – з однією правильною відповіддю та 2 завдання – на встановлення відповідності.

Наведемо приклади тестових завдань:

1. Баланс включає інформацію про грошову оцінку:

А. активів, господарських засобів, витрат;

Б. тільки зобов'язань;

В. джерел господарських засобів;

Г. активів, капіталу та зобов'язань.

2. Установіть відповідність між назвами елементів.

1. Облік	А. фіксування, встановлення наявності кількості чогось.
2. Статистичний облік	Б. система спостереження в процесі виконання операцій для оперативного управління
3. Оперативний облік	В. збирання і вивчення масових кількісних явищ
4. Бухгалтерський облік	Г. спосіб документального спостереження відображення й контролю за господарською та фінансовою діяльністю

Сьогодні тест розглядається як необхідний і об'єктивний метод педагогічної діагностики рівня навчальних досягнень студентів. Тести використовуються викладачами у процесі та по завершенню вивчення навчальної дисципліни.

Аналіз науково-педагогічної літератури переконує в тому, що проблема підвищення рівня професійної підготовки студентів у процесі навчання спеціальних дисциплін повністю не вивчена і потребує значної уваги. Це, у першу чергу, стосується удосконалення методики контролю успішності майбутніх фахівців.

Список використаних джерел:

1. Аванесов В. С. Научные проблемы тестового контроля знаний / В. С. Аванесов. – М.: Исслед. центр, 1994. – 135 с.
2. Чельшкова Н. Б. Теория и практика конструирования педагогических тестов: учеб. пособие / Н. Б. Чельшкова. – М.: Логос, 2002. – 432 с.
3. Майоров А. Н. Теория и практика создания тестов для системы образования. (Как выбирать, создавать и использовать тесты для целей образования) / А. Н. Майоров. – М.: Интеллект-центр, 2001. – 296 с.

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ СТРАХОВИХ КОМПАНІЙ США ТА КРАЇН ЄВРОПИ

Анастасія Лень, Зоя Халецька

Страховий сектор є важливою ланкою в системі фінансування посередництва у всіх промислово розвинених країнах. У більшості розвинених країн світу страхові компанії знаходяться на другому місці після банківських інститутів. Виняток становить лише США, де страхові компанії трохи поступаються взаємним фондам, що швидко розвивався протягом останніх 15 років. Проте США мають у своєму розпорядженні найбільш великий за розміром активів страховий сектор серед провідних країн, темпи зростання якого були одними з найвищих в світі.

Страховий бізнес характеризується високим ступенем чутливості до змін економічного середовища та впливу економічних і політичних циклів, отже зовнішнє середовище страхової компанії справляє істотний вплив на її функціонування, а також рівень фінансової надійності.

Процеси, що притаманні, національному та світовому страховим ринкам тенденції їх розвитку, регуляторна діяльність органів нагляду за страховою діяльністю визначають напрями та перспективи функціонування як ринку загалом, так і окремої страхової компанії.

Таким чином, аналізу фінансової надійності страхової компанії повинен передувати аналіз тенденцій світового та регіонального страхових ринків.

Значний вклад в дослідження стану страхового ринку зробили вітчизняні вчені, такі як В. Базилевич, Г. Третякова, О. Гаманкова, та зарубіжні вчені: Д. Бланда, Л.Рейтман. Проте, проблема оцінювання розвитку страхового ринку не знайшла достатнього відображення у наукових публікаціях.

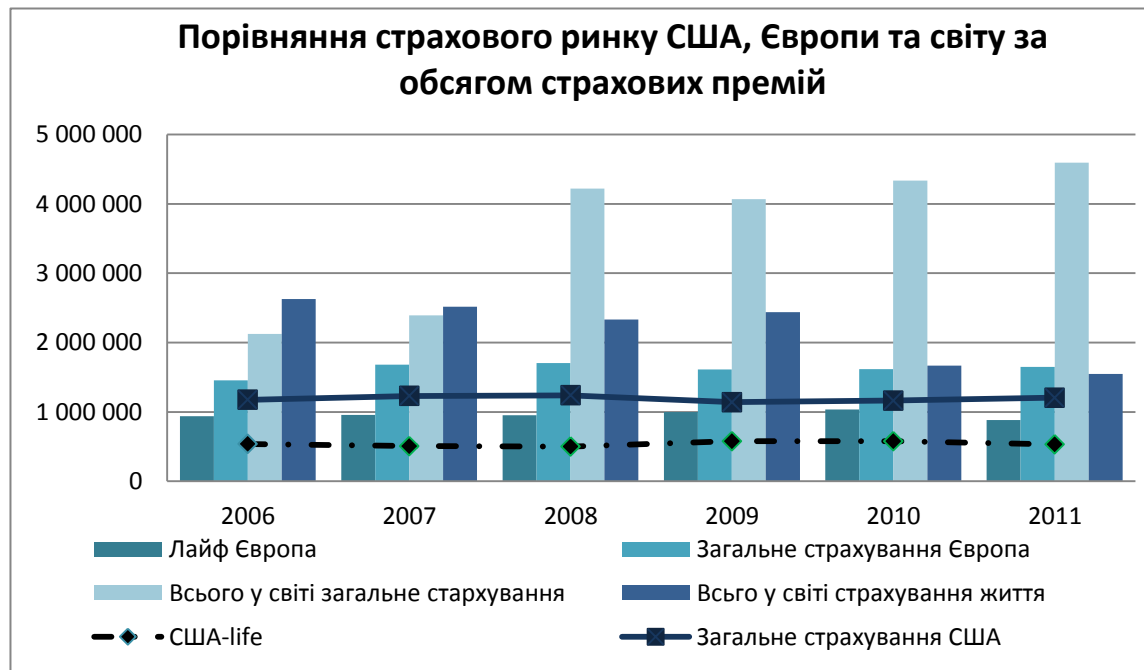


Рис. 1. Порівняння страхового ринку США, Європи та світу за обсягом страхових премій

До системи макроекономічних індикаторів стану та розвитку ринку страхування, що використовується Європейською федерацією страховиків і перестраховиків (CEA), а також Швейцарським перестраховиком Swiss Re включають:

- частку вітчизняного ринку страхування життя у світовому ринку;
- частку ринку страхування життя у вітчизняному ринку страхування;
- співвідношення страхової премії зі страхування життя до ВВП;
- щільність страхування життя.

Світовий ринок страхування життя є складною економічною системою, яка є складовою світового страхового ринку страхування і, водночас, має внутрішню структуру:

- - за територіальною приналежністю виділяють регіональні страхові ринки Америки, Азії, Європи, Африки та Океанії;
- - за рівнем економічного розвитку: ринки індустріально розвинутих країн та країн, що розвиваються [1].

Розрахунок інтегрального індексу здійснюється на основі оцінки окремих індикаторів, які базуються як на статистичних даних, так і даних, отриманих шляхом опитування респондентів.

Методика розрахунку індексу розвитку ринку страхування життя (I_p) передбачає

послідовну реалізацію таких етапів:

- 1) формування множини індикаторів;
- 2) визначення значень індикаторів;
- 3) нормалізація індикаторів;
- 4) розрахунок індексу;
- 5) ранжування країн за значенням індексу розвитку ринку страхування життя.

Формування множини (переліку) індикаторів здійснюється за принципами репрезентативності (включені найбільш суттєві показники, що впливають на рівень економічної безпеки держави), достовірності (адекватно відображають стан складової безпеки) та інформаційної доступності (під час розрахунку використовуються офіційні статистичні дані та публічні експертні оцінки).

Формування переліку індикаторів здійснюється на основі відбору показників, які найбільш повно характеризують кожен із субіндексів, з урахуванням попереднього накопиченого досвіду оцінювання.

До основних індикаторів рівня розвитку ринку страхування життя країни становлять такі показники:

- обсяг страхових премій зі страхування життя;
- співвідношення страхової премії зі страхування життя до ВВП;
- розмір страхового платежу зі страхування життя на одну особу.

Сформована множина індикаторів за допомогою коефіцієнтів кореляції повинна бути перевірена на ступінь щільності статистичних зв'язків між їх числовими рядами з метою уникнення посиленого ефекту під час розрахунку інтегрального показника.

Всі індикатори ринку страхування є показниками-стимуляторами і не мають оптимальних значень, відповідно їхнє зростання оцінюється позитивно, а зниження – негативно. Оскільки ці індикатори мають різні одиниці вимірювання, то доцільно здійснити процедуру їхньої нормалізації.

Нормалізація показників – це перехід від абсолютних до нормалізованих значень індикаторів, яку проведемо за формулою:

$$p_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_{ijmax}}$$

де x_{ij} - значення j -го показника для i -ї країни;

x_{ijmax} - максимальне значення j -го показника.

Розрахунок індексу розвитку ринку страхування життя (I_p) у країні пропонуємо визначати шляхом сумування нормованих значень індикаторів:

$$I_p = \sum p_{ij}$$

Відповідно до одержаних результатів доцільно здійснювати ранжування країн та визначати їх рейтинг. При цьому, чим вищим є значення Індексу розвитку ринку страхування життя (I_p), тим вищою буде рейтингова оцінка країни.

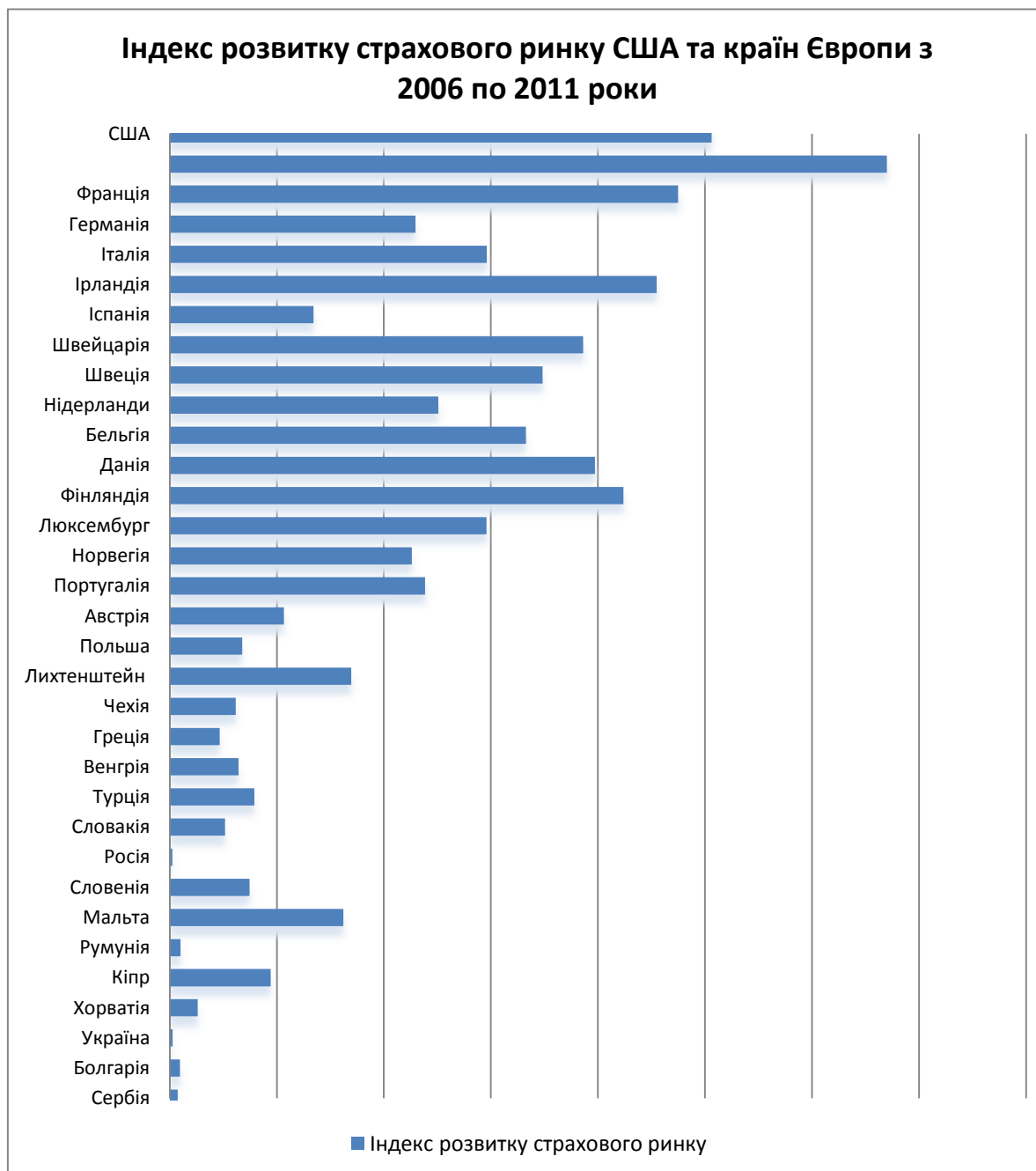


Рис. 2. Індекс розвитку страхового ринку США та країн Європи з 2006 по 2011 роки

Здійснено розрахунок індексу розвитку ринку страхування життя для 32 країн Європи та США з 2006 по 2011 рр., питома вага яких за обсягом зібраних премій зі страхування життя у світовому ринку страхування життя становила в середньому 71,5% [2].

Найвищим рівнем розвитку ринку страхування життя за роки періоду з 2006 по 2011 характеризуються Великобританія, Франція, США та Ірландія. Треба зазначити, що значення Індексу розвитку ринку страхування життя Великобританії у 2008 р., порівняно з іншими роками знизилось майже на 35%, але це не завадило очолити рейтинг країн за рівнем розвитку ринку страхування життя з 2006 та 2011 рр.

Список використаних джерел:

1. Сорока Л.Ю. Інвестиційна політика компаній із страхування життя / Л.Ю. Сорока // Страхова справа. – 2006. – № 1. – С. 39–41.
2. World Insurance in 2006-2011. Swiss Reinsurance Company. [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://www.swissre.com/sigma/>

ПОШУК НАЙКРАЩОГО ЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРА ДИФЕРЕНЦІЙОВАНОЇ ЗДАТНОСТІ ТЕСТОВОГО ЗАВДАННЯ ДЛЯ МОДЕЛІ БІРНБАУМА

Яна Лисенко, Катерина Акбаш

Основними складовими інформаційного забезпечення автоматизованої системи контролю та моніторингу за якістю навчального процесу є база тестових завдань і база результатів тестування випробуваних. Якісні та кількісні характеристики тестових завдань безпосередньо впливають на об'єктивну інтерпретацію результатів тестування випробуваних. Кількісні та якісні характеристики кожного тестового завдання краще визначати дослідним шляхом.

Розглянемо завдання отримання кількісних характеристик тестових завдань на моделях IRT (Item Response Theory). Модель Г.Раша описує ймовірність правильного рішення тестового завдання як функцію, залежну від рівня підготовленості випробуваного і складності тестового завдання. У моделі Бірнбаума з'являється новий параметр – диференційована здатність тестового завдання.

Диференційована здатність тестового завдання є індикатором умови, визначального коригування тестового завдання або його виключення з тесту. Підбір тестових завдань збалансованої диференційованої сили дозволяє досягти оптимальної валідності і надійності тесту. Похибка вимірювання диференційованої здатності тестового завдання служить причиною формування некоректних тестів і, як наслідок, призводить до збільшення диференційованої помилки виміру для всього тесту.

Постановка задачі

Результати тестування випробовуваних представлені бінарною матрицею відповідей (емпіричних даних):

$$X = (x_{i,j} | x_{i,j} \in \{0,1\}, i = \overline{1,n}, j = \overline{1,k})$$

9) де n – кількість учасників тестування; k – кількість завдань у тесті.

Інтерпретація властивостей завдань тесту і виставляння тестових балів випробуваним припускають попереднє вирішення ряду завдань.

Завдання пошуку параметрів моделі Г. Раша. Дано:

$$X = (x_{i,j} | x_{i,j} \in \{0,1\}, i = \overline{1,n}, j = \overline{1,k})$$

Знайти рівень підготовленості випробуваних $\theta_i: i = \overline{1,n}$, і трудність для кожного тестового завдання $\delta_j: j = \overline{1,k}$, які відповідають дихотомічній моделі Г. Раша.

$$P_j\{x_{i,j} = 1 | \theta_i, \delta_j\} = \frac{\exp(\theta_i - \delta_j)}{1 + \exp(\theta_i - \delta_j)},$$

10) де P_j – імовірність того, що i -й випробуваний виконає правильно j -е завдання (і, таким чином, отримає 1 бал за виконання цього завдання).

Описане вище завдання може бути вирішене методом максимальної правдоподібності, що дозволяє отримати модель Г. Раша, найкращим чином описує бінарну матрицю відповідей X . Про невідповідність тестового завдання моделі Г. Раша можна судити за значеннями відхилень емпіричних даних від характеристичної кривої. З іншого боку, А. Бірнбаум запропонував ввести в модель Г. Раша параметр кута нахилу характеристичної кривої, варіюючи значенням якого можна домогтися найкращої відповідності тестового завдання моделі вимірювання.

Таким чином завдання вибору найкращого значення диференційованої сили тестового завдання (кута нахилу характеристичних кривих) є актуальною.

Завдання пошуку найкращого значення параметра диференційованої здатності тестового завдання для моделі А. Бірнбаума:

Дано: $X = (x_{i,j} | x_{i,j} \in \{0,1\}, i = \overline{1,n}, j = \overline{1,k})$, $\theta_i: i = \overline{1,k}$, $\delta_j: j = \overline{1,k}$. Знайти для кожного тестового завдання значення кута нахилу характеристичної кривої (параметр диференційованої сили завдання), що забезпечує максимальну відповідність емпіричних даних двопараметричної моделі А. Бірнбаума:

$$P_j\{x_{i,j} = 1 | \theta_i, \delta_j, d_i\} = \frac{\exp(d_j(\theta_i - \delta_j))}{1 + \exp(d_j(\theta_i - \delta_j))}$$

Математичний опис.

Розглянемо рішення задачі пошуку параметрів моделі Г. Раша методом максимальної правдоподібності. Метод полягає в побудові функції правдоподібності $L(x_{i,j}; \theta_i, \delta_j)$ дискретної випадкової величини $x_{i,j}$.

$$L(x_{i,j}; \theta_i, \delta_j) = \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^k P_j\{x_{i,j} | \theta_i, \delta_j\} = \frac{\exp[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k x_{i,j}(\theta_i - \delta_j)]}{\prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^k (1 + \exp(\theta_i - \delta_j))}$$

$$11) \text{ де } P_j\{x_{i,j} | \theta_i, \delta_j\} = \frac{\exp\{x_{i,j}(\theta_i - \delta_j)\}}{1 + \exp(\theta_i - \delta_j)}.$$

В якості точкових оцінок латентних параметрів беруть значення θ_i^* і δ_j^* , при яких $L(x_{i,j}; \theta_i^*, \delta_j^*) = \max L(x_{i,j}; \theta_i, \delta_j)$. Відомо, що $L(x_{i,j}; \theta_i^*, \delta_j^*)$ і $\ln L(x_{i,j}; \theta_i^*, \delta_j^*)$ досягають максимуму при одних і тих же значеннях θ_i^* і δ_j^* .

Логарифмічна функція правдоподібності в даному випадку має вигляд:

$$12) \ln L(x_{i,j}; \theta_i^*, \delta_j^*) = \sum_{i=1}^n a_i \theta_i - \sum_{j=1}^k b_j \delta_j - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \ln[1 + \exp(\theta_i - \delta_j)],$$

$$13) \text{ де } a_i = \sum_{j=1}^k x_{i,j} \text{ — первинні бали } i\text{-го випробуваного; } \delta_j = \sum_{i=1}^n x_{i,j} \text{ — первинні бали } j\text{-го завдання.}$$

Для знаходження максимуму функції правдоподібності необхідно вирішити наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\partial \ln L(\theta_i, \delta_j)}{\partial \theta} = a_i - \sum_{j=1}^k \frac{\exp(\theta_i - \delta_j)}{1 + \exp(\theta_i - \delta_j)} = 0, i = \overline{1,n} \\ \frac{\partial \ln L(\theta_i, \delta_j)}{\partial \delta} = -b_j + \sum_{i=1}^n \frac{\exp(\theta_i - \delta_j)}{1 + \exp(\theta_i - \delta_j)} = 0, j = \overline{1,k} \end{cases}$$

Представлена вище система рівнянь називається системою правдоподібності і містить $(n + k)$ рівнянь з $(n + k)$ невідомими латентними параметрами: $\theta_i: i = \overline{1,n}$ і $\delta_j: j = \overline{1,k}$. Система правдоподібності має єдиний розв'язок, якому відповідає максимум логарифмічної функції правдоподібності.

У табл.1 наведено навчальний приклад з результатами тестування випробовуваних, що використовуються для визначення параметрів θ_i і δ_j моделі

Г.Раша методом максимальної правдоподібності. Для перевірки відповідності емпіричних даних моделі Г.Раша випробовувані діляться на групи (в даному випадку, на три групи: $Z = 3$) уздовж шкали θ : 1 – сильна група, 2 – середня група досліджуваних, 3 – слабка група. Всього всередині групи з номером k виявляється m_z випробовуваних, $z = \overline{1, Z}$.

Таблиця 1. Навчальний приклад таблиці результатів тестування

i	X _{1,1}	X _{1,2}	X _{1,3}	X _{1,4}	X _{1,5}	X _{1,6}	X _{1,7}	X _{1,8}	X _{1,9}	X _{1,10}	a _i	θ _i	
1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	9	2,1972	I група
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	9	2,1972	
3	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	8	1,3863	
4	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	8	1,3863	
5	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	7	0,8473	II група
6	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	6	0,4055	
7	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	6	0,4055	
8	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	6	0,4055	
9	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	5	0	
10	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	5	0	
11	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	5	0	
12	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	4	-0,405	III група
13	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	4	-0,405	
14	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	4	-0,405	
15	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	4	-0,405	
16	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	3	-0,847	
17	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2	-1,386	
18	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	2	-1,386	
19	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	2	-1,386	
20	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-2,197	
b _i	19	16	14	11	10	10	8	5	5	2			
δ _i	-2,944	-1,386	-0,847	-0,201	0	0	0,405	1,098	1,098	2,197			

У межах кожної групи – r_z випробовуваних відповідають правильно на j – е завдання тесту. Таким чином, для логіта підготовленості θ_z групи з номером z емпіричне значення ймовірності $p_{z,j}$ правильної відповіді на дане завдання представлено в таблиці 2: $p_{z,j}(\theta_z) = \frac{r_z}{m_z}$

Критерій відповідності емпіричних даних моделі Г.Раша визначимо як суму квадратів відхилень розрахованих значень моделі від емпіричних даних $p_{z,j}$:

$$S_z = \sum_{j=1}^z \left(p_{z,j} - \frac{\exp(\theta_z - \delta_j)}{1 + \exp(\theta_z - \delta_j)} \right)^2$$

Розглянемо вирішення задачі пошуку найкращого значення параметра диференційованої здатності завдання моделі А. Бірнбаума. У двопараметричній моделі А. Бірнбаума характеристикою тестового завдання j є не тільки логіт складності δ_j , а й диференційована здатність δ_j . Диференційована здатність визначається як тангенс кута нахилу дотичної, проведеної до графіка тестового завдання в точці $\theta = \delta_j$. Чим вище значення δ_j , тим краще завдання підходить для тесту. На практиці рекомендується, як правило, залишати завдання зі значеннями $\delta_j \in [0.5; 2.5]$.

При $\delta_j = 1$ логічна модель А. Бірнбаума збігається з логічною однопараметричною моделлю Г. Раша.

Таблиця 2. Ймовірність правильної відповіді випробовуваних z -ї групи

z	$P_{z,1}$	$P_{z,2}$	$P_{z,3}$	$P_{z,4}$	$P_{z,5}$	$P_{z,6}$	$P_{z,7}$	$P_{z,8}$	$P_{z,9}$	$P_{z,10}$	θ_z
1	1	1	1	0,75	1	1	1	0,75	0,75	0,25	1,7918
2	0,71429	0,7143	0,5714	0,5714	0,2857	0,4286	0,1429	0,1429	0,1429	0,1429	0,2948
3	0,88889	0,6667	0,4444	0,2222	0,2222	0,1111	0,1111	0,1111	0,1111	0	-0,981
S_j	0,64809	0,0893	0,0472	0,2342	0,3581	0,4209	0,6231	0,6395	0,6395	0,9443	

Диференційована здатність тестового завдання може бути розрахована на основі бісеріального коефіцієнта кореляції в припущенні, що значення латентної змінної, що лежить в основі виконання завдань, розподілені нормально.

Пропонована формула для оцінки параметра диференційованої здатності j -го завдання тесту має вигляд $d_j = \frac{r_{bis_j}}{\sqrt{1-(r_{bis_j})^2}}$,

14) де r_{bis_j} – бісеріальний коефіцієнт кореляції j -го завдання. У табл. 3 наведені значення бісеріальних коефіцієнтів і диференційованих здібностей тестових завдань навчального прикладу таблиці результатів тестування.

Таблиця 3. Диференційована здатність тестового завдання

J	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
15) r_{bis_j}	0,21226	0,4841	0,6104	0,519	0,7316	0,6455	0,7466	0,4969	0,4472	0,2869
dJ	0,21721	0,5533	0,7706	0,6072	1,073	0,8452	1,1224	0,5726	0,5	0,2995

Результати моделювання

Критерій відповідності емпіричних даних моделі А. Бірнбаума визначимо як суму квадратів відхилень розрахованих значень моделі від емпіричних значень $p_{z,j}$, отриманих за результатами тестування:

$$S_j = \sum_{z=1}^z \left(p_{z,j} - \frac{\exp(d_j(\theta_i - \delta_j))}{1 + \exp(d_j(\theta_i - \delta_j))} \right)^2$$

Знайдемо оптимальні значення при яких функція $S_j(d_j^*)$ досягає мінімального значення:

$$S_j^* = S_j(d_j^*) = \sum_{z=1}^z \left(p_{z,j} - \frac{\exp(d_j^*(\theta_i - \delta_j))}{1 + \exp(d_j^*(\theta_i - \delta_j))} \right)^2$$

Отримані значення диференційованої здатності d_j^* є найкращими з точки зору відповідності емпіричним даними.

Кількісні результати моделювання, наведені в табл. 4, показують, що для тестових завдань значення S_j^* і S_j' мають суттєві відмінності.

Таблиця 4. Значення параметра диференційованої здатності тестового завдання d_j , d_j^* , d_j' і критерію оптимальності S_j , S_j^* , S_j'

d_j	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
S_j	0,64809	0,0893	0,0472	0,2342	0,3581	0,4209	0,6231	0,6395	0,6395	0,9443
16) d_j'	0,21721	0,5533	0,7706	0,6072	1,073	0,8452	1,1224	0,5726	0,5	0,2995
S_j'	0,15196	0,0339	0,0326	0,0265	0,1033	0,0875	0,1407	0,0976	0,1161	0,1736
d_j^*	3,69116	1,0295	1,0061	0,6036	0,942	1,0812	0,8943	0,2028	0,1812	0
S_j^*	0,08164	0,3759	0,404	0,3696	0,3404	0,2784	0,3077	0,4574	0,4677	0,5625

Висновки

За результатами, представленими в табл. 4, для моделі А. Бірнбаума з параметром d_j^* , з тесту повинні бути видалені завдання №1, 10, так як $d'_1, d'_{10} \notin [0.5; 2.5]$, а судячи за значеннями d_j^j — з тесту також повинні бути видалені завдання № 1, 10. Таким чином, тест, скомпонований по параметрам d_j^* і d_j^j , повинен містити завдання № 2-9.

Запропонований у роботі підхід для пошуку найкращого значення параметра диференційованої здатності тестових завдань є допустимим і дозволяє домогтися зниження стандартної помилки виміру для всього тесту в цілому.

Список використаних джерел:

1. Основи педагогічного оцінювання: [навчально-методичний посібник] / Т.М.Канівець. – Ніжин: Видавець ПП Лисенко М.М., 2012. — 102 с.
2. Вимірювання в освіті: Підручник /За редакцією О.В. Авраменко.— Кіровоград: «КОД», 2011. – 360 с.

ОПИТУВАННЯ ЯК ВАЖЛИВИЙ ВИД КОНТРОЛЮ І ОБЛІКУ ЗНАНЬ СТУДЕНТІВ

Андрій Лутченко, Людмила Яременко

Сьогодні в практику вищої школи активно впроваджується система кредитно-модульної форми навчання як відбиття потреб суспільства в підготовці висококваліфікованих фахівців, що відповідають європейським освітнім стандартам. Практичне застосування нової системи навчання призвело до появи різноманітних схем її реалізації. Результати її застосування виявились як позитивними, так і негативними, що зумовлюється зокрема недостатньою розробкою умов ефективності організації контролю навчальної діяльності студентів в новій системі навчання. Тому виникає необхідність впровадження системи контролю максимальної об'єктивності та можливості вимірювання оцінки за допомогою якісних та кількісних показників.

Дана стаття присвячена пошуку ефективних шляхів організації *опитування*, як одного з найважливіших видів контролю й обліку знань студентів спеціальності 8.18010022 «Освітні вимірювання», на практичних заняттях з курсу «Статистичні методи в освітніх вимірюваннях».

Об'єкт дослідження: навчання студентів статистичних методів в освітніх вимірюваннях.

Предмет дослідження: система запитань та тестових завдань для опитування, діагностики і обліку знань цих студентів.

Одним з найважливіших способів закріплення і поглиблення знань є опитування. Слухаючи відповідь товариша і зауваження викладача, студенти поповнюють і розширюють свої знання з теми, повторюють і закріплюють матеріал, розвиваються їх мова і мислення.

Досвід показує, коли опитування проводиться рідко, то студенти перестають систематично готуватися до занять і запускають матеріал. Тому опитування треба проводити систематично або на початку заняття, або у середині чи в кінці. Оцінки корисно виставляти за відповіді біля дошки, з місця, за доповнення та рецензії доповідей, самостійний аналіз викладеного матеріалу, розв'язування задач тощо.

На практичних заняттях *поточне* опитування є одним з видів самостійної роботи студентів і проводиться не тільки з метою контролю, а й для розвитку

потрібних навичок та придбання нових знань, сприяє розвитку самостійності студентів, забезпечує закріплення отриманих знань, допомагає активізувати процес навчання.

У міру накопичення знань змінюється і опитування. Воно стає ґрунтовніше і виливається в *узагальнююче* опитування: викладач перевіряє знання по всій темі чи змістовому модулю. У ході опитування викладач неодноразово звертається до з'ясування особистої думки студентів, привчає їх до вміння аналізувати, узагальнювати пройдений матеріал. Узагальнююче опитування допомагає виявити слабкі місця, прогалини в знаннях і ліквідувати їх.

Одним з видів узагальнюючого опитування є модульне опитування. Виходячи з результатів експериментальних досліджень, нами були сформульовані принципи, покладені в основу тематичного обліку знань. Вони можуть бути використані у викладанні будь-якої дисципліни.

1. Виділення в кожній програмній темі основного, вузлого матеріалу, складання контрольних питань, які дали б можливість об'єктивно визначати знання студентів.

2. Для обліку знань студентів з теми необхідно використовувати такі форми і методи перевірки, які давали б можливість виявляти фактичний рівень знання кожного студента з кожного питання. Використання різних форм контролю для перевірки знань викликає у студента інтерес до виконання тих завдань, які перед ними поставлені.

3. Модульний облік знань студентів зобов'язує викладача виставляти відмітки з кожної теми всім без винятку студентам.

4. Незадовільна оцінка, отримана за незнання одного або цілого розділу, виправляється тільки позначкою за оволодіння тим же матеріалом, в тому ж обсязі. Не можна двійку, отриману сьогодні студентом за незнання перекривати наступною трійкою за зовсім інший матеріал. Інакше студент не мобілізуватиме свої сили на систематичну роботу; оцінка для нього ставатиме самоціллю, а не стимулом до отримання знань з усього курсу. Причому прогалини в знаннях, які породжує така практика, ускладнює навчання студента в майбутньому, часто студент потрапляє в число відстаючих.

5. Кожна оцінка, отримана студентом, повинна відповідати конкретному навчальному матеріалу.

6. На одному занятті студент може отримати дві оцінки: одну – за матеріал попереднього заняття, а іншу – за новий матеріал, який закріплюється на практичному занятті.

7. Для об'єктивної підсумкової оцінки доцільно проводити тематичні перевірочні роботи з використанням завдань у тестовій формі.

Розглянемо тепер особливості організації навчально-пізнавальної діяльності студентів у процесі опитування на практичних заняттях з курсу «Статистичні методи в освітніх вимірюваннях».

Насамперед, слід на початку вивчення дисципліни повідомити студентам теми практичних занять та вказати питання, які будуть розглянуті, у вигляді плану. У кінці необхідно вказати літературу для самостійного опрацювання, особливо вона стане у нагоді магістрантам, які працюють за індивідуальним планом. Електронні посібники й підручники можна розмістити на сервері навчальних матеріалів.

Під час читання лекцій по кожній з тем викладачеві доцільно виділяти запитання для самоконтролю, які використовуються для актуалізації опорних знань студентів на практичних заняттях під час *опитування чи тестування*. Особливо корисними вони будуть для тих студентів, які з певних причин не були присутні на лекції.

Для прикладу наведемо план і запитання для самоконтролю вивчення першої лекції (таблиця 1).

Таблиця 1.

План і запитання для самоконтролю вивчення теми курсу

План	Запитання для самоконтролю
1. Математична статистика, її основні задачі.	1. Що вивчає математична статистика, які її основні задачі?
2. Генеральна сукупність. Вибірка. Варіаційний ряд. Основні характеристики вибірки, заданої дискретним статистичним рядом.	2. Дайте визначення генеральної сукупності, вибірки. Що розуміють під обсягом генеральної сукупності, вибірки? Наведіть приклади.
3. Вибірка задана інтервальним статистичним рядом та її числові характеристики.	3. Яка вибірка називається репрезентативною?
4. Числові характеристики форми (асиметрія, ексцес) та методи їх обчислень.	4. Яка різниця між варіаційним і дискретним статистичним рядами?
5. Графічне зображення вибірки, заданої дискретним статистичним рядом.	5. Що таке інтервальний статистичний ряд?
6. Графічне зображення вибірки, заданої інтервальним статистичним рядом.	6. Як побудувати полігон частот, гістограму?
	7. Які статистичні характеристики вибірки ви знаєте?
	8. Які відмінності у знаходженні статистичних характеристик для інтервального і дискретного статистичних рядів?

Викладачі математично-статистичних дисциплін, як правило, домагаються, щоб студенти добре знали потрібні формули і правила. З цією метою крім усного опитування на початку заняття проводять *письмово* математичні диктанти на 8-10 хвилин, короткочасні самостійні роботи у формі тестування тощо.

Для підготовки до опитування на практичних заняттях, на нашу думку, доцільно запропонувати студентам також тематику рефератів з дисципліни. Темі можуть носити оглядовий, історичний, прикладний, проблемний, дослідницький характер. Перелік тем повинен бути відомий на початку семестру, щоб кожний студент, який бажає зайнятися цією роботою, міг вибрати собі те, що йому цікаво завчасно, щоб гарно підготуватися. При бажанні одну тему можуть узяти 2-3 магістранти. Наприклад, реферат на тему «Знаходження та інтерпретація числових характеристик вибірки за результатами тестування студентів в рамках класичної теорії тестів» можуть підготувати троє студентів, розглянувши відповідно числові характеристики 1) центральної тенденції (мода, медіана, середнє значення), 2) варіації (розмах, дисперсія, лінійне і середнє квадратичне відхилення, квадратичний коефіцієнт варіації), 3) форми (асиметрія, ексцес).

Ми вважаємо, що було б корисно дати можливість всім студентам групи ознайомитися з кращими роботами. З цією метою можна на останній парі провести конференцію, де студенти самі виберуть 2-3 кращі доповіді й висунуть їх на загальноуніверситетську студентську наукову конференцію. Провідний лектор може заохотити авторів доповідей, виставивши високі бали, що вплинуть в подальшому на загальний результат під час екзамену. Така діяльність, на наш погляд, з одного боку розвиває творчі здібності авторів робіт, а з іншою – підвищує мотивацію вивчення дисципліни всіх студентів.

Для підвищення ефективності навчально-пізнавальної діяльності студентів необхідно створити комплекс навчально-методичних посібників для її здійснення,

систематично використовувати на практичних заняттях сучасні інформаційні технології, мультимедійні можливості аудиторного фонду.

У ході дослідження на підставі аналізу психолого-педагогічної, математично-статистичної та методичної літератури, практичного досвіду викладачів ми розробили систему запитань (для усного опитування) і тестових завдань (для письмового опитування) з курсу «Статистичні методи в освітніх вимірюваннях». Завдання у тестовій формі ми сконструювали для двох модульних контролів. Вони наведені в методичному посібнику [2]. Під час модульного контролю навчальних досягнень магістрантів проведена апробація розроблених тестових завдань, оброблені результати тестування статистичними методами за класичною та сучасною теорією тестів. Проаналізувавши отримані результати, ми калібрували тестові завдання з метою підвищення їх валідності й гомогенності.

Експеримент показав, що тестування можна проводити за допомогою спеціалізованих програм, наприклад, MyTest (у комп'ютерній аудиторії), або по заздалегідь виготовленим матеріалам (карткам).

Аналіз помилок доцільно провести на консультації. Консультації дають можливість студентам безпосередньо в особистій бесіді з викладачем отримати відповіді на питання, що їх цікавлять. Викладач, у свою чергу, в результаті неформального спілкування із студентами, зможе краще взнати індивідуальні особливості кожного, оцінити труднощі, з якими стикаються студенти при вивченні окремих питань теми. Такий зворотний зв'язок дає матеріал для вдосконалення методики навчання дисципліни.

Таким чином, як усне так і письмове опитування безпосередньо бере участь у процесі пізнання, забезпечує поглиблене засвоєння і міцне запам'ятовування навчального матеріалу. До цього слід додати, що за допомогою опитування викладач перевіряє і власну роботу, правильність застосованих методів викладання, а також розвиває працьовитість, товариську взаємодопомогу, відповідальність, наполегливість й акуратність студентів.

Впровадження сучасних методів контролю та обліку знань (зокрема їх важливого виду – опитування) у практику навчання в освітніх закладах України забезпечило б дотримання вимог, що висувуються до контролю: об'єктивність, надійність, вимірюваність, цілеспрямованість, систематичність тощо, і дозволило б зробити навчання ефективним та наблизити його до світових стандартів.

Список використаних джерел:

1. Гринченко И.С. Современные средства оценивания результатов обучения. Учебно-методическое пособие. – Москва: УЦ Перспектива, 2008.
2. Методичні рекомендації до організації тестового контролю навчальних досягнень студентів з курсу «Статистичні методи в освітніх вимірюваннях» // Укл. Яременко Л.І., Лутченко А.В. – Кіровоград: КДПУ ім. В. Винниченка, 2014.

МОЖЛИВОСТІ СИСТЕМИ SUNRAV TESTOFFICEPRO ДЛЯ ОРГАНІЗАЦІЇ ТЕСТУВАННЯ

Олександр Мазурцов, Степан Паращук

Комп'ютер як засіб для тестування має свої переваги і недоліки. Комп'ютерне тестування сприяє об'єктивності оцінки випробовуваного. Мабуть, саме цей фактор сприяє розширенню сфери застосування такого тестування – воно успішно використовується в школах, вузах, при вступі на роботу, при здачі іспитів і т.д.

Метою даної статі є дослідження можливостей системи SunRav TestOfficePro для проведення педагогічного тестування. Знання цих можливостей дозволить

розробнику теста створити відповідний системі тест із допустимих завдань та організувати процес тестування.

У пакет SunRav TestOfficePro входять програми для створення тестів, проведення тестування і обробки результатів тестування. З його допомогою можна організувати і проводити тестування та іспити в освітніх установах (вузи, коледжі, школи), а підприємства та організації можуть здійснювати атестацію та сертифікацію своїх співробітників.

Пакет дозволяє створювати тести з предметів шкільної програми, вузівським дисциплін, тести для професійного тестування, психологічні тести тощо.

Всі тести і результати тестування шифруються методами стійкої криптографії, що виключає можливість підробки результатів. Крім того, на тест можна встановити паролі: на редагування - захищає тест від перегляду його структури, правильних відповідей і т.д.; на перегляд – запобігає проведенню пробного тестування з метою з'ясування правильних відповідей.

Запитання та варіанти відповіді можна формувати, використовуючи для цього вбудований текстовий редактор, близький за своїми функціями до MS WORD (рис. 1). У редакторі можна вставляти зображення, формули, схеми, таблиці, аудіо та відео файли, HTML-документи.

Тест може бути розділений на декілька тем. При цьому можливе оцінювання знань випробовуваного як по кожній темі окремо, так і по тесту в цілому.

Запитання в тесті можна перемішувати. Більше того, розробник тесту може визначити, скільки питань з кожної теми отримає користувач для тестування.

Порядок проходження питань може бути не тільки лінійним, а й залежати від відповідей користувача.

Кожне питання і варіант відповіді може мати свою «вагу». Це дозволяє нараховувати користувачеві більше балів за правильні відповіді на складні питання і менше балів за відповіді на легкі питання.

Кожне питання може бути забезпечене коментарем, що містить інформацію про правильну відповідь і т.п.

Тестування можна обмежити за часом - як для тесту, так і для кожного питання. При цьому кількість часу, що виділяється для кожного питання, може бути різним.

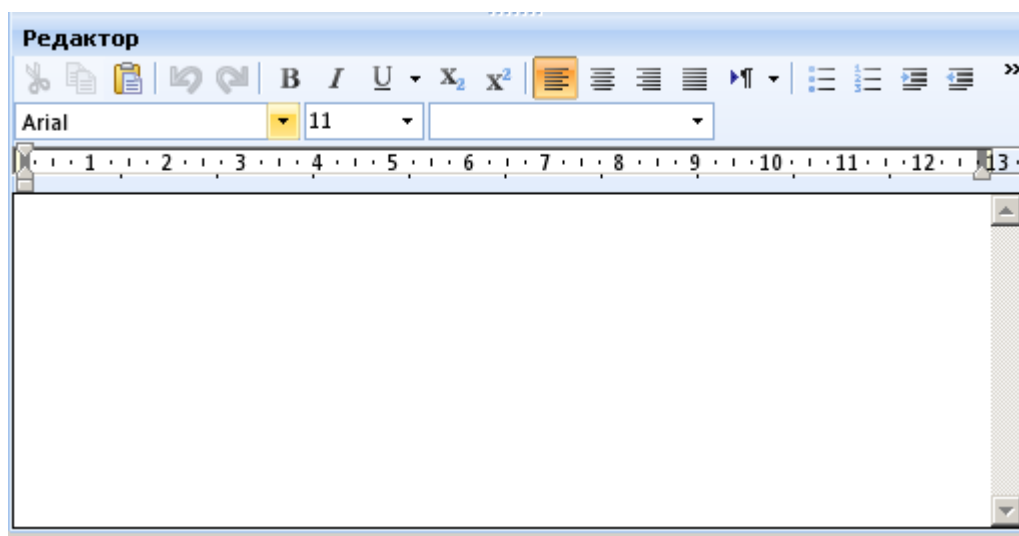


Рис.1. tMaker редактор.

У пакет SunRavTestOfficePro входять наступні програми:

tMaker – програма, що дозволяє створювати і редагувати тести. Можливо імпортування тестів, створених у текстовому редакторі або в редакторі електронних таблиць;

tTester – програма для проведення тестування;

tAdmin – програма для віддаленого адміністрування користувачів і обробки результатів тестування. Дозволяє переглядати/друкувати результати тестування, а також створювати, друкувати, редагувати, експортувати звіти з тестування груп користувачів. Можливе створення матриці відповідей.

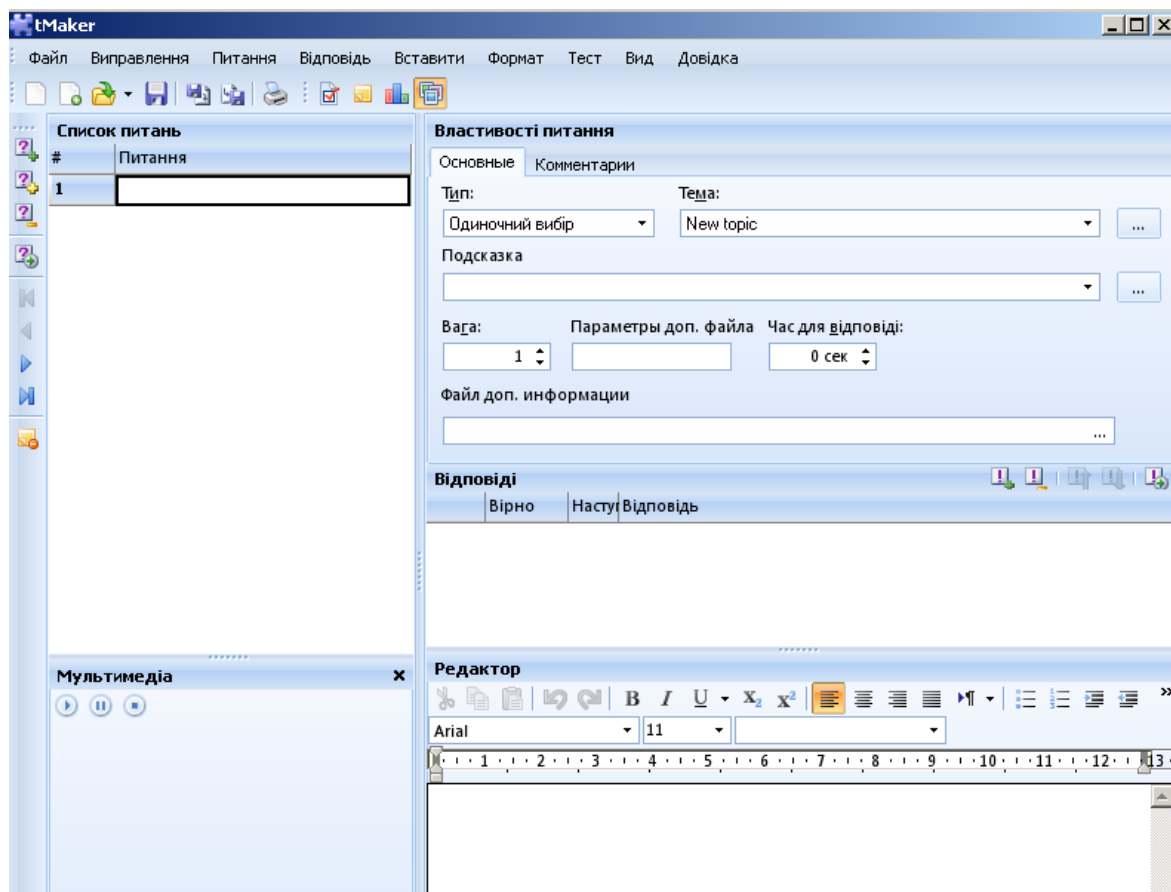


Рис.2. Зовнішній вигляд tMaker.

Інтерфейс програми tMaker зображений на рис. 2. За допомогою tMaker користувач отримує можливості для створення банку тестових завдань.

Ці можливості такі:

1. Програма дозволяє використовувати 5 типів тестових завдань: одиночний вибір відповіді, множинний вибір відповідей, відкрита відповідь, завдання на встановлення відповідності, упорядкування списку.
2. Можна розбити тест на декілька тем та проводити оцінювання як з кожної теми окремо, так і по тесту в цілому.
3. З кожним питанням можна пов'язати коментар з інструкцією про тестування, підказкою, інформацією про правильну відповідь і т.п.
4. Встановити варіанти реакцій системи на відповідь користувача.
5. Призначити тестовим завданням вагу і нараховувати різну кількість балів за правильні відповіді залежно від складності завдання.
6. Програма дозволяє вставляти зображення, формули, схеми, таблиці, аудіо і відео файли, HTML документи у тестові завдання.

7. Вбудований в tMaker текстовий редактор для написання тестів за функціями нагадує звичний багатьом MS Word.
8. Введення питань і варіантів відповідей у текстовому редакторі і подальший їх імпорт в tMaker.

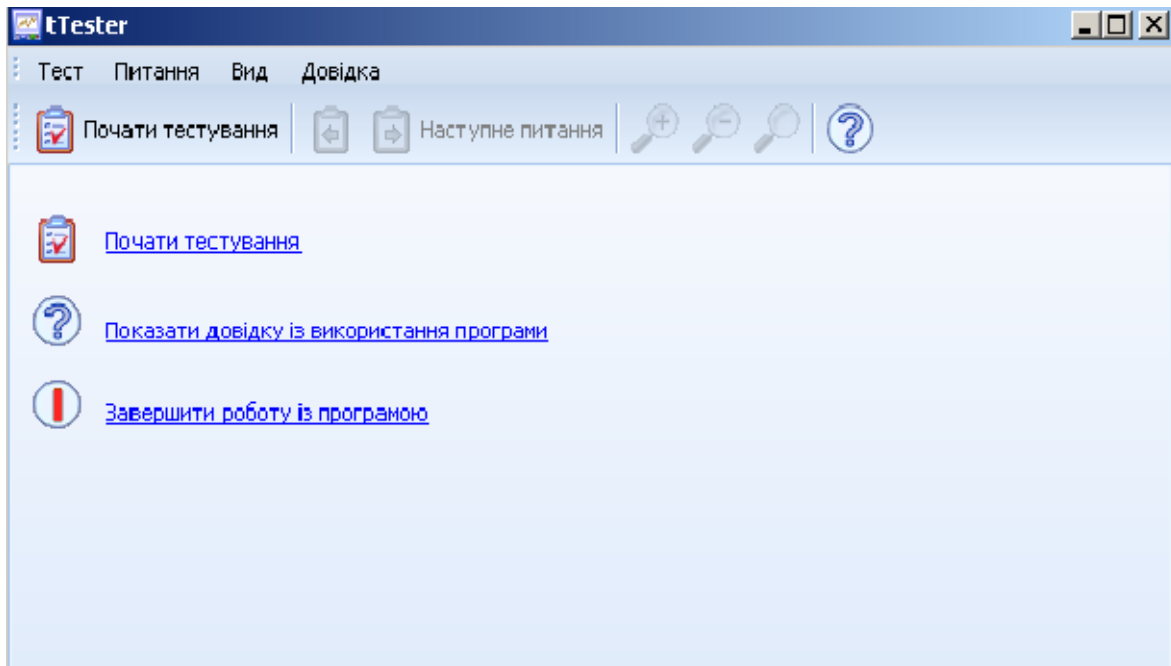


Рис.3. tTester.

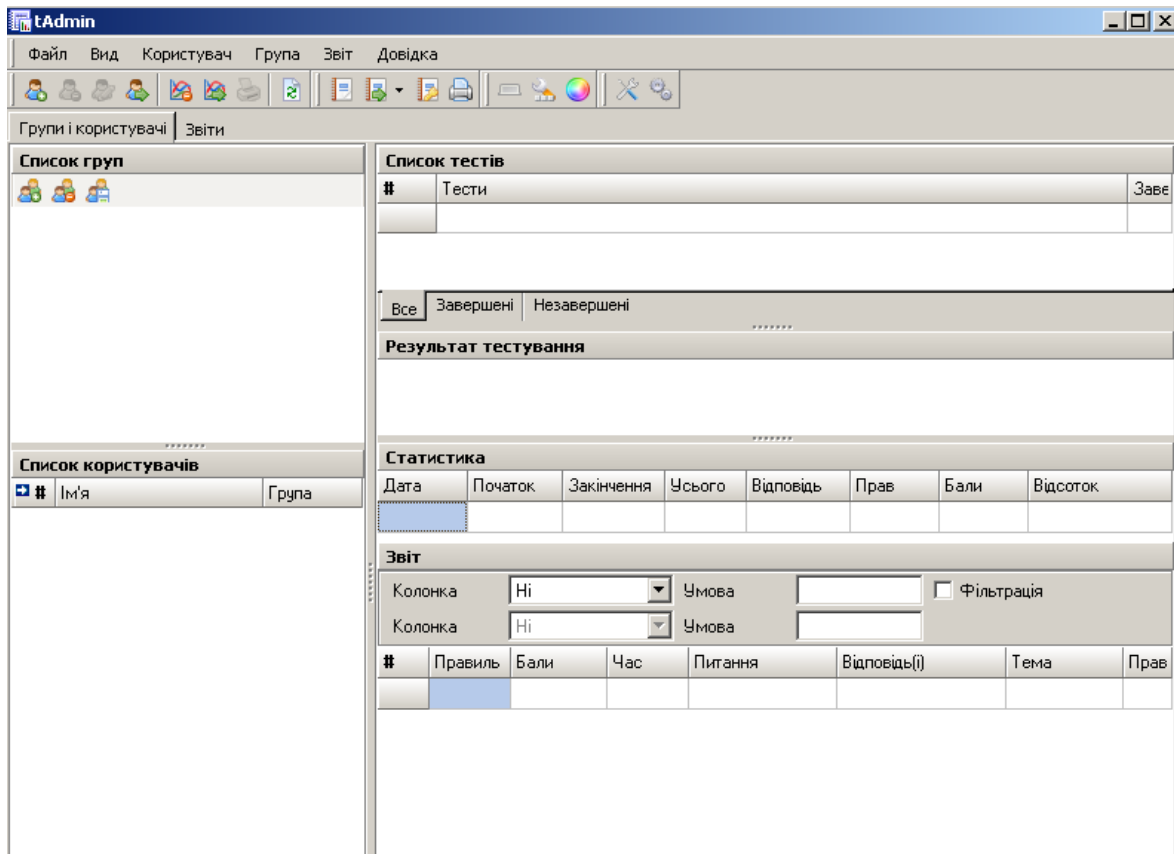


Рис.4. tAdmin.

Програма tTester забезпечує користувача можливостями для проходження тестів. Користувачеві пропонується зареєструватися перед початком тестування, обрати групу і тест. Під час тестування користувач отримує необхідну інформацію по тесту. Існує можливість переглядати та зберігати результати тестування. Інтерфейс програми tTester зображений на рис. 3.

Інтерфейс програми tAdmin зображений на рис. 4. tAdmin дозволяє виконувати налаштування процесу тестування:

- 1) дозволяє розділити всіх користувачів на групи (класи, відділи і т.д.) і для кожної з груп створити папку, у якій будуть зберігатися результати тестування користувачів саме цієї групи;
- 2) забезпечує виконання операцій з групами та користувачами.

Таким чином, система SunRav TestOfficePro дозволяє створювати тести, проводити тестування і обробляти результати тестування за допомогою відповідних програм tMaker, tTester, tAdmin. Система підтримує всі форми тестових завдань різних видів. До завдань можна додавати коментарі, довідки та підказки. Існує можливість виконувати налаштування процесу тестування, підтримується робота з групами та користувачами, яким можна надавати різні можливості щодо проходження тестів. Загалом система SunRav TestOfficePro є потужним та зручним програмним засобом для проведення тестування.

Список використаних джерел:

1. Прохоров А. Программы для создания тестов и проведения тестирования. //Компьютер Пресс. – 2005. – №11. – [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://compress.ru/article.aspx?id=15044>
2. SunRav SOFTWARE [Ел. рес.] – Реж. дост.: <http://www.sunrav.ru/testofficepro.html>
3. SunRav [Ел. рес.] – Режим доступу: <http://www.sunrav.com/products/srtop/>

ЛЕБЕГІВСЬКИЙ ТИП НЕСКІНЧЕННОЇ ЗГОРТКИ БЕРНУЛЛІ, ПОРОДЖЕНОЇ ЗНАКОДОДАТНИМ РОЗКЛАДОМ ЛЮРОТА

Ольга Мамалига, Олег Макаручук

Ймовірнісну міру, що відповідає випадковій величині ξ , такий що

$$\xi = \sum_{n=1}^{\infty} \xi_n a_n,$$

де ξ_n – послідовність незалежних випадкових величин, які набувають значень 0 і 1 з ймовірностями $\frac{1}{2}$, a_n – послідовність дійсних чисел таких, що ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ є збіжним, називають нескінченною згортокою Бернуллі.

За теоремою Джессена-Вінтнера [4], розподіл випадкової величини ξ є чистим, тобто дискретним, абсолютно неперервним або ж сингулярним. За теоремою Леві [2], розподіл випадкової величини ξ є неперервним, тобто, у нашому випадку, абсолютно неперервним або ж сингулярним.

Проблема знаходження критеріїв, накладених на послідовність a_n , при яких розподіл ξ є сингулярним (абсолютно неперервним) є актуальною проблемою теорії ймовірностей, якій присвячено чимало робіт [3]. В загальній постановці дана проблема є надзвичайно складною, тому дослідники розглядають її в певних класах послідовностей a_n .

Представлення числа $x = (0;1]$ у вигляді

$$x = \frac{1}{d_1 + 1} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{d_1(d_1 + 1) \dots d_{n-1}(d_{n-1} + 1)(d_n + 1)},$$

де d_k – послідовність натуральних чисел, називається знакододатним розкладом Люрота. Відомо [1], що відповідний розклад завжди існує та є однозначним.

В даній роботі ми досліджуємо лебегівський тип випадкової величини ξ за умови, що ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ має вигляд $\frac{1}{d_1 + 1} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{d_1(d_1 + 1) \dots d_{n-1}(d_{n-1} + 1)(d_n + 1)}$ для деякої заданої послідовності натуральних чисел d_k . Вказана достатня умова того, що розмірність Хаусдорфа-Безиковича спектру $S_\xi = \{x \mid F_\xi(x + \varepsilon) - F_\xi(x - \varepsilon) > 0, \forall \varepsilon > 0\}$ рівна 1.

Теорема. Якщо послідовність d_n містить нескінченну кількість елементів, які не рівні 1 і $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{d_1 d_2 \dots d_n} = 1$, то випадкова величина ξ має сингулярний розподіл з суперфрактальним спектром, тобто $\alpha_0(S_\xi) = 1$, де $\alpha_0(\bullet)$ – розмірність Хаусдорфа-Безиковича.

Список використаних джерел:

1. Lüroth J. Ueber eine eindeutige Entwicklung von Zahlen in eine unendliche Reihe // Mathem. Annalen 21, 1883. – P. 411-423.
2. L'evy P. Sur les s'eries dont les termes sont des variables 'eventuelles ind'ependantes // Studia math.— 1931. – V.3. – P.119-155.
3. Peres Y., Schlag W., Solomyak B. Sixty years of Bernoulli convolutions//Fractal Geometry and Stochastics II // Progress in Probability. – 2000. – V.46. – P. 39-65.
4. Jessen B., Wintner A. Distribution functions and Rieman Zeta-function//Trans. Amer. Math. Soc. – 1935. – V.38. – P. 48-88.

ТСЕХАМ-СУМІСНИЙ ІНТЕРНЕТ-РЕСУРС ДЛЯ АНАЛІЗУ РЕЗУЛЬТАТІВ ТЕСТУВАННЯ

Олена Марченко, Ольга Авраменко

Основна мета IRT полягає в розробці математичної моделі процесу тестування, параметрами якої, що підлягають визначенню, служать різні характеристики учасників тестування і самого тесту. Дана тема є актуальною, оскільки тест, незважаючи на ряд його недоліків, є найбільш об'єктивним, у даний час, технологічним інструментом вимірювання результатів педагогічного процесу і тому є необхідність, щоб розробити інтернет-ресурс, який робить статистичні обробки емпіричних даних за результатами тестування, адже без кількісного контролю жоден процес, чи то науковий, виробничий або тим паче, учбовий, не має сенсу. Тому тест є тією технологічною ланкою сучасної освіти, яку слід упровадити в першу чергу.

Для математико-статистичної обробки емпіричних даних за результатами тестування було використано сучасну теорію параметризації та моделювання тесту (IRT). Сучасна теорія тестування, яка має назву Item Response Theory (IRT), це результат розвитку роботи датського математика Г. Раша в області педагогічного тестування. Основна мета IRT полягає в розробці математичної моделі процесу тестування, параметрами якої, що підлягають визначенню, служать різні характеристики учасників тестування і самого тесту. Тому й було ще раніше

переведено згадане англійське словосполучення як «теорія моделювання та параметризації педагогічних тестів (ТМППТ)».

Проведення масових тестувань з метою моніторингу, вступних випробувань тощо не могли б бути реалізованими без комп'ютерних технологій тестування. Контроль знань, пробні та навчальні тестування в умовах дистанційної освіти також потребують різноманітних мережових тестових програмних засобів, такі як система Hot Potatoes, як приклад програмного засобу для локального тестування; мережеве програмне забезпечення для проведення тестування представлене системою MyTestX; описані можливості веб орієнтованої системи тестування TCExam; система VLE Moodle; RUMM, WINSTEPS.

Спочатку було створено проект програмного продукту для аналізу результатів тестування для мережевої версії (рис.1).

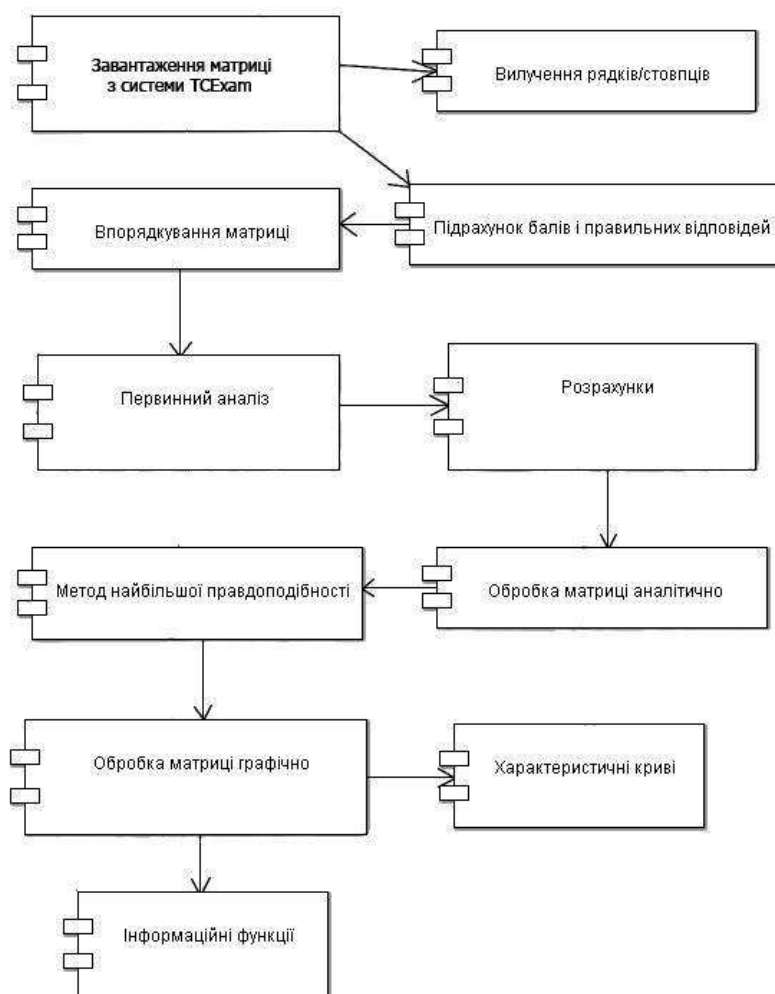


Рис.1. Проект інтернет-ресурсу

Та далі за проектом був реалізований інтернет-ресурс TEST_IRT (рис.2), який після збору емпіричних даних виконує статистичну обробку та далі буде впроваджений в систему TCExam, яка знаходиться на сайті нашого університету.

На сторінці мережевої версії можна обрати тест, який було пройдено групою випробуваних. Після чого матриця в таблиці на сторінці заповниться нулями та одиницями (це будуть їхні відповіді на завдання). Далі матриця має бути проаналізована на наявність в рядках чи стовпцях усіх нулів чи одиниць, а саме знайти їх, записати їх місце знаходження в матриці для звіту та видалити із матриці.

Підсумовування індивідуальних балів кожного випробуваного (кількість правильних відповідей на тест) та кількість правильних відповідей випробовуваних на кожне завдання тесту. Наступним кроком буде сортування матриці по попереднім обчисленням. Після упорядкування матриці порушилась нумерація рядків і стовпців, але їх не потрібно перенумеровувати, щоб не втратити початкову інформацію про номери завдань та номери учасників тестування.

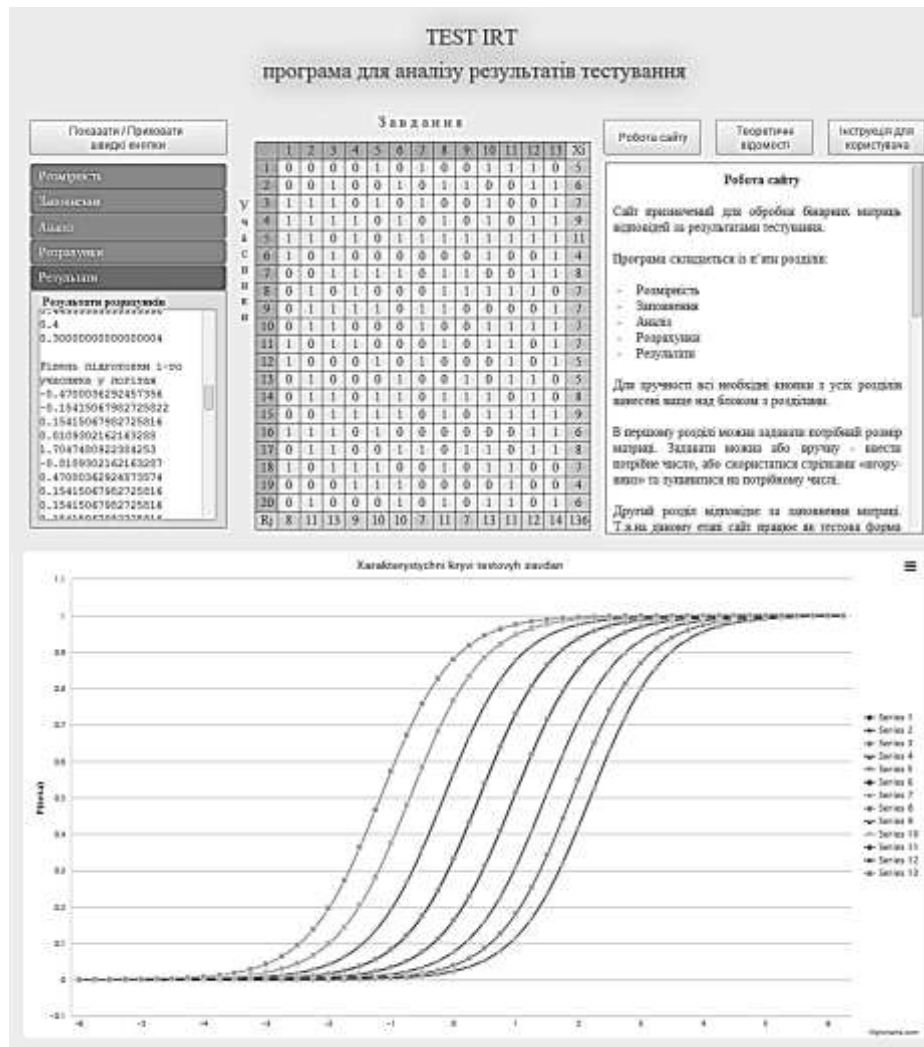


Рис.2. Загальний інтерфейс інтернет-ресурсу TEST_IRT

Також на сторінці обчислюються такі величини:

- долі правильних і неправильних відповідей кожного випробовуваного на усі завдання тесту;
- долі правильних і неправильних відповідей на кожне завдання тесту;
- рівень підготовки кожного учасника у логітах;
- рівень складності кожного завдання у логітах;
- середнє значення логітів рівня підготовки учасників;
- середнє значення логітів рівня складності завдань тесту.

Оцінки кожного з параметрів θ_i і β_j виражаються в інтервальної шкалі, але з різними значеннями середніх і різними стандартними відхиленнями. Виникає питання про перенесення їх на єдину шкалу, для чого обчислюються дисперсії оцінок латентних параметрів, а саме:

- дисперсія по множині значень θ_i^0 ;

- дисперсія по множині значень β_j^0 .

Далі обраховуються:

- уточнюючі коефіцієнти;
- оцінки параметрів θ_i і β_j в єдиній інтервальній шкалі;
- оцінки стандартної похибки $S_e(\theta_i)$ вимірювання рівня підготовленості θ_i ;
- оцінки стандартної похибки $S_e(\beta_j)$ вимірювання рівня складності β_j .

Наступним кроком буде обраховано оцінки найбільшої правдоподібності: у рамках одно-параметричної моделі Раша за умови великої кількості учасників тестування обчислити уточнені стійкі значення латентних параметрів і методом найбільшої правдоподібності Р.Фішера.

На сторінці інтернет-ресурсу будуються характеристичні криві учасників тестування та тестових завдань на основі отриманих методом найбільшої правдоподібності значень латентних параметрів з використанням параметричної моделі тестування Раша та інформаційні функції окремих завдань та тесту в цілому.

Також на сторінці наявні:

- зручний інтерфейс;
- теоретичні відомості;
- робота програми;
- інструкція для користувача.

Програмний продукт TEST_IRT може бути використаним у навчальному процесі при навчанні магістрантів спеціальності «Освітні вимірювання».

РОЗВИТОК КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Ольга Марченко, Залмен Філер

*"У щоденному навколишньому житті
творчість є необхідною умовою існування, і все,
що виходить за межі рутини і в чому міститься
хоч йота нового, зобов'язане своїм походженням
творчому процесу людини".
Виготський Л.С.*

Рівень комп'ютеризації суспільства XXI століття робить безкрає інформаційне поле доступним кожному. Без перебільшення можна сказати, що вміння своєчасно отримувати необхідну інформацію для прийняття, після її обробки та аналізу, відповідного рішення – ключ до успіху в кар'єрі та житті сучасної людини. На перший план виходить завдання розвитку критичності мислення. Зараз необхідно не лише оволодіти інформацією, але й критично її оцінити, осмислити, застосувати.

Вчити дітей так, щоб в них розвивалося критичне мислення, важче, ніж просто повідомляти їм окремі факти та закономірності. Наприклад, для розвитку вміння обґрунтовувати свої висновки та рішення, вчителі повинні зацікавити учнів незвичайними завданнями і матеріалами.

Грунтуючись на всьому вищесказаному, можна сміливо сказати, що проблема розвитку критичного мислення дуже актуальна сьогодні, а також буде актуальна і «завтра», бо технології не стоять на місці, і кожен новий день несе незліченну кількість нової інформації.

Мета статті: визначити зміст і методику розвитку критичного мислення учнів при навчанні математики в школі.

Ідеальне критичне мислення людини, зазвичай, пов'язане з допитливістю, гарною обізнаністю, причиною довіри, неупередженістю, гнучкістю, справедливістю в оцінці, чесністю в зіткненні з особистими упередженнями, розсудливістю в судженнях, бажанням переглядати, прояснювати проблеми і складні питання, ретельністю у пошуку потрібної інформації, розумністю у виборі критеріїв, постійністю в пошуку результатів, які є настільки ж точними, як використані першоджерела. Ця комбінація, що зв'язує розвиток умінь критичного мислення з розумінням основ раціонального і демократичного суспільства.

Психологи і педагоги, які досліджують спеціальний, цілеспрямований розвиток креативності, виділяють такі основні умови, що впливають на формування критичного мислення:

- індивідуалізація освіти;
- дослідне навчання;
- проблематизація.

Відомий філософ Т. Едісон писав: «Найважливіше завдання цивілізації – навчити людину мислити».

Важко навчити дитину аналізувати факти, висувати гіпотези з приводу тих чи інших подій, давати правильну оцінку особистих вчинків, робити аргументовані висновки, висловлювати критичні судження, якщо він не володіє «правилами» мислення. Необхідно вчити знаходити більш раціональні і альтернативні способи вирішення тієї чи іншої задачі, правильно оцінювати події, аргументувати отримані висновки, сприяти висуненню ряду нових ідей, бути відповідальними за свою точку зору і бути терпимими до інших, працювати над розвитком власного інтелекту, – ось мета навчання критичному мисленню. Природно, що розвиток критичного мислення повинен відбуватися одночасно з набуттям учнями математичних знань, умінь і навичок, встановлених державним стандартом освіти.

Існує багато тлумачень поняття «критичне мислення», але для початку дамо визначення за українським тлумачним словником, що таке «критичний» і «мислення». Критичний – той, що ґрунтується на науковій перевірці правдивості, правильності чого-небудь; здатний виявляти й оцінювати позитивне і негативне в комусь або чомусь; вимогливий. Мислення – міркування, зіставлення явищ об'єктивної дійсності з відповідними висновками [3].

Поняття «критичне мислення» широко застосовується в різних сферах людської діяльності, а тому в літературі зустрічається велика кількість різноманітних визначень цього терміна.

В. Болотов вважав, що критичне мислення не означає негативність суджень або критику. Це розумний розгляд різноманітності підходів з метою висловлення обґрунтованих суджень і прийняття осмислених рішень. «Критичний», у цьому контексті означає «аналітичний». Ф. Станкато зазначав, що критичне мислення — це формулювання суджень відносно правдивості та реальності заяв або відповідей щодо розв'язання проблем [2].

Підсумовуючи визначення, прийшли до наступного: критичне мислення - це цілеспрямована самостійна діяльність індивіда, в процесі якої відбувається постановка питань і з'ясування проблем, формулювання гіпотез, їх перевірка, переконлива аргументація недоліків і достоїнств змісту, що зазнає критики, пошук компромісних рішень [4].

Д. Халперн визначає шість основних ознак критично мислячої людини [1]:

1. *Готовність до планування.* Планування – перший і дуже важливий крок до критичного мислення.

2. *Гнучкість*. Критично мисляча людина готова мислити по-новому, переглядати очевидне і не відступатися від завдання, поки вона не буде вирішена.

3. *Наполегливість*. З наполегливістю тісно пов'язана готовність взятися за вирішення завдання, що вимагає напруги розуму.

4. *Готовність виправляти свої помилки*. Думаючи люди, замість того щоб спробувати виправдати свої помилки, вміють їх визнати і тим самим вчать на них.

5. *Усвідомлення*. Передбачає спостереження за власними діями при просуванні до мети. Критично мислячі люди розвивають звичку до самосвідомості власного розумового процесу.

6. *Пошук компромісних рішень*. Критично мислячій людині необхідно володіти як добре розвиненими комунікативними навичками, так і вмінням знаходити рішення, які могли б задовольнити більшість.

Критичне мислення дуже тісно пов'язане з просторовою уявою, тобто вмінням представити подумки (уявити) предмети, фігури, явища, і при цьому побачити не тільки нерухомими, але і в зміні, тобто уявити, що станеться, якщо їх перемістити, повернути, розглянути під іншим кутом зору. Ця ж здатність представити в думках – уявити – важлива і для планування будь-якої роботи, таких дій, щоб вони були найбільш розумними, раціональними і безпомилковими.

Уроки математики – це уроки, де розв'язуються задачі, вирішуються проблеми, оцінюються ситуації, відбувається вибір раціональних способів діяльності, створюються плідні умови для розвитку критичного мислення.

Поряд з математичними методами, без яких неможливе опанування математичного матеріалу, використовують стратегії технології розвитку критичного мислення. Можна використовувати такі:

- стратегія «Розминка» (може бути використана, для знайомства учасників навчання один з одним, для об'єднання тих, хто разом навчається, для активізації емоційної, розумової діяльності, зосередження на конкретному навчальному предметі на початку кожного заняття, для відпочинку, зміни виду діяльності протягом заняття. Розминки можна придумувати самому або з учнями);
- Стратегія «Асоціативний куш чи семантична карта» (асоціація спонукає до вільного й відкритого мислення. Тому цю стратегію рекомендується використовувати на етапах актуалізації і рефлексії. Стратегія використання як за групової роботи, так і індивідуально);
- Стратегія «Метод «Прес»». Ця стратегія допомагає знайти вагомі аргументи і сформулювати свою думку щодо спірного питання; розібратися у своїх ідеях, а також сформулювати їх у вигляді чіткої та логічної структури. Стратегія може бути використана на будь – якому етапі уроку;
- Стратегія «СЕНКАН» (п'ятиряддя) допомагає підсумувати інформацію, визначити головні ідеї, думки;
- Стратегія «Робота в парах». Робота в парах є різновидом групової навчальної діяльності учнів, об'єднаних спільною навчальною метою; може застосовуватись на різних етапах уроку та на уроках різних типів;
- Стратегія етапу рефлексії «Сюрприз». Дає можливість швидко й цікаво підбити підсумок уроку. Полягає в тому, що до початку уроку вчитель (учень) готує картки, які в стислій формі ілюструють матеріал уроку й потребують коментарів, а саме розпізнавання формул, заповнення пропусків у формулах чи правилах, вибір методів для розв'язування рівнянь, нерівностей тощо. Картки поміщають в яскраву «чарівну скриньку». Підбиваючи підсумки, учитель (учень) витягає картки, пропонує навести потрібний коментар;

- математичне моделювання – виготовлення моделей, розгорток;
- різноманітні практичні та лабораторні роботи, коли в роботі бере участь не тільки мислення учня, але і руки, коли відбувається не тільки зорове і слухове, але і всебічне сприйняття матеріалу, коли учень, маючи справу з предметами, може на свій розсуд переміщати, по різному комбінувати, перегинати, поєднувати їх і робити самостійні висновки;
- можна запропонувати ілюстративну, тренувальну, дослідницьку, творчу і узагальнюючу практичні роботи;
- різноманітні завдання із сірниками;
- навмисна помилка вчителя;
- завдання на знаходження помилки у наведеному розв'язанні або доказі;
- розв'язання задач з відсутніми чи зайвими даними;
- приведення раціонального рішення прикладу;
- розгляду доказів теорем та розв'язань задач різними способами;
- приведення контрприкладів;
- робота з тестами з множинним вибором відповіді;
- рішення нестандартних завдань: логічні задачі, задачі на зважування і переливання, задачі на розрізання, завдання на відновлення записів розв'язання прикладів, завдання на встановлення закономірностей і доповнення відсутніх частин, задачі з параметрами.

Отже, мислення – це процес, зумовлений потребами, мотивами, інтересами особистості, її цілями і завданнями. Критичне мислення покликане озброїти учнів засобами розуміння найрізноманітніших сторін соціальної діяльності. Оволодівши цими засобами, школяр зможе як у шкільному, так і в дорослому житті випадкові думки про окремі явища навколишнього світу звести в єдину систему суджень, обґрунтованих розумінням суті тих чи інших соціальних явищ, а вчитель повинен використати всі можливі прийоми для розвитку критичного мислення школярів.

Список використаних джерел:

1. Кларін М.В. Розвиток критичного і творчого мислення.// Шкільні технології. 2004. – №2. – С.3-10.
2. Матвеева Т.М. Формування критичного мислення сучасного школяра Текст.// Учень в новій школі. – М.: Видавництво, 2002. – С.83-89.
3. Сучасний тлумачний словник української мови. / Кусайкіна Н.Д., Цибульник Ю.С. – ВД «Школа». – 2009. – 999 с.
4. Терно С. О. Теорія розвитку критичного мислення./ С. О. Терно: [посібник для вчителя]. – Запоріжжя: Запорізький національний університет, 2011. – 105 с.

АНАЛІЗ СИСТЕМИ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ З ТЕМИ «ПОДІЛЬНІСТЬ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ»

Меланія Петленко, Зоя Халецька

Теорія і практика тестування в сучасному його розумінні мають вже більш ніж сторічну історію. Початок зародження тестології відносять до кінця XIX століття, коли психологи почали досліджувати індивідуальні відмінності фізичних, фізіологічних і психічних особливостей людини [1].

Тестування при навчанні математики є одним із методів діагностичного контролю сформованості знань, навичок і умінь учнів. Головна мета тестування –

створення єдиної технології, процедур і інструментарію для об'єктивної і достовірної оцінки навчальних досягнень учнів.

Інструментом тестування є тест. Тест складається з кваліметрично вивіреної системи тестових завдань, стандартизованої процедури проведення і заздалегідь спроектованої технології обробки і аналізу результатів, призначений для вимірювання якостей і властивостей особи, зміна яких можлива в процесі систематичного навчання [2].

Сам процес тестування навчальних досягнень розбивається на три етапи:

- 1) розробка тесту;
- 2) процедура тестування;
- 3) статистична обробка та інтерпретація результатів тестування [3].

При статистичній обробці результатів тестування використовується або класична теорія тестування, або IRT (Item Response Theory). Статистична обробка результатів тестування дозволяє об'єктивно визначити результати учасників тестування, а також оцінити якість самого тесту, тестових завдань.

Метою статті є аналіз системи тестових завдань з математики для діагностики знань учнів 6 - го класу та статистична обробка даних тестування.

Дане дослідження проводилося на базі трьох шкіл: Спасівський НВК, Веселівська загальноосвітня школа I-III ступенів, Бобринецька гімназії № 1 I-III ступенів.

Розглянемо результати тестування, в якому брало участь 20 учнів 6-го класу. Тест складався з 10-х завдань закритої форми з однією правильною відповіддю. За правильну відповідь на завдання нараховувався один бал. Отже, максимально можлива кількість балів десять. Тестові завдання охоплювали тему «Подільність натуральних чисел».

За чинною програмою цю тему передбачено вивчати в 6 класі безпосередньо перед її застосуванням для вивчення звичайних дробів. Це новий за змістом навчальний матеріал, оскільки містить деякі невідомі раніше учням поняття, багато з яких означають.

Першими вводять поняття «дільник числа» і «кратне числу». Поняття «дільник числа» і «кратне числу» учні найкраще засвоюють, розв'язуючи вправи. Запроваджуючи поняття «просте число», «складене число», потрібно звертати увагу на те, щоб учні правильно формулювали означення і в разі наявності помилки у сформульованому означенні відразу наводили контрприклад. Під час вивчення матеріалу, що стосується найбільшого спільного дільника і найменшого спільного кратного двох або кількох натуральних чисел, важливо домогтися від учнів чіткого усвідомлення цих понять, уміння формулювати відповідні означення, сформулювати уміння знаходити їх, розкладаючи числа на прості множники [4].

Завдання тесту оцінюються за дихотомічною шкалою (1 – «правильно», 0 – «неправильно»).

Статистична обробка результатів тестування з метою аналізу тестових завдань та всього тесту має таку послідовність:

1. Формування матриці тестових результатів $A = \{a_{ij}\}$, де i – номери випробовуваних (від 1 до n), j – номери завдань (від 1 до m). Рядки матриці відповідають оцінкам учнів на завдання, стовпчики — оцінкам за кожне завдання.

2. Впорядкування рядків за спаданням X_i , а потім упорядковування стовпці за зростанням R_j .

3. Вилучення з матриці рядків та стовпців, які не дозволяють диференціювати випробовуваних та не дають ніякої інформації про тест (Таблиця 1).

Таблиця 1. Редукована матриця

№	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
1	1	1	1	0	1	1	1	1	7
2	1	1	1	1	1	1	0	1	7
3	1	1	0	1	1	1	1	1	7
4	1	1	1	1	1	1	0	1	7
5	1	1	1	1	1	1	0	0	6
6	1	0	1	1	1	1	0	0	5
7	0	1	1	1	1	0	0	0	4
8	1	0	1	1	0	0	1	0	4
9	1	1	0	1	0	1	0	0	4
10	1	1	1	1	0	0	0	0	4
11	1	1	0	0	0	0	1	0	3
12	1	0	1	0	0	0	0	0	2
13	1	0	0	0	1	0	0	0	2
14	1	0	1	0	0	0	0	0	2
15	1	0	0	0	0	0	0	0	1
16	0	1	0	0	0	0	0	0	1
Σ	14	10	10	9	8	7	4	4	

4. Підрахунок середніх значень первинних балів (мода, медіана, середнє вибіркве).

Мода – це таке значення, яке у вибірці зустрічається найчастіше. $Mo = 7$.

Медіана – це значення X_i , яке ділить упорядкований набір даних навпіл так, що одна половина значень менша за медіану, а друга – більша. $Me = 4$.

Середнє вибіркве (середнє арифметичне) обчислюється за формулою:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}. \quad \bar{X} = 4,125.$$

5. Розрахунок дисперсії тестових балів та середнього відхилення.

$$\text{Дисперсія обчислюється так: } S_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{n-1}, \quad S_X^2 \approx 4,78.$$

Стандартне відхилення дорівнює кореню квадратному із дисперсії: $S_X \approx 2,19$.

6. Обрахунок асиметрії та ексцесу:

$$\text{Асиметрія: } A = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^3}{S_X^3 \cdot n}, \quad A \approx 0,08. \quad \text{Асиметрія тесту є додатною}$$

величиною $0,08 > 0$, значення асиметрії додатне при цьому близьке до нуля, що говорить про те, що цей тест є достатньо добре підібраним за трудністю.

$$\text{Ексцес обчислюють за формулою } E = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^4}{S_X^4 \cdot N} - 3. \quad E = -0,97. \quad \text{Ексцес}$$

тесту є від'ємною величиною, це говорить про значну скупченість балів учасників у вузькому околі навколо середнього балу.

7. Кореляційний аналіз результатів тестування.

Між завданнями тесту існують зв'язки, які можна виявити в процесі тестування за допомогою кореляції. Після проведення кореляційного аналізу виявилось, що завдання 1 має від'ємний коефіцієнт кореляції з завданням 2. Також завдання 7 має два від'ємні коефіцієнти кореляції з завданнями 3 та 4. У окремих пар тестових завдань також зустрічаються від'ємні або близькі до нуля кореляційні коефіцієнти, це свідчить про певну суперечливість створеної системи тестових завдань.

8. Трудність тестових завдань.

У добре збалансованому тесті за трудностю повинно бути декілька найважчих завдань з p_j близькою до 0, декілька легеньких завдань з p_j близькою до 1. Решта завдань повинні мати p_j в проміжку від 0,3 до 0,7.

Таблиця 2. Трудність тестових завдань

j	1	2	3	4	5	6	7	8
p_j	0,06	0,13	0,19	0,25	0,31	0,38	0,44	0,50

З отриманих результатів видно, що завдання 4,5,6,7,8 мають нормальну трудність тестових завдань. Завдання 1, 2, 3 найважчі. Обчисливши середній рівень

трудності за формулою $\mu_p = \frac{\sum_{i=1}^k p_i}{m}$, отримали значення $\mu_p \approx 0,28$.

9. Дискримінативність тестових завдань.

Дискримінативністю називається здатність завдання диференціювати учнів на кращих і гірших.

Таблиця 3. Дискримінативність тестових завдань

j	1	2	3	4	5	6	7	8
D_j	0,2	0,8	0,4	0,8	0,8	1	0,4	0,8

З отриманих результатів можна сказати, що перше завдання потрібно переглянути. Шосте завдання всі учні із підгрупи кращих вірно виконали, а з підгрупи гірших це завдання не виконав вірно ні один учень. Всі інші завдання функціонують досить задовільно.

10. Надійність та валідність тестових завдань.

Надійністю називається характеристика тесту, яка відображає точність тестових вимірювань, а також стійкість тестових результатів до дії випадкових факторів [5].

Для оцінки надійності всього тесту використаю формулу Спірмена-Брауна $r_n = \frac{2(r_{XY})_{розц}}{1 + (r_{XY})_{розц}}$ при $k = 2$ (дві форми). Дослідимо тест на надійність. Розглянемо початковий тест на два субтести (парні та непарні номери завдань), отримаємо:

Таблиця 4. Бали за субтести

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
бали за парні №	4	3	3	3	3	3	2	3	1	2	2	2	2	2	1	0
бали за непарні №	3	4	4	4	3	2	2	1	3	2	1	0	0	0	0	1

Отримали коефіцієнт надійності $r_n \approx 0,68$. Очевидно, чим вище надійність, тим ближче результати тестування до істинних рівнів підготовки учасників.

Валідністю називають здатність тестових завдань оцінити саме те, в чому зацікавлені організатори тестування, наприклад, рівень підготовленості випробовуваних в конкретно певній області знань [5].

Коефіцієнт валідності (коефіцієнт кореляції Пірсона між тестовою оцінкою і мірою критерію), який буде рівним 0,71, що свідчить про достатньо високу критеріально-прогностичну валідність даного тесту.

Вдосконалення даної системи тестових завдань, заміна деяких питань дасть можливість створити якісний тест теми «Подільність натуральних чисел» для діагностики знань з математики учнів шостого класу.

Список використаних джерел:

1. Канівець Т. М. Основи педагогічного оцінювання: [навчально-методичний посібник]. – Ніжин: Видавець ПП Лисенко М.М., 2012. – 102 с.
2. Майоров А. Н. Теория и практика создания тестов для системы образования. – М.: Интеллект-центр, 2002. – 296 с.
3. Ким В. С. Тестирование учебных достижений. Монография. – Уссурийск: Издательство УГПИ, 2007. – 214 с.
4. Слєпкань З. І. Методика навчання математики: Підручник для студентів математичних спеціальностей педагогічних навчальних закладів. – Київ: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.
5. Вимірювання в освіті: Підручник/ За ред. О.В. Авраменко. – Кіровоград: «КОД», 2011. – 360 с.

МОЖЛИВОСТІ СИСТЕМИ «CONCERTO» ДЛЯ ОРГАНІЗАЦІЇ ТЕСТУВАННЯ

Вячеслав Раченко, Степан Паращук

На ринку вільно розповсюджуваного програмного забезпечення представлена досить значна кількість програмних засобів для організації та проведення тестування, які відносяться до класу веб-орієнтованих систем. Перевага таких систем над класичними клієнт-серверними програмами полягає у відсутності необхідності встановлення програмного забезпечення на всіх комп'ютерах та у більш простому і оперативному їх адмініструванні [1].

Для проведення адаптивного тестування існує не так багато систем, а ті що є відзначаються своєю дороговизною. Однією з кращих вільно-розповсюджуваних систем для адаптивного тестування є Concerto. Розроблена психометричним центром Кембриджського університету, вона дозволяє створювати звичайні та адаптивні тести, використовуючи шаблони HTML та R мову програмування для написання логіки поведінки тесту.

Метою даної статті є дослідження можливостей системи Concerto. Вона не має україномовного чи російськомовного інтерфейсу і з цієї причини мало популярна на Україні. Окрім того, вся інформація про цю систему зазвичай англomовна [2-4].

Concerto – R-базова, веб-орієнтована платформа для створення та проведення адаптивного тестування. Вона дозволяє створювати тести з предметів шкільної програми, вузівських дисциплін, тести для професійного тестування, психологічні тести, проводити адаптивне тестування тощо.

Запитання та варіанти відповідей можна формувати, використовуючи для цього вбудований редактор, близький за своїми функціями до MS WORD (рис. 1). У редакторі можна вставляти зображення, формули, схеми, таблиці, аудіо та відео файли, HTML-документи.

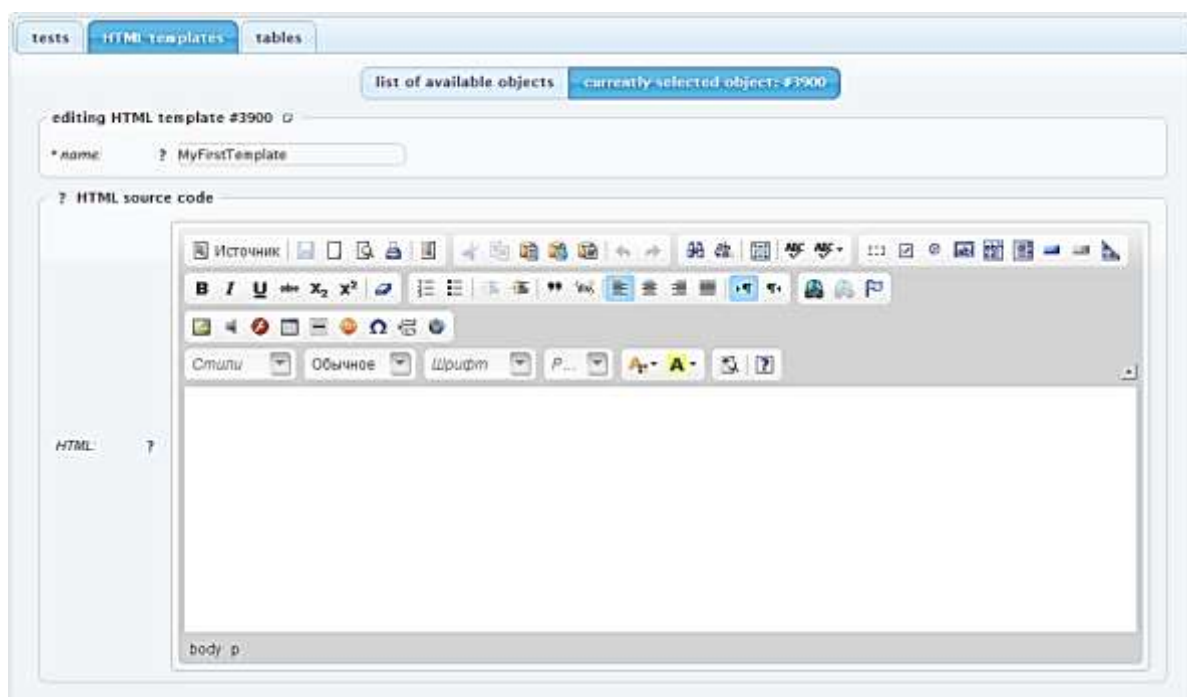


Рис. 1. Редактор створення HTML шаблонів

Система поєднує в собі гнучкість HTML дизайну з обчислювальною потужністю R мови та безпекою і продуктивністю баз даних MySQL. Головною її особливістю є можливість проведення адаптивного тестування. Для цього створюється банк запитань, розділених за рівнем складності. При правильній відповіді наступне завдання береться із вищим рівнем складності, при невірній – з нижчим. Допускається також створення звичайних тестів.

Тест може бути розділений на декілька тем. При цьому можна оцінювати знання випробовуваного як по кожній темі окремо, так і по тесту в цілому. Запитання в тесті можна перемішувати. Більше того, розробник тесту може визначити, скільки питань з кожної теми отримає користувач для тестування.

Кожне питання може мати свою «вагу». Це дозволяє нараховувати користувачеві більше балів за правильні відповіді на складні питання і менше балів за відповіді на легкі питання. Тестування можна обмежити за часом - як для тесту, так і для кожного питання. При цьому кількість часу, що виділяється для кожного питання, може бути різною.

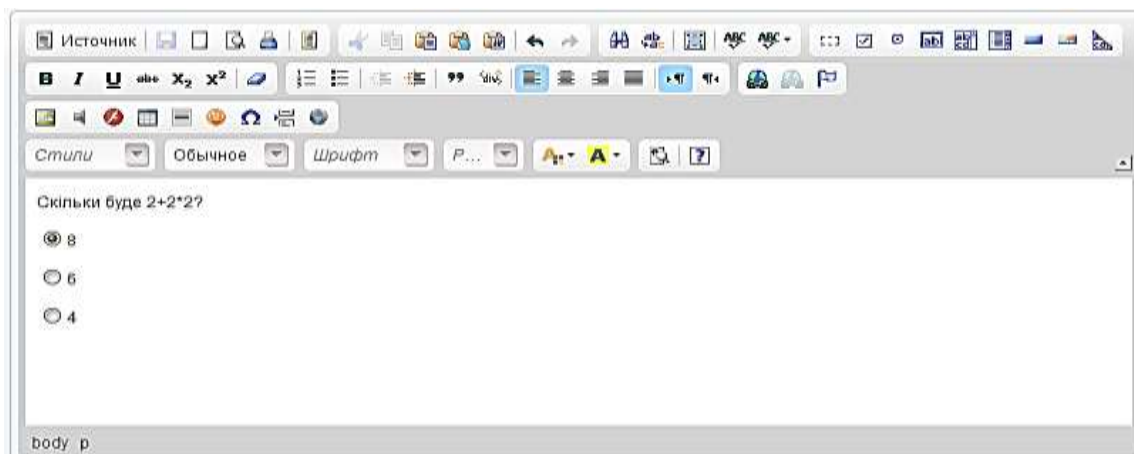


Рис.2. Приклад тестового завдання з однією правильною відповіддю

За допомогою Concerto можна скласти тести для будь-яких цілей, різних типів і видів. Програма дозволяє використовувати в тестах 5 типів питань.

- Одиночний вибір. Один варіант відповіді з декількох запропонованих (див. рис. 2).
- Множинний вибір. Один або кілька варіантів відповіді з декількох запропонованих.
- З відкритою відповіддю. Користувач повинен ввести відповідь з клавіатури.
- На встановлення відповідності. Користувачеві потрібно упорядкувати висловлювання на двох списках так, щоб вони відповідали один одному.
- Упорядкований список. Розставити відповіді в списку в певному порядку.

Процес тестування складається з декількох кроків:

1. вибору необхідного тесту із запропонованого списку;
2. реєстрації користувача;
3. відповідей на питання.

У систему Concerto вбудована мова програмування R. Наявність цієї мови дозволяє розробнику тесту запрограмувати логіку проходження тесту випробовуваним. Саме наявність цієї можливості робить систему Concerto привабливою для організації різних моделей тестування.

Розглянемо приклад використання мови R для програмування логіки проходження тесту. Спочатку потрібно створити банк тестових завдань, який представляється у вигляді таблиці. У нашому прикладі фрагмент такої таблиці має вигляд, який показаний на рис.3. Таблиця складається з декількох стовпців.

id	content	answer	difficulty	
1	8+7	15	-3.5	
2	13+4	17	-3.4	

Рис.3. Приклади тестових завдань.

Стовпчик «id» містить номери завдань, «content» - умову тестового завдання, «answer» - відповідь на завдання, «difficulty» - складність завдання. У нашому прикладі, тестові завдання прості та мають, наприклад, вигляд $8+7=?$. Таблиця банку тестових завдань може мати різний вигляд залежно від форми завдань. Якщо в тесті зустрічаються завдання різних форм, то тест буде представлений декількома таблицями. Особливістю таких таблиць є те, що кожний стовпчик ідентифікується іменем, яке є змінною R-мови. Ці змінні далі будуть використовуватися у програмуванні логіки проходження тесту.

Перед створенням тесту потрібно створити HTML шаблон для тестових завдань. Такий шаблон може бути однаковим для всіх завдань тесту або різним.

З одного боку, на основі шаблону створюється банк завдань, а з іншого - за таким шаблоном перед випробовуванням з'являтиметься тестове завдання під час тестування. На рис.4 наведений інтерфейс редактора HTML шаблонів. В робочій області створений шаблон тестового завдання, який має вигляд `{{question}}` = «поле для введення відповіді». На місці змінної `{{question}}` під час тестування будуть відображатися умови завдань. Змінна `{{theta}}` використовується для визначення рівня підготовки випробовуваного протягом тестування. Під час тестування випробовуваний бачить робочу область редактора шаблону з конкретним тестовим завданням. Після введення відповіді випробовуваний натискає кнопку «отправить» і отримує наступне тестове завдання.

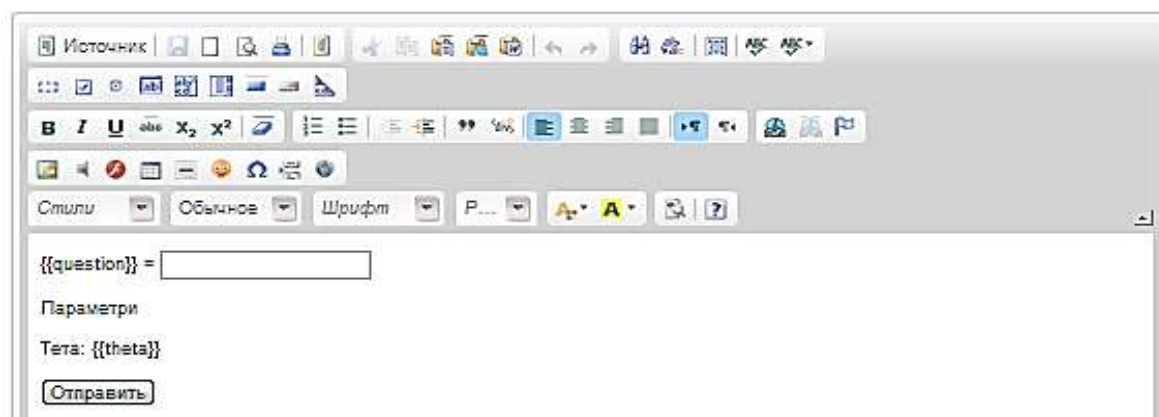


Рис.4. Редактор HTML шаблонів.

Після створення шаблонів та банку тестових завдань програмується логіка проведення тестування, яка є деякою моделлю тестування. Програмування здійснюється мовою R у спеціальних розділах, які з'являються після вибору меню «test». Таким чином, робоча область програмування має вигляд розділів, кожен з яких виконує певну дію. Тест завжди починається з розділу 1 “Start” і закінчується в розділі 2 “End” (рис.5). Ці розділи створюються системою Concerto автоматично та заборонені для редагування. Номер розділу генерується автоматично в тому порядку, в якому він добавляється, та є індексом. При вилученні розділу його номер зникне з тестової логіки. Це гарантує, що добавлення/вилучення розділів у робочій області не змінює індекс всіх інших існуючих розділів. Можна змінювати порядок розташування розділів їх перетягуванням.

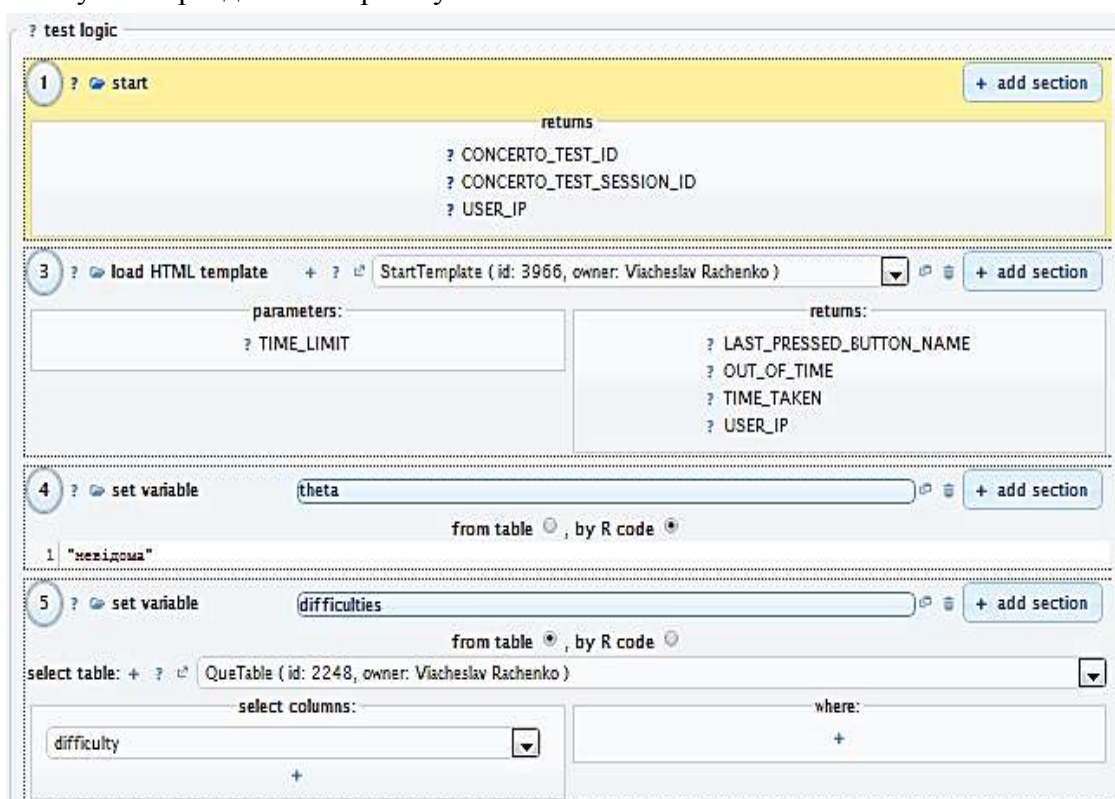


Рис. 5. Робоча область програми.

У розділах «set variable» відбувається оголошення змінних та визначення способу присвоєння їм значень. Існує два методи отримання значень: значення беруться з таблиці, обчислюються на основі виразу.

У розділі 5 (рис.5) оголошується змінна *difficulties*. Її значення вибираються з таблиці (вибрана кнопка «from table» та вказана таблиця в полі «select table»), а саме зі стовпця «difficulty». У розділі 4 оголошена змінна «theta», значення якої обчислюватиметься в процесі тестування.

The image shows a screenshot of a software interface with five sections, each for setting a variable. Each section has a number in a circle, a 'set variable' label, a variable name in a text box, a 'from table' and 'by R code' selection, and a value in a text box. Section 6: 'current_item' from table, by R code, value 50. Section 7: 'responses' from table, by R code, value NULL. Section 8: 'itempar' from table, by R code, value as.matrix(cbind(1, difficulties, 0, 1)). Section 9: 'catBank' from table, by R code, value createItemBank(itempar, model='1pl'). Section 10: 'items_administered' from table, by R code, value current_item.

Рис. 6. Розділи для визначення змінних.

У розділах «load HTML template» відбувається завантаження HTML шаблону для тесту (наприклад, розділ 3 рис. 5). Шаблони обираються із випадającego списку, у якому містяться всі HTML шаблони, що були створені. Поля «parameters» та «returns» наповнюються системою Concerto автоматично, залежно від обраного шаблону.

Розглянемо програмування процесу тестування, у якому вибір завдання для випробовуваного обирається залежно від його відповіді: якщо випробовуваний відповідає правильно на завдання, то йому пропонується наступне завдання з більшим рівнем складності, ніж попереднє; при неправильній відповіді випробовуваному пропонується завдання меншої складності. З цією метою у розділі 4 (рис.5) оголошується змінна *theta* - показник рівня підготовки випробовуваного. На початку їй присвоюється значення «невідомо», тому що перед тестуванням рівень підготовки випробовуваного не відомий. Значення *theta* буде обчислюватись в процесі тестування.

У розділі 5 (рис.5) відбувається «зв'язування» змінної *difficulties* із стовпцем банку завдань *difficulty* (складність). Ця змінна є параметром логістичної моделі Раша. У розділах 6 та 7 (рис.6.) відбувається присвоєння змінним *current_item* (номер завдання) та *responses* (відповіді) значень 50 та NULL, відповідно. Значення змінної *current_item* буде змінюватися в процесі тестування та відповідатиме номеру завдання у банку завдань.

Змінна *itempar* генерує матрицю параметрів для набору питань, які будуть пропонуватися випробовуваному. Вона оголошена в розділі 8 (рис.6). Функція *CreateItemBank* (*itempar*, *model*="1pl") формує банк завдань на основі матриці параметрів (розділ 9), де *model* - ім'я логістичної IRT моделі з можливими значеннями "1PL", "2PL", "3PL" або "4PL" (за замовчуванням). У наведеному прикладі використовується логістична модель Раша (1PL) для визначення ймовірності відповіді випробовуваного на конкретне завдання тесту. Ймовірність необхідна для обрахунку рівня складності наступного завдання.

У розділах 11, 12 та 13 (рис.7) оголошуються змінні question (запитання), difficult (складність) та answer (відповідь). Значеннями цих змінних виступають відповідні стовпці з таблиці банку завдань (questions = content, difficulty = difficulty, answer = answer).

The image displays a sequence of six configuration blocks in a software interface, numbered 11 to 16.

- Block 11:** 'set variable' for 'question'. It selects 'content' from 'QueTable' where 'id' equals 'current_item'.
- Block 12:** 'set variable' for 'difficulty'. It selects 'difficulty' from 'QueTable' where 'id' equals 'current_item'.
- Block 13:** 'set variable' for 'answer'. It selects 'answer' from 'QueTable' where 'id' equals 'current_item'.
- Block 14:** 'load HTML template' for 'testTemplate'. Parameters include 'question', 'theta', and 'TIME_LIMIT'. Returns include 'response', 'LAST_PRESSED_BUTTON_NAME', 'OUT_OF_TIME', 'TIME_TAKEN', and 'USER_IP'.
- Block 15:** 'IF statement' with condition 'if is.na(response) equal 1'.
- Block 16:** 'go to' block pointing to '14: load HTML template'.

Рис.7. Розділи 11-16.

Коректність відповіді випробовуваного перевіряється у розділі 15 (рис.7). Якщо випробовуваний в поле відповіді введе текст або залишить поле порожнім, то відповідь не буде зарахована і йому буде запропоновано знову виконати це завдання.

Формування вектора дихотомічних відповідей відбувається у 18 розділі (рис.8). Операція `correct_answer==answer` полягає в порівнянні `correct_answer` з відповіддю і приймає значення 1, якщо твердження вірне, і 0, якщо помилкове.

У розділі 19 функція `thetaEst(it, responses)` повертає оцінку рівня підготовки випробовуваного, а функція `nextItem` (у розділі 20) обирає наступне завдання із банку питань з урахуванням рівня підготовки. Підрахунок кількості виконаних завдань здійснюється функцією `length` (розділ 22). Умова завершення тестування сформована в розділі 24. Якщо кількість виконаних завдань дорівнює 15, то тестування закінчується, а випробовуваному демонструється шаблон із розділу 26 (результат проходження тестування).

The screenshot displays a sequence of programming blocks in the Concerto environment:

- Block 18:** 'set variable' for 'responses', sourced from a table by R code: `c(responses, answer=response)`.
- Block 19:** 'set variable' for 'theta', sourced from a table by R code: `it<-itempar(items_administered,1:4,drop=F)` and `thetaEst(it, responses)`.
- Block 20:** 'set variable' for 'current_item', sourced from a table by R code: `nextItem(catBank, theta, out = as.numeric(items_administered))[[1]]`.
- Block 21:** 'set variable' for 'items_administered', sourced from a table by R code: `c(items_administered, current_item)`.
- Block 22:** 'set variable' for 'nitems', sourced from a table by R code: `length(items_administered)`.
- Block 24:** An 'IF statement' where 'if nitems' is 'equal or lesser than' 15. It includes an 'additional conditions' section with a '+' sign and a nested section button.
- Block 25:** A 'go to' block pointing to '11: set variable'.
- Block 26:** A 'load HTML template' block for 'FinishTemplate (id: 3968, owner: Viacheslav Rachenko)'. It lists parameters: 'theta' and 'TIME_LIMIT', and returns: 'LAST_PRESSED_BUTTON_NAME', 'OUT_OF_TIME', 'TIME_TAKEN', and 'USER_IP'.
- Block 2:** An 'end' block.

Мал.8. Останні розділи

Таким чином, розглянутий приклад програмування логіки проходження тестування свідчить, що наявність в системі Concerto мови R дозволяє реалізувати різні моделі тестування. Це робить систему Concerto дуже привабливою для використання у тестуванні. Розробник тесту має можливість не тільки створювати банк різноманітних тестових завдань, а й налаштувати сам процес тестування.

Список використаних джерел

1. Web-орієнтовані системи тестування навчальних досягнень. Наукові записки. Серія «Психолого-педагогічні науки», - Ніжин: НДУ ім.Гоголя, 2011. – №10. – С.52-56.
2. Computerized Adaptive Testing platform [Електронний ресурс].– Режим доступу: <http://concerto.e-psychometrics.com/demo/cms>.
3. Open-source Online R-based Adaptive Testing Platform. Tutorial [Електронний ресурс].– Режим доступу: <https://code.google.com/p/concerto-platform/>
4. The Psychometrics Centre, University of Cambridge, Cambridge, United Kingdom. «Open-source Online R-based Adaptive Testing Platform» [Електронний ресурс] / Режим доступу: <http://www.psychometrics.cam.ac.uk/newconcerto>

СУЧАСНІ ПІДХОДИ ДО РЕАЛІЗАЦІЇ ПРИНЦИПУ НАОЧНОСТІ ПРИ ВИВЧЕННІ СТЕРЕОМЕТРІЇ

Марія Семенова, Вікторія Вдовенко

Державна Національна програма «Освіта» (Україна. ХХІ ст.) передбачає забезпечення розвитку освіти на основі нових прогресивних концепцій, запровадження у навчально-виховний процес сучасних педагогічних технологій та науково-методичних досягнень. На думку очільників освіти України, справжній інноваційний розвиток неможливий без радикального покращення вивчення дисциплін фізико-математичного циклу в середній школі. В той же час в Україні спостерігається погіршення якості викладання математики та фізики та втрата суспільного престижу цих основоположних наук, а це може мати згубні наслідки для інноваційного розвитку країни [1].

Діюча навчальна програма з математики одним із пріоритетних завдань вивчення властивостей геометричних тіл у просторі висуває розвиток просторових уявлень учнів, освоєння способів обчислення практично важливих геометричних величин і подальший розвиток логічного мислення учнів [2]. Предметний зміст шкільного курсу математики став піддаватися великим змінам, однією з причин яких є реалізація принципів наочності за допомогою сучасних комп'ютерних технологій та інших засобів. Проте потрібно відзначити, що поряд з комп'ютерними засобами навчання, інші засоби наочності аж ніяк не відходять на другий план. Перед педагогами стоїть непросте завдання: не обмежитися яким-небудь одним засобом наочності, а в міру можливостей використовувати їх розумне поєднання, підсумком якого буде бажаний результат. Дуже важливий той факт, що, незважаючи на різноманітність і доступність наочних посібників і засобів тільки кожен конкретний вчитель, опираючись на особистий досвід донесення матеріалу до учнів, враховуючи свої можливості і технічне оснащення школи, повинен вибирати ті, які дозволять йому швидко і якісно досягти поставленої мети.

Тож як бачимо, саме математика є одним з тих предметів, в яких реалізація принципу наочності стає наріжним каменем. За допомогою спеціальних засобів вона дозволяє формувати і розвивати образне, абстрактне, візуальне, просторове мислення учнів, що полегшує їм завдання сприйняття, розуміння, осмислення і засвоєння часом не простого навчального матеріалу.

Як констатують багато авторів, логічно-текстова складова навчання сьогодні поступається місцем наочному сприйняттю. Крім того, в умовах інформаційного суспільства і зростання навчального навантаження все більше проявляється наступна закономірність – чим більше навчальної інформації доводиться освоювати учням, тим більше значення набуває наочна основа навчання (М.І. Башмаков, В.А. Далінгер, Д.Д. Єфремова, О.О.Князева, А.Г. Мордкович, Н.А. Резнік, М.А. Чошанов та ін.).

Наочність – це потужний засіб, який впливає на сприйняття учня при навчанні. Наочність використовується в підручниках, настінних таблицях, друкованих типових плакатах, справляє на сучасних школярів потрібне враження, допомагає вивченню предмету. Принцип наочності впливає з сутності процесу сприйняття, осмислення й узагальнення учнями досліджуваного матеріалу.

Л. Фрідман виділяє наступні функції наочності [4]:

- 1) наочність допомагає відтворити форму, сутність явища, його структуру, зв'язки, взаємодії для підтвердження теоретичних положень;
- 2) допомагає привести в стан активності всі аналізатори та пов'язані з ними психічні процеси відчуття, сприйняття, уявлення, в результаті чого виникає

багата емпірична основа для узагальнююче-аналітичної розумової діяльності дітей і педагога;

- 3) наочність формує в учнів візуальну і слухову культуру;
- 4) дає вчителю зворотну інформацію: по заданих питань учням можна судити про засвоєння матеріалу, про рух думки учнів до розуміння суті явища.

Більшість досвідчених учителів математики відзначає, що для багатьох школярів найбільші труднощі викликають стереометричні завдання. При знайомстві з аксіомами стереометрії просторові знання учнів розвинені дуже слабо. Цьому сприяло також зникнення в більшості шкіл креслення як навчального предмету. Початкові відомості зі стереометрії мають абстрактний характер, засвоєння матеріалу будується на заучуванні. Учні втрачають інтерес до предмету, і багато хто з них вважає стереометрію важким шкільним предметом. Насамперед, ці труднощі викликані тим, що зорове сприйняття геометричних об'єктів не завжди відповідає тим закономірностям, які цей об'єкт має. Відображення просторових фігур у вигляді креслення на аркуші паперу призводить до того, що дуже багато закономірностей уявляються у спотвореному вигляді. Наприклад, мимобіжні прямі можуть виглядати як пересічні або як паралельні прямі, прямий кут може виглядати як гострий або тупий кут, рівні відрізки можуть виглядати як відрізки різної довжини, і т.д. У реальному житті людина привчається візуально розпізнавати закономірності за рахунок спостережень над об'єктами, що перебувають у русі. Всі ці фактори призводять до неправильного сприйняття учнями просторових фігур в самому початку курсу стереометрії. Тільки вихід на іншу наочність може допомогти учням впоратися із завданнями, для вирішення яких потрібно бачити "всередині" тіл, змінювати їх будову та розташування частин [5].

При істинному, наочному навчанні, тобто коли воно відбувається на основі вивчення реального предмета, учень сам або спільно з учителем формулює запитання ніби до предмета, бо тільки предмет може дати відповідь на це запитання, до того ж, таких запитань, як правило не одне. Але кожен предмет виявляє свої властивості тільки у взаємодії з іншими предметами. Тому учень реально включає у взаємодію з іншими об'єктами вивчення і, одержуючи відповіді на поставлені запитання, синтезує їх і створює уявлення про даний об'єкт. У ході такої взаємодії, руху, механічної і розумової дії, учень бачить предмет у прямому і переносному значеннях з різних точок зору. Тому навчання за участю реальних предметів набагато краще та ефективніше.

Можна організувати роботу з виготовлення наочних посібників силами учнів. Ця робота потребує від них і певних знань, і досить розвинутої просторової уяви. Робота з виготовлення саморобних навчальних наочних посібників проводиться під керівництвом вчителя в класі, в позаурочний час, у гуртках і шкільних виробничих майстернях. Крім позитивного впливу на засвоєння курсу стереометрії, така робота сприяє підвищенню ефективності уроку. Інша річ, коли вчитель зловживає демонстрацією наочних посібників. Цим він позбавляє учнів від потреби напружувати, вправляти уяву і в результаті заважає її розвитку.

Використання наочних моделей многогранників сприяє розв'язанню різних дидактичних завдань. Вони будуть корисні на уроках геометрії. Набори многогранників (каркасні моделі, дерев'яні, з паперу) демонстративні, дають необхідні подання про форму. Вони можуть служити об'єктами для вимірювання та визначення площ поверхонь і об'ємів. Тіла зі скла прозорі і дозволяють бачити елементи фігур, перерізу тіла, які демонструються або за допомогою скляних вкладок, або за допомогою натягнутих ниток. Ці моделі можуть використовуватись як у фронтальній роботі з цілим класом, так і в індивідуальній роботі з окремих

учнем [3, с. 375]. Досить корисним є самостійне виготовлення учнями моделей многогранників за допомогою розгорток. До того ж метод розгорток можна використовувати при розв'язуванні цілого класу стереометричних задач підвищеної складності, причому не тільки в середній, але і вищій школі [6, с. 169-208]. Зокрема, метод розгорток було включено у спеціальний, розроблений нами спецкурс, призначений для студентів педагогічних університетів напрямку підготовки «Математика», який був апробований під час проходження магістерської практики.

Практика шкільного навчання вказує на протиріччя між можливостями навчання наочно засвоювати матеріал в інформаційному середовищі, і пропонованими їм традиційними словесно-текстовими методами навчання. Це протиріччя обумовлює необхідність нового підходу до реалізації принципу наочності у навчанні. Від погляду на наочність як одного з допоміжних засобів навчання на сучасному етапі необхідний перехід до повноцінного використання і розвитку візуального мислення школяра в процесі загальноосвітньої підготовки. І в цьому процесі провідна роль, безумовно, належить сучасним інформаційним і комунікаційним технологіям. Сучасне програмне забезпечення дозволяє будувати перспективне зображення, повертати його і розглядати під різними кутами, що допомагає формувати вміння в учнів відтворювати цілісний просторовий образ. Серед програмних засобів, створених для підтримки шкільного курсу стереометрії, можна виділити такі, як GRAN-3 (М.І. Жалдак), електронний навчально-методичний комплект «Геометрія 11 клас» (М.І. Бурда, О.П. Вашуленко), Cabri 3D.

Cabri 3D (www.cabri.com) – світовий лідер серед пакетів динамічної стереометрії. У Росії він локалізований Інститутом нових технологій (<http://www.int-edu.ru>), посібник користувача має назву “Интерактивная геометрия Cabri 3D”. Середовище можна використовувати як потужний інструментальний засіб для підготовки електронних уроків, лекцій та книг з динамічними прикладами, які учень може досліджувати. Але основне його призначення – конструювання моделей у віртуальному просторі – результаті паралельного (центрального) проектування частини тривимірного евклідового простору на площину екрана, що сприймається як тривимірне. Динамічні малюнки, які легко і миттєво змінюються, дозволяють створювати середовища динамічної геометрії, інтерактивного моделювання у віртуальному просторі, просторового конструювання. Кожний малюнок у такому середовищі є фактично нескінченною множиною малюнків. Учень може зафіксувати той один, на якому він уявляє дану конфігурацію найкраще. Таким чином, роль малюнка суттєво зростає, оскільки він стає не лише ілюстрацією у процесі розв'язування, а його важливою частиною [7, с. 149].

Таким чином, готуючись до конкретного уроку, вчитель вибирає ті засоби, з якими організація роботи учнів буде оптимальною. Щоб деяка матеріальна модель дозволяла організувати засвоєння того чи іншого поняття, вона повинна не тільки правильно та коректно його відображати, а й бути простою для сприйняття учнів.

Список використаних джерел:

1. Тези доповіді Міністра освіти і науки України професора І. О. Вакарчука на парламентських слуханнях “Стратегія інноваційного розвитку України на 2010-2020 роки в умовах глобалізаційних викликів” – [Електронний ресурс] – Режим доступу: http://www.mon.gov.ua/main.php?query=newstmp/2009_1/19_06/6
2. Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. – [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://osvita.ua/doc/files/news/309/30993/39.pdf>

3. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Посіб. для студентів матем. спеціальностей пед. вузів. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.
4. Фридман Л.М. Наглядность и моделирование в обучении. – М., 1984.
5. Романіченко Л.С. Використання ІКТ при викладанні стереометрії в 10-11 класах. – [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://wiki.ciit.zp.ua/index.php>.
6. Литвиненко В.Н. Практикум по элементарной математике. Стереометрия: Учебное пособие. – М.: Вербум-М, 2000. – 480 с.
7. Зеленьяк О.П. Стереометрія з комп'ютером? // Інформаційні технології в освіті. – 2013. – №15. – С. 146-157.

ОРГАНІЗАЦІЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ ПІД ЧАС ВИВЧЕННЯ КУРСУ «ПРОЕКТИВНА ГЕОМЕТРІЯ»

Інна Татарова, Юрій Яременко

На сучасному етапі трансформації суспільних відносин в Україні важливим є формування гармонійно розвинутої, суспільно активної людини, посилення виховної функції вищої школи. Необхідною умовою розв'язання цього завдання є озброєння майбутніх фахівців уміннями і навичками творчого застосування набутих знань на практиці. Самостійна робота студентів, підходи до якої потребують докорінних змін, на сучасному етапі повинна стати основою вищої освіти, важливою частиною процесу підготовки фахівців.

Як показав проведений аналіз наукової літератури, дослідження різних аспектів самостійної роботи студентів є однією з важливих проблем педагогічної теорії і практики, а її дослідженням займалось широке коло дослідників. У працях вітчизняних і зарубіжних учених висвітлено такі аспекти проблеми самостійної роботи: розглянуто сутність самостійної роботи студентів, а також її наукові, теоретичні та методичні засади (А. С. Макаренко, К. Д. Ушинський, В. О. Сухомлинський та ін.). Проблемою місця та ролі самостійності під час формування людської особистості, уточненням їх визначень та класифікації видів самостійної роботи займалися А. М. Алексюк, Є. С. Борткевич, Л. С. Виготський, М. О. Данилов, Б. П. Єсіпов, М. М. Скаткін та ін. Серед провідних фахівців, які розробляли концепцію самостійного навчання у ВНЗ, були В. Ф. Буринський, П. І. Підкасистий, І. М. Гнітецька, М. В. Плеханова, М. М. Солдатенко та ін. Серед науковців і педагогів, які займаються дослідженням самостійності у навчанні вищої школи, слід назвати таких відомих учених та практиків педагогічної думки, як: А. М. Алексюк, Л. В. Барановська, М. Ф. Головатий, Л. М. Журавська, та ін.; розглянуто самостійну роботу, як метод навчання: Ю. К. Бабанський, М. І. Дяченко, Л. А. Кандилович, І. Я. Лернер та ін.

Дидактичними умовами активізації самостійної роботи вважаються усвідомлення студентом, що самостійна робота вільна за вибором, внутрішньо вмотивована діяльність; створення можливостей для оцінювання рівня своїх знань, проведення самоконтролю, уміння виконувати різні види записів, повне забезпечення інформаційно-методичними матеріалами для самостійної роботи, чітке планування індивідуальної самостійної роботи; впровадження інноваційних педагогічних технологій [1, с. 247].

Самостійну роботу студентів можна класифікувати наступним чином:

1. За характером керівництва і способом здійснення контролю за якістю знань з боку викладача (з урахуванням місця, часу проведення), можна виділити:
 - а) аудиторну – поза аудиторну (3-4 години на день, у тому числі й у вихідні);

- б) колективну роботу під контролем викладача – індивідуальні заняття з викладачем.
2. За рівнем обов'язковості :
- а) обов'язкову, визначену навчальними планами і робочими програмами (виконання домашніх завдань, підготовка до лекцій, практичних робіт та різновиди завдань, які виконуються під час ознайомлювальної, навчальної, виробничої, переддипломної практики; підготовка і захист дипломних та курсових робіт тощо);
 - б) рекомендовану (участь у роботі наукових гуртків, конференціях, підготовка наукових тез, статей, доповідей, рецензування робіт тощо);
 - в) ініційовану (участь у різноманітних конкурсах, олімпіадах, вікторинах, виготовлення наочності, підготовка технічних засобів навчання тощо).
3. За рівнем прояву творчості:
- а) репродуктивну, що здійснюється за певним зразком (розв'язування типових задач, заповнення таблиць, моделювання схем, виконання тренувальних завдань, що вимагають осмислення, запам'ятовування і простого відтворення раніше отриманих знань);
 - б) реконструктивну, яка передбачає слухання і доповнення лекцій викладача, складання планів, конспектів, тез тощо.
 - в) евристичну, спрямовану на вирішення проблемних завдань, отримання нової інформації, її структурування (складання опорних конспектів, схем-конспектів, анотацій, побудову технологічних карт, розв'язання творчих завдань).
 - г) дослідницьку, яка орієнтована на проведення наукових досліджень (експериментування, проектування приладів, макетів, теоретичні дослідження та ін.) [1, с. 235-236].

Загальною проблемою вищої освіти є зменшення кількості годин на вивчення програмового матеріалу, тому дуже часто застосовують випереджувальні завдання. Ці завдання спрямовані на повне або часткове попереднє самостійне вивчення студентами навчального матеріалу, який буде висвітлюватися викладачем на планованих заняттях. Попередньо вивчений студентами матеріал можна використовувати на лекціях, семінарах у вигляді рефератів, наукових доповідей, обговорювати у процесі дискусії тощо.

Вивчення курсу «Проективна геометрія», є основою підготовки майбутніх вчителів математики. На жаль, кількість годин, відведених на аудиторні заняття з проективної геометрії незначна. І як наслідок, подача навчального матеріалу на лекційних і практичних заняттях перетворюється у набір готових алгоритмів розв'язку задач. Викладач показує спосіб розв'язання задач, студенти повторюють його декілька разів спочатку на практиці, а потім у домашніх умовах, виконуючи запропоновані індивідуальні домашні завдання. Але як тільки змінюється умова задачі, змінюється формулювання запитання, чи викладач пропонує спробувати одержати запропоновану формулу, виникає повне нерозуміння запропонованого для вивчення матеріалу. Тому включення у навчальний процес при вивченні курсу «Проективна геометрія» самостійної роботи студентів розглядається як «дидактичне явище», що дозволяє викладачеві викликати у студентів задоволення від розумової діяльності.

З урахуванням спеціалізації та індивідуального розвитку студентів відповідно до їх здібностей та можливостей, курс «Проективна геометрія», крім теоретичного матеріалу з обов'язковою та додатковою частинами практичного матеріалу, повинен містити творчі та дослідницькі запитання, історичний матеріал до вивчення

відповідних тем курсу. Якщо викладач виносить тему для самостійного вивчення, то матеріал повинен бути обов'язково проілюстрований мультимедійними презентаціями, які сприяють якісному сприйняттю і запам'ятовуванню даної теми. [3, с. 15]

Наприклад, при вивченні курсу «Проективна геометрія» можна застосовувати такі форми і методи самостійної роботи:

1. Вивчення теоретичного матеріалу
2. Робота з задачами
3. Виконання індивідуальних завдань
4. Підготовка до колоквиуму
5. Підготовка до контрольної роботи

Організація самостійної роботи сприяє узагальненню вивченого, підвищенню інтересу до курсу. Студентам під час практичних занять можна запропонувати такі завдання:

- створення опорних конспектів (опорний конспект теми «Центральне проектування. Поняття проективного простору», де будуть визначені основні елементи проективного простору та властивості точок прямих і площин в проективному просторі);
- доповнення таблиць, що містять або основні теореми, або основні задачі на побудову, (заповнення таблиці «Принцип двоїстості в просторі», яка буде містити в правій колонці твердження яке справедливе для проективного простору, а в лівій це ж твердження, але до якого застосовано принцип двоїстості в просторі);
- складання алгоритмів для розв'язування задач (розв'язавши з студентами задачу, можна запропонувати їм виділити алгоритм попередніх дій самостійно);
- знаходження різних способів розв'язування задач;
- виконання розрахунково-графічних робіт (побудова гіперболічної або параболічної гомології).

Для більш зацікавлених студентів, що включаються у дослідницьку роботу можна запропонувати виконати проект-дослідження «Застосування проективної геометрії в задачах шкільного курсу геометрії», де буде показано, як цю теорію можна з успіхом застосовувати для доведення теорем і розв'язання задач шкільного курсу геометрії.

Самостійна робота щодо вивчення теоретичного матеріалу включає такі види діяльності студента: сприйняття теоретичного матеріалу на лекції, робота над її текстом у поза аудиторний час, робота з навчальною літературою, використання понять, законів, теорем, формул у процесі розв'язання геометричних задач [3, с. 18].

До кожної лекції, крім того, необхідно підготувати проблемні, професійно-спрямовані питання, які доцільно сформулювати на її початку, і відповіді на які мають бути знайдені та озвучені наприкінці лекції. Це активізує розумову діяльність студентів, сфокусує її увагу на найбільш вагомим положеннях курсу та сприятиме більш глибокому засвоєнню матеріалу. Також корисно пропонувати студентам творчі практичні завдання, які вони виконують у процесі подальшої роботи над лекцією.

Працюючи над магістерською роботою «Організація самостійної роботи студентів під час вивчення курсу «Проективна геометрія» мною, на основі посібників [2, с. 4-29; 4, с. 34-56], було розроблено такі інформаційні матеріали, які можна використати для самостійної роботи:

- варіанти контрольних робіт;
- варіанти індивідуальних завдань;

- завдання для тестового контролю;
- теми проектів-досліджень для творчо працюючих студентів;
- питання для підготовки до колоквиуму, самоконтролю, повторення та інші інформаційні матеріали для організації самостійної роботи студентів.

Отже, запровадження у навчальний процес елементів самостійної роботи є актуальною проблемою, яка потребує свого невідкладного вирішення. Це дозволить студентам пройти шлях від сприйняття готової навчальної інформації через відтворення одержаних знань і засвоєних способів діяльності до оволодіння методами наукового пізнання самостійного, а найкраще – творчого їх застосування.

Список використаних джерел:

1. Алексюк А. М. Педагогіка вищої освіти України. Історія. Теорія: підручник для студентів, аспірантів та молодих викладачів вищих навчальних закладів. – К.: Либідь, 1998. – 560 с.
2. Атанасян В. А. Задачник-практикум по проективной геометрии / В. А. Атанасян, Н. Г. Федин. – [изд. 2-е пер.] – М.: «Просвещение», 1964. – 71 с.
3. Заїка О. В. Проективна геометрія: Методичні рекомендації для викладачів та студентів фізико-математичних факультетів / О. В. Заїка, С. О. Заїка. – Глухів: РВВ ГНПУ ім. О. Довженка, 2010. – 158 с.
4. Певзнер С. Л. Проективная геометрия: Учебное пособие по курсу «Геометрия» [для студентов-заоч. 2-3 курсов физ.-мат. фак.] / Певзнер С. Л. – М.: «Просвещение», 1980. – 128 с.

СПОСОБИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ТЕОРІЇ ІГОР

Яна Уретій, Людмила Ізюмченко

Призначення теорії ігор, теорії математичних моделей прийняття оптимальних рішень в умовах конфлікту – математично зафіксувати поведінку в стратегічних ситуаціях, у яких успіх суб'єкта, що робить вибір, залежить від вибору інших учасників. Цей розділ прикладної математики використовується в соціальних науках (найбільше в економіці), біології, політичних, комп'ютерних науках (головним чином у задачах штучного інтелекту) і філософії. Теорія ігор отримала певне відображення в масовій культурі і продовжує активно розвиватись.

Логічною основою теорії ігор є формалізація трьох понять, які входять в її визначення і є фундаментальними для всієї теорії: конфлікт, прийняття рішення в конфлікті, оптимальність прийнятого рішення. Ці поняття розглядаються в теорії ігор у найширшому сенсі. Їхні формалізації відповідають змістовним уявленням про відповідні об'єкти.

Основні правила цієї теорії можуть бути зведені до трьох параметрів: бізнес-ситуація, як основа, має бути абсолютно реальною; ситуація повинна бути актуальною в часі (максимально 5 років з моменту її виникнення); бізнес-ситуація має включати реальні «живі» компанії, а не урядові або неприбуткові організації. З метою дослідження конфліктної ситуації будують її формалізовану спрощену модель. Аби побудувати таку модель необхідно чітко описати конфлікт, тобто уточнити кількість учасників (учасники або сторони конфлікту називаються гравцями), вказати на всі можливі способи (правила) дій для гравців, які називаються стратегіями гравців, розрахувати, якими будуть результати гри, якщо кожний гравець вибере певну стратегію (тобто з'ясувати виграші або програші гравців) [1, ст. 134-135].

Кожну гру можна розв'язати. І, як зазначалося вище, є три способи їх розв'язання: аналітичний, геометрична інтерпретація, зведення до задач лінійного програмування. Далі наведемо для кожного методу приклади розв'язання ігор.

Приклад 1.

Знайти розв'язок гри, платіжна матриця якої має вид: $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 8 \\ 7 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

Розв'язання:

Перевіримо наявність сідлової точки в даній матриці:

$$\alpha = \max(2, 3) = 3;$$

$$\beta = \min(7, 5, 8) = 5.$$

Гра не має сідлової точки, тому оптимальним рішенням буде змішана стратегія.

Так як гравець А має дві стратегії, а для розв'язування даної гри потрібно скористатися геометричною інтерпретацією, то задану матрицю слід транспонувати і перейти до розв'язування двоїстої задачі до даної.

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 8 \\ 7 & 4 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 5 & 4 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}.$$

Будуємо графічне зображення гри для гравця А (Рис. 1).

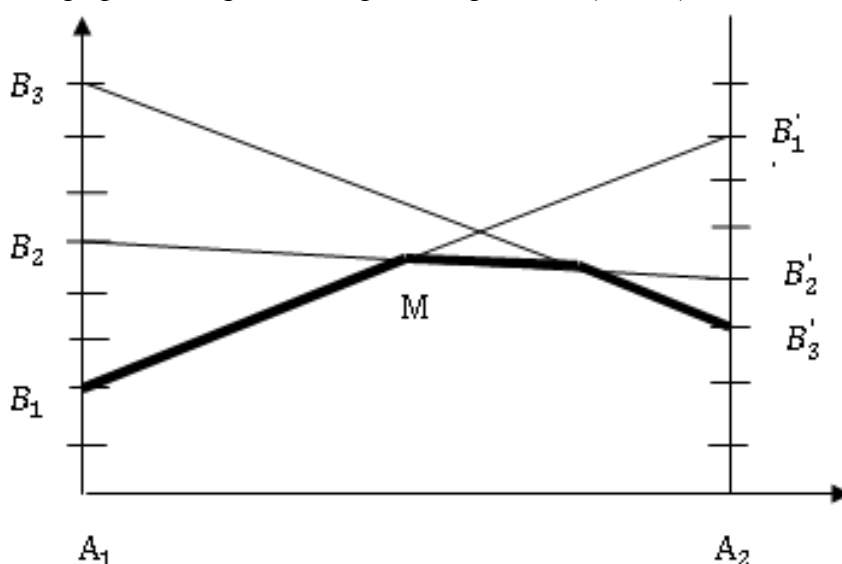


Рис. 1.

Точка М (максимін) є точкою оптимуму. У цій точці перетинаються лінії, що відповідають активним стратегіям B_1 і B_2 гравця В. Таким чином, крім стратегії B_3 , одержуємо матричну гру 2х2 з платіжною матрицею виду: $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$.

Припустимо, що для гравця А стратегію задано вектором $U = (u_1, u_2)$. Тоді матимемо $2u_1 + 7u_2 = V$, $5u_1 + 4u_2 = V$. Крім цих рівнянь, додаємо рівняння, що пов'язує частоти u_1 та u_2 : $u_1 + u_2 = 1$.

Розв'яжемо систему з трьох рівнянь:
$$\begin{cases} 2u_1 + 7u_2 = V, \\ 5u_1 + 4u_2 = V, \\ u_1 + u_2 = 1. \end{cases}$$

Маємо: $u_1 = \frac{1}{2}$, $u_2 = \frac{1}{2}$.

Знайдемо тепер оптимальну стратегію для гравця В. Нехай стратегія для даного

гравця задається вектором $Z = (z_1, z_2)$. Тоді:
$$\begin{cases} 2z_1 + 5z_2 = V, \\ 7z_1 + 4z_2 = V, \\ z_1 + z_2 = 1. \end{cases}$$

Розв'язуючи систему, отримаємо: $z_1 = \frac{1}{6}; z_2 = \frac{5}{6}$.

Отже, розв'язком є змішані стратегії: $U = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), Z = \left(\frac{1}{6}, \frac{5}{6}\right)$. Ціна гри – $V = \frac{27}{6}$.

Приклад 2.

Знайти розв'язок гри, платіжна матриця якої має вид:
$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Розв'язання:

Перевіримо наявність сідлової точки:

$$\alpha = \max(1, 1, 1) = 1;$$

$$\beta = \min(3, 3, 3) = 3.$$

Отже, гра не має сідлової точки.

Вирішуємо гру шляхом рішення пари двоїстих задач лінійного програмування.

Пряма задача:

Двоїста задача:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 \geq 1 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 \geq 1 \\ x_i \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 + 2y_2 + 3y_3 \leq 1, \\ 3y_1 + y_2 + y_3 \leq 1, \\ y_1 + 3y_2 + y_3 \leq 1, \\ y_i \geq 0. \end{cases}$$

Далі задачі вирішуються симплекс-методом. Для знаходження оптимальних рішень задачі скористаємося інструментом «Поиск решения» пакета MS Excel.

1) Пряма задача:

	x_1	x_2	x_3	b_i	x_i
	1	3	1	1	2/9
	2	1	3	1	2/9
	3	1	1	1	1/9
L	1	1	1	5/9	

$$x_1 = \frac{2}{9}, x_2 = \frac{2}{9}, x_3 = \frac{1}{9}, \max L(x) = \frac{5}{9}.$$

Знаходимо оптимальну змішану стратегію гравця А за формулами:

$$V = \frac{1}{\sum_{i=1}^m x_i}, p_i = \frac{x_i}{\sum_{i=1}^m x_i} = x_i * V, p_1 = x_1 * V, p_2 = x_2 * V, p_3 = x_3 * V.$$

$$\text{Підставимо: } V = \frac{1}{\frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9}} = \frac{9}{5}, p_1 = \frac{2}{9} * \frac{9}{5} = \frac{2}{5}, p_2 = \frac{2}{9} * \frac{9}{5} = \frac{2}{5}, p_3 = \frac{1}{9} * \frac{9}{5} = \frac{1}{5}.$$

2) Двоїста задача:

	y_1	y_2	y_3	b_i	y_i
	1	3	1	1	2/9
	2	1	3	1	2/9
	3	1	1	1	1/9
L	1	1	1	5/9	

$$y_1 = \frac{2}{9}, y_2 = \frac{2}{9}, y_3 = \frac{1}{9}, \max L(y) = \frac{5}{9}.$$

Знаходимо оптимальну змішану стратегію гравця В за формулами:

$$q_j = \frac{Y_j}{\sum_{j=1}^n Y_j} = y_j * V, q_1 = y_1 * V, q_2 = y_2 * V, q_3 = y_3 * V.$$

$$\text{Маємо: } q_1 = \frac{2}{9} * \frac{9}{5} = \frac{2}{5}, q_2 = \frac{2}{9} * \frac{9}{5} = \frac{2}{5}, q_3 = \frac{1}{9} * \frac{9}{5} = \frac{1}{5}.$$

Висновки. Потрібно зазначити, що теорія ігор представляє собою неоднозначну область знань. При зверненні до неї потрібно дотримуватись обережності і чітко знати межі використання. Занадто прості тлумачення, що приймаються фірмою самостійно чи за допомогою консультантів, можуть нести в собі приховану небезпеку. Аналіз і консультації на основі теорії ігор через їх складність рекомендуються лише для особливо важливих проблемних сфер. Досвід показує, що використання відповідних інструментів доцільне переважно при прийнятті однократних, принципово важливих планових стратегічних рішень, у тому числі при підготовці крупних кооперативних договорів.

Список використаних джерел:

1. Мак-Кинси Дж. Введение в теорию игр. – М.: ГИФМЛ, 1960. – 420 с.

МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ У РОЗВ'ЯЗУВАННІ СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ МЕТОДОМ ГАУСА

Анастасія Філіппова

Актуальність теми: Людина все частіше вдається до використання комп'ютера для того, щоб в короткі терміни, і з максимальною ефективністю вирішувати поставлені завдання.

Інформаційно-комунікаційна технологія (ІКТ) може виявляти помилки, до того ж, вони у своїх розрахунках не містять частку людського фактора, і тим самим приводить до більш точних розрахунків. Програми здатні функціонувати без втручання людини, здійснювати розрахунки самостійно, тільки маючи потребу у введенні інформації користувачем.

Мета статті полягає у створенні методики використання ІКТ у розв'язуванні систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) методом Гауса.

Завдання:

- 1) Використання Maple 15 для автоматизації дій при зведенні розширеної матриці системи, до трикутного вигляду, і зворотними діями відшукування розв'язку системи.
- 2) Дослідити особливості методу Гауса у випадках: єдиного розв'язку системи, коли багато розв'язків, і випадок коли система не має жодного розв'язку.

Об'єкт дослідження: навчальна ситуація «Розв'язування системи лінійних рівнянь».

Предмет дослідження: «Методика розв'язування СЛАР методом Гауса з використанням ІКТ».

Системи лінійних рівнянь

Нехай дано систему n лінійних алгебраїчних рівнянь з n змінними

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

Систему (1) можна записати у векторно-матричній формі $AX=B$,

де $A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$ – матриця коефіцієнтів a_{ij} (індекс i вказує рівняння,

якому належить коефіцієнт, а індекс j – змінну, при якій він стоїть), $B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}$,

$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$ – відповідно стовпець вільних членів і стовпець змінних.

Упорядкована сукупність n чисел $c_1, c_2, \dots, c_n$, яка, будучи підставленою в систему (1) замість $x_1, x_2, \dots, x_n$, перетворює всі рівняння в правильні числові рівності, називається розв'язком системи (1).

Якщо визначник системи (1) $\Delta = \det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \neq 0$, то вона має

єдиний розв'язок.

Розв'яжемо систему трьох лінійних рівнянь з трьома невідомими з використанням Maple 15. При цьому дії з рядками розширеної матриці будуть виконуватись автоматично, що дає змогу зекономити час, та позбавитись похибок в обчисленнях. Використання Maple 15 дає можливість використовувати точні обчислення.

Точними називають такі методи, які дають змогу знайти точний розв'язок системи (1) за допомогою виконання скінченної кількості арифметичних операцій у припущенні, що всі обчислення, виконуються точно (без округлень), а коефіцієнти системи і вільні члени – точні числа. Але на практиці всі обчислення виконуються з обмеженою кількістю десяткових розрядів, а ірраціональні коефіцієнти і вільні члени, якщо такі є, замінюються раціональними числами.

Рівні використання Maple:

Перший рівень полягає у використанні Maple як калькулятора з метою *точного виконання операцій*, тобто арифметичних дій над числами (коефіцієнтами системи), котрі за звичай будуть звичайними дробами і виконання таких операцій вручну займе багато часу та ще й зростають ризики допущення обчислювальних помилок суб'єктом учіння.

Другий рівень полягає в автоматизованому виконанні операцій кожної дії з рядками матриці системи. Кожну дію ми записували в Maple як окрему програму. Кожна програма в Maple (назвемо її програма-дія) виділяється значками «>» і запускається натисненням клавіші Enter при будь-якому розташуванні курсору в межах програми-дії. Отже, для кожної дії з рядками матриці системи буде своя програма. Послідовність виконання таких програм-дій буде процесом реалізації методу Гауса.

Третій рівень при розв'язуванні систем лінійних рівнянь полягає в тому, що суб'єкти учіння вже засвоїли суть кожної дії та послідовність їх виконання, тобто засвоїли метод Гауса та послідовність дій його виконання при розв'язуванні СЛР. По суті дії для суб'єктів учіння стали вже операціями. Тому настав час автоматизувати послідовність виконання наведених вище дій, тобто, автоматизувати процес розв'язування СЛР методом Гауса. Тут можна піти двома шляхами: створити в Maple

відповідну програму, або скористатися можливостями Maple, котрі дозволяють розв'язувати СЛР одним оператором.

Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь методом Гауса

Приклад 1. (Система має єдиний розв'язок) Дано систему трьох лінійних алгебраїчних рівнянь з трьома невідомими.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 - x_2 - x_3 = -4 \end{cases}$$

Для розв'язання СЛР застосуємо можливості Maple 15. СЛР записуємо у вигляді розширеної матриці.

1 рівень застосування: Полягає у використанні Maple, як калькулятора для перевірки правильності розв'язків та виконання проміжних обчислень.

2 рівень застосування:

$$\begin{aligned} A &:= \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & -4 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & -1 & -4 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & -4 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & -1 & -4 \end{bmatrix} \quad A[2] := A[2] - A[1] \cdot 2 : A; \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -6 & 3 & 3 \\ 1 & -1 & -1 & -4 \end{bmatrix} \\ A[3] &:= A[3] - A[1] : A; \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -6 & 3 & 3 \\ 0 & -2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \quad A[2] := \frac{A[2]}{A[2,2]} : A; \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \\ A[3] &:= A[3] + A[2] \cdot 2 : A; \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -1 & -5 \end{bmatrix} \quad x_3 := -\frac{5}{-1}; \quad x_2 := -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot x_3; \quad x_1 := -x_2 + x_3; \end{aligned}$$

Відповідь: $x_1=3$; $x_2=2$; $x_3=5$.

3 рівень застосування:

$$\begin{aligned} \text{with(LinearAlgebra)} : A &:= \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -4 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -4 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad B := \langle 0, 3, -4 \rangle; \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix} \\ y &:= \text{LinearSolve}(A, B); \quad \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Відповідь: $x_1=3$, $x_2=2$, $x_3=5$.

Приклад 2. (Система має безліч розв'язків) Дано систему трьох лінійних алгебраїчних рівнянь з трьома невідомими.

$$\begin{cases} 7x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 5 \\ 2x_1 - x_2 - 4x_3 = 2 \\ 6x_1 + 5x_2 = 12 \end{cases}$$

2 рівень застосування:

$$B := \begin{bmatrix} 7 & 3 & -2 & 5 \\ 2 & -1 & 4 & 2 \\ 16 & 5 & 0 & 12 \end{bmatrix}; \quad B := \begin{bmatrix} 7 & 3 & -2 & 5 \\ 2 & -1 & 4 & 2 \\ 16 & 5 & 0 & 12 \end{bmatrix} \quad B[1] := \frac{B[1]}{7} : B; \quad \begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{7} & -\frac{2}{7} & \frac{5}{7} \\ 2 & -1 & 4 & 2 \\ 16 & 5 & 0 & 12 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
& B[2] := B[2] - B[1] \cdot 2 : B; \quad \begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{7} & -\frac{2}{7} & \frac{5}{7} \\ 0 & -\frac{13}{7} & \frac{32}{7} & \frac{4}{7} \\ 16 & 5 & 0 & 12 \end{bmatrix} \quad B[3] := B[3] - B[1] \cdot 16 : B; \quad \begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{7} & -\frac{2}{7} & \frac{5}{7} \\ 0 & -\frac{13}{7} & \frac{32}{7} & \frac{4}{7} \\ 0 & -\frac{13}{7} & \frac{32}{7} & \frac{4}{7} \end{bmatrix} \\
& B[2] := B[2] \cdot \left(-\frac{7}{13}\right) : B; \quad \begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{7} & -\frac{2}{7} & \frac{5}{7} \\ 0 & 1 & -\frac{32}{13} & -\frac{4}{13} \\ 0 & -\frac{13}{7} & \frac{32}{7} & \frac{4}{7} \end{bmatrix} \quad B[3] := B[3] + \frac{B[2] \cdot 13}{7} : B; \quad \begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{7} & -\frac{2}{7} & \frac{5}{7} \\ 0 & 1 & -\frac{32}{13} & -\frac{4}{13} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

3 рівень застосування:

$$\begin{aligned}
& \text{with}(\text{LinearAlgebra}) : A := \begin{bmatrix} 7 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & 4 \\ 16 & 5 & 0 \end{bmatrix}; \quad B := \langle 5, 2, 12 \rangle; \quad \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 12 \end{bmatrix} y := \text{LinearSolve}(A, B); \\
& \begin{bmatrix} -t_1 \\ -\frac{16}{5}t_1 + \frac{12}{5} \\ -\frac{13}{10}t_1 + \frac{11}{10} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

3 рівень застосування (2 випадок):

$$\text{solve}(\{7x + 3y - 2z = 5, 2x - y + 4z = 2, 16x + 5y = 12\}, \{x, y, z\});$$

$$\left\{ x = x, y = -\frac{16}{5}x + \frac{12}{5}, z = -\frac{13}{10}x + \frac{11}{10} \right\}$$

Приклад 3. (Система не має розв'язків)

Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 2 \\ 7x_1 - 7x_2 - 4x_3 = 5 \end{cases}$$

Розв'язання:

$$a := \{2x - 4y - 1z = 1, 3x + 1y - 2z = 2, 7x - 7y - 4z = 5\};$$

$$\text{solve}(a, \{x, y, z\});$$

$$\{2x - 4y - z = 1, 3x + y - 2z = 2, 7x - 7y - 4z = 5\}$$

Ми можемо побачити що виконання команди `solve` не дало результатів, це свідчить про те, що дана система не має розв'язків.

Перевіримо цей факт.

Якщо система лінійних алгебраїчних рівнянь не має розв'язків, то вона є не сумісною. За умовою Кронекера-Капеллі: «Для того. Щоб система була сумісною, необхідно і достатньо, щоб ранг основної матриці дорівнював рангу розширеної».

`restart; with(LinearAlgebra) :`

$$A := \text{Matrix}([[2, -4, -1, 1], [3, 1, -2, 2], [7, -7, -4, 5]]);$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -4 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -2 & 2 \\ 7 & -7 & -4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\text{Rank}(A); \quad 3$$

$$B := \text{Matrix}([[2, -4, -1], [3, 1, -2], [7, -7, -4]]); \quad \begin{bmatrix} 2 & -4 & -1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 7 & -7 & -4 \end{bmatrix}$$

$\text{Rank}(B)$; 2

Оскільки $3 \neq 2$; $\rightarrow \text{Rank}(A) \neq \text{Rank}(B)$, то можна зробити висновок що задана система не має розв'язків.

Список використаних джерел:

1. Ганжела І.П. Початки вищої алгебри: Навч.-метод. посіб. – Кіровоград: КДПУ, 2000. – 144 с.
2. Завало С. Т. та інші. Алгебра і теорія чисел: Підручник для фіз.-мат. фак. пед. ін-тів. – Ч. 1 – К., «Вища школа», Головне видавництво, 1974 р.
3. Костарчук В.М., Хацет Б.І. Курс вищої алгебри: Підручник для фіз.-мат. фак. пед. ін-тів. УРСР. – Вид. 3-є, перероб. і доп. – К.: Вища школа, 1969. – 540 с.
4. Гетманцев В. Д. Лінійна алгебра і лінійне програмування: Навч. посібник. – К.: Либідь, 2001. – 256 с.

ОЦІНЮВАННЯ КОМПОНЕНТІВ СОЦІАЛЬНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ З ВИКОРИСТАННЯМ БАГАТОФАКТОРНОГО ОПИТУВАЛЬНИКА КЕТТЕЛА

Віталій Шевченко, Наталія Пасічник

На сучасному етапі одним із перспективних напрямів реформування освіти є впровадження компетентісно спрямованого підходу. Упродовж останніх років Рада Європи проводить міжнародні дослідження, поглиблюючи та розвиваючи поняття компетентностей, пропонуючи власний перелік ключових компетентностей, якими мають володіти молоді європейці, та об'єднує їх у три основні групи: соціальні, пов'язані із соціальною діяльністю особистості, життям суспільства; мотиваційні, що стосуються інтересів та індивідуального вибору особистості; функціональні, що характеризують сферу знань, умінь оперувати науковими знаннями та фактичним матеріалом [2]. Соціальна компетентність є однією з ключових компетентностей, яка пов'язана з особливостями розвитку відповідних поведінкових настанов, ціннісних орієнтацій, норм і зразків взаємодії людини з навколишнім світом [1]. Проблема компетентності та різні її аспекти привертати увагу багатьох дослідників. Вклад у вивчення цього феномена здійснили такі науковці, як: Ю. Меля, К. Рубін, Р. Хінтч, В. Ядов, А. Корнілова, І. Тетаренко, Л. Шабатура, С. Бахтєєва, О. Гиндина, Д. Єгоров, В. Цветков та ін. Проте, проблеми дослідження сутності, змісту, структури соціальної компетентності та методики її вимірювання залишається не достатньо розробленою.

Метою статті є дослідження можливостей застосування багатофакторного опитувальника Кеттела для визначення рівня соціальної компетентності старшокласників.

Кеттел розробляв свою модель використовуючи факторний аналіз, щоб згрупувати інформацію, отриману від окремих людей. Він вважав, що кожен з нас в тій чи іншій мірі володіє шістнадцятьма вихідними рисами. Риси Кеттела були ідентифіковані за допомогою факторного аналізу з трьох різних масивів даних, які він назвав L-даними, Q-даними і T-даними. L-дані включають в себе відомості про життя людини: оцінки в школі, прогули на роботі та іншу подібну інформацію про поведінку особистості. Q-дані відповідають за інформацію про

звички та відчуття людини, а Т-дані містять інформацію про інтелектуальну складову. Питання групуються за змістом навколо певних рис, що виходять в кінцевому підсумку до тих чи інших факторів і характеризують той чи інший компонент соціальної компетентності.

При інтерпретації отриманих результатів потрібно не тільки враховувати величину стени певного фактору, а й звертати увагу на їх поєднання, що створюють комплекси комунікативних, інтелектуальних, емоційних та регуляторних властивостей особистості.

- Групу комунікативних властивостей утворюють наступні фактори: А (товариськість), Н (сміливість соціальних контактах), Е (домінантність), L (підозрілість), N (дипломатичність), Q2 (самостійність). Поєднання факторів А і Н відображає необхідність особистості в спілкуванні, умінні спілкуватись. Поєднання факторів L і N характеризує відношення особистості до інших людей. Поєднання факторів Е і Q2 відображає деякі сторони лідерського потенціалу особистості.
- До групи інтелектуальних властивостей входять наступні фактори: В (інтелектуальність), М (мрійливість), N (дипломатичність), Q1 (сприйняття нового). Поєднання факторів В і М характеризує інтелектуальні можливості особистості. Поєднання факторів N и Q1 відображає гнучкість і оперативність мислення особистості.
- До групи емоційних властивостей відносять наступні фактори: С (емоційна стабільність), F (безпечність), Н (сміливість соціальних контактах), І (емоційна чутливість), О (тривожність), Q4 (напруженість). Поєднання факторів С і І характеризує чутливість особистості до емоційних впливів. Поєднання факторів Н і F відображає схильність до ризикованої поведінки. Поєднання факторів О і Q4 характеризує різні прояви тривожності, як властивості особистості.
- До групи регуляторних властивостей особистості входять наступні фактори: Q3(самодисципліна) та G(моральна нормативність), поєднання даних факторів характеризує здатність особистості досягати поставленої цілі.

Таблиця 1.

Фактор	Учасники тестування																				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
А	4	7	3	9	6	5	9	5	5	2	8	5	6	3	1	10	8	6	5	4	8
В	8	7	5	9	6	9	5	6	7	5	10	6	6	7	6	7	7	6	6	9	4
С	8	8	4	7	4	6	3	7	6	6	5	7	7	10	4	5	8	5	5	8	5
Е	5	4	4	5	5	8	4	5	3	8	4	7	3	6	6	9	4	6	2	4	3
F	6	8	3	8	7	3	8	6	10	2	7	6	9	2	3	8	9	9	6	8	8
G	5	7	4	8	5	7	4	5	2	7	5	6	5	8	9	7	7	5	5	6	4
Н	4	6	4	7	4	4	3	4	9	5	4	5	4	7	5	10	6	3	2	8	7
І	7	5	8	8	4	3	9	6	8	3	8	5	8	2	5	2	7	9	6	5	9
L	4	7	8	5	6	8	3	6	6	8	5	5	9	8	9	6	3	7	7	2	3
М	9	4	4	7	3	4	10	6	5	2	4	7	5	4	7	2	10	8	3	6	10
N	5	7	3	7	6	10	5	5	7	4	9	4	7	8	6	5	5	6	7	9	2
О	2	6	8	4	7	1	7	7	3	4	4	9	9	6	7	4	6	7	8	5	4
Q1	6	4	4	6	4	7	4	4	2	1	8	5	2	3	2	8	4	5	6	9	4
Q2	10	3	4	7	5	9	3	7	7	6	7	6	4	4	10	7	1	6	3	5	5
Q3	7	5	3	6	4	7	5	6	7	9	8	4	5	6	8	7	6	8	5	6	6
Q4	7	6	5	8	8	8	5	5	6	7	10	5	2	4	5	9	4	6	6	7	5

Серед старшокласників (10-й клас) було проведено тестування по методиці багатофакторного дослідження особистості Кеттела. Учні відповіли на

187 запитань, після чого сирі результати були переведені у стени за таблицями нормування. Результати представлені у таблиці 1. Стени розподіляються за біполярною шкалою із значеннями від 1-го до 10-ти балів. Відповідно, першій половині шкали (від 1 до 5,5) присвоюється знак «-», а другій половині (від 5,5 до 10) знак «+». При інтерпретації приділяється увага, в першу чергу, «пікам» профілю, тобто найбільш низьким и найбільш високим значенням факторів в профілі, особливо тим показникам, від'ємні значення яких знаходяться від 1-го до 3-х стенів, а додатні від 8-ми до 10-ти стенів.

Наведемо приклад побудови профілю особистості. На графіку (рис.1) зображені три профілі учасників тестування під номерами 1, 5 та 11.

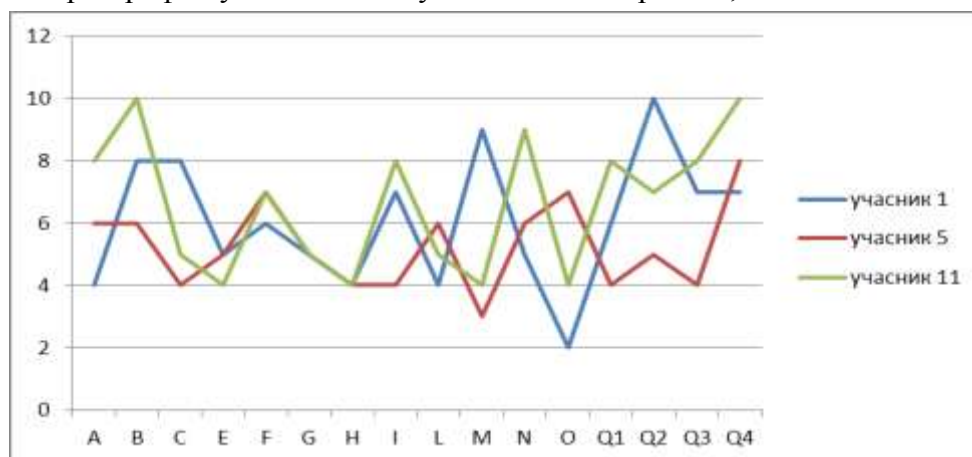


Рис. 1.

В учасника під номером 1 особливо виділяються фактори B = 8 (високий рівень інтелекту), C = 8 (емоційна стабільність), M = 9 (мрійливість), O = 2 (відсутність безпідставної тривоги) та Q2 = 10 (незалежність від групи).

Проведемо кореляційний аналіз зв'язку між 16-ма факторами, що впливають на особистість. Коефіцієнти кореляції подані у вигляді таблиці. Найвищі додатні та від'ємні показники виділені кольором.

Таблиця 2.

	A	B	C	E	F	G	H	I	L	M	N	O	Q1	Q2	Q3	Q4
A	1,0	0,2	-0,1	-0,1	0,7	-0,2	0,2	0,3	-0,5	0,2	0,0	-0,1	0,4	-0,3	-0,1	0,3
B	0,2	1,0	0,4	0,1	0,1	0,3	0,2	-0,1	-0,2	-0,1	0,8	-0,5	0,7	0,3	0,3	0,6
C	-0,1	0,4	1,0	0,0	0,0	0,3	0,3	-0,3	-0,1	0,0	0,3	-0,2	0,0	-0,1	0,0	-0,2
E	-0,1	0,1	0,0	1,0	-0,5	0,6	0,2	-0,7	0,3	-0,3	0,0	-0,3	0,1	0,5	0,4	0,4
F	0,7	0,1	0,0	-0,5	1,0	-0,4	0,2	0,6	-0,5	0,4	0,0	0,0	0,2	-0,3	-0,1	0,0
G	-0,2	0,3	0,3	0,6	-0,4	1,0	0,2	-0,6	0,3	-0,1	0,2	-0,1	0,1	0,2	0,3	0,1
H	0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	1,0	-0,3	-0,2	-0,1	0,0	-0,4	0,1	0,1	0,2	0,2
I	0,3	-0,1	-0,3	-0,7	0,6	-0,6	-0,3	1,0	-0,3	0,6	-0,2	0,2	-0,1	-0,2	-0,1	-0,2
L	-0,5	-0,2	-0,1	0,3	-0,5	0,3	-0,2	-0,3	1,0	-0,6	0,2	0,2	-0,5	0,2	0,1	-0,2
M	0,2	-0,1	0,0	-0,3	0,4	-0,1	-0,1	0,6	-0,6	1,0	-0,3	0,0	0,0	0,0	0,0	-0,4
N	0,0	0,8	0,3	0,0	0,0	0,2	0,0	-0,2	0,2	-0,3	1,0	-0,3	0,4	0,2	0,2	0,3
O	-0,1	-0,5	-0,2	-0,3	0,0	-0,1	-0,4	0,2	0,2	0,0	-0,3	1,0	-0,3	-0,5	-0,6	-0,6
Q1	0,4	0,7	0,0	0,1	0,2	0,1	0,1	-0,1	-0,5	0,0	0,4	-0,3	1,0	0,2	0,0	0,6
Q2	-0,3	0,3	-0,1	0,5	-0,3	0,2	0,1	-0,2	0,2	0,0	0,2	-0,5	0,2	1,0	0,5	0,5
Q3	-0,1	0,3	0,0	0,4	-0,1	0,3	0,2	-0,1	0,1	0,0	0,2	-0,6	0,0	0,5	1,0	0,4
Q4	0,3	0,6	-0,2	0,4	0,0	0,1	0,2	-0,2	-0,2	-0,4	0,3	-0,6	0,6	0,5	0,4	1,0

Перевіримо значимість коефіцієнтів кореляції, які було прийнято за високі. Емпіричне (розрахункове) значення критерію Стюдента $t_{\text{розн}}$ потрібно порівняти із табличним значенням $t_{\text{крит}}$ і якщо $|t_{\text{розн}}| > t_{\text{крит}}$, то значення кореляції визнається значимим [3].

Таблиця 3.

№	α	n	r_{xy}	$t_{\text{розн}}$	$t_{\text{крит}}$	№	α	n	r_{xy}	$t_{\text{розн}}$	$t_{\text{крит}}$
1	0,05	16	0,70	3,702	2,145	11	0,05	16	-0,68	-3,471	2,145
2	0,05	16	0,79	4,794	2,145	12	0,05	16	0,63	3,021	2,145
3	0,05	16	0,66	3,268	2,145	13	0,05	16	-0,50	-2,159	2,145
4	0,05	16	0,58	2,652	2,145	14	0,05	16	-0,60	-2,837	2,145
5	0,05	16	-0,46	-1,932	2,145	15	0,05	16	-0,52	-2,308	2,145
6	0,05	16	0,55	2,476	2,145	16	0,05	16	-0,58	-2,683	2,145
7	0,05	16	0,47	2,007	2,145	17	0,05	16	0,64	3,136	2,145
8	0,05	16	-0,44	-1,841	2,145	18	0,05	16	0,54	2,420	2,145
9	0,05	16	-0,53	-2,318	2,145	19	0,05	16	0,45	1,892	2,145
10	0,05	16	-0,61	-2,845	2,145						

Робимо висновок, що при проведенні експерименту на даній групі наступні фактори мають прямий високий зв'язок: фактор А (замкнутість-товариськість) із фактором F (стриманість-експресивність), фактор В (інтелектуальність) із факторами N (прямолинійність-дипломатичність), Q1 (консерватизм-радикалізм), Q4 (розслабленість-напруженість), фактор Е (підпорядкованість-домінантність) із факторами G (моральна нормативність) та Q2 (самостійність), фактор F (стриманість-експресивність) із фактором І (жорсткість-чутливість) і т.д. Високий обернений зв'язок спостерігається між: фактором Е (підпорядкованість-домінантність) та F (стриманість-експресивність), F та L (довірливість-підозрілість), І (жорсткість-чутливість) та Е (підпорядкованість-домінантність) і т.д.

Як видно з таблиці 3 неістотними є 4 значення коефіцієнтів кореляції, що є найменшими за модулем.

Список використаних джерел:

1. Гончарова-Горяньська М. Соціальна компетентність: поняття, зміст, шляхи формування в дослідженнях зарубіжних авторів. //Рідна школа. – 2004. - №7-8.
2. Докторович М.О. Соціальна компетентність як наукова проблема / М.О. Докторович // Психологія і суспільство. – 2009. - №3. – С.144-147.
3. Нейман Ю.М., Хлебников В.А. Введение в теорию моделирования и параметризации педагогических тестов – Москва, 2000. – 168с.

СТІЙКІСТЬ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ІЗ ПЕРІОДИЧНИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ

Анна Шелуденко, Залмен Філер

Стійкість систем широко використовується для систем автоматичного управління, бо при невеликій зміні коефіцієнтів рівняння може з стійкого перейти в нестійке, що призведе до збою системи. Розглядаючи рух об'єктів, відстань до яких змінюється за періодичним законом, доводиться розглядати системи із періодичними запізненнями. Наприклад, штучний супутник Землі, що рухається по еліптичній орбіті, періодично змінює відстань до Центру управління польотами. Тому час затримки сигналу також змінюється періодично. Це може бути причиною

параметричного резонансу, який веде до нестійкості в системі управління. Тому логічно і дуже актуально було б розглядати стійкість систем з періодичними коефіцієнтами та періодичними запізненнями.

Одним з методів аналізу стійкості систем із періодичним запізненням є зведення їх до рівнянь з періодичними коефіцієнтами. Використовуючи розклад членів із запізненнями $y^{(k)}(t - (\tau_{k0} + \alpha_k \cos(\omega_k t + \varphi_k)))$ за формулою Тейлора, отримуємо:

$$y^{(k)}(t) - (\tau_{k0} + \alpha_k \cos(\omega_k t + \varphi_k)) y^{(k+1)}(t) + \frac{(\tau_{k0} + \alpha_k \cos(\omega_k t + \varphi_k))^2}{2!} y^{(k+2)}(t) - \dots$$

Кількість членів розкладу беремо таку, щоб не підвищувався порядок рівняння. У результаті маємо рівняння з періодичними коефіцієнтами. Його не важко перетворити в систему рівнянь 1-го порядку з матрицею:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\frac{a'_{n-1}}{a'_n} & -\frac{a'_{n-1}}{a'_n} & -\frac{a'_{n-2}}{a'_n} & \dots & -\frac{a'_0}{a'_n} \end{pmatrix},$$

в якій «нові» елементи a'_k є сумами «старих» елементів, які не враховують запізнення, і відповідні члени розкладу елементів з періодичними запізненнями.

Встановлення стійкості рівнянь із періодичними матрицями зводяться до відшукування матриці монодромії В. Для асимптотичної стійкості періодичної системи необхідно і досить, щоб всі власні значення матриці монодромії ρ лежали всередині одиничного круга $\rho < 1$ [1].

Розглянемо диференціальне рівняння:

$$y^{(IV)}(t) + 6y'''(t) + 10y''(t) + 8y'(t) + 1.2y(t) + 0.8y(t - (\tau_0 + 0.3\cos(4t))) = 0.$$

Розкладемо $y(t - (\tau_0 + 0.3\cos(4t)))$ за формулою Тейлора, зведемо подібні і отримаємо таке рівняння:

$$y^{(IV)}(t) + y'''(t)(6 - 0.8/6 \cdot (\tau_0 + 0.3\cos(4t))) + y''(t)(10 - 0.4 \cdot (\tau_0 + 0.3\cos(4t))) + y'(t)(8 - 0.8(\tau_0 + 0.3\cos(4t))) + 2.2y(t) = 0.$$

Матриця А матиме вигляд ($\tau_0 = 4.5$):

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\left(6 - \frac{0.8}{6}(\tau_0 + 0.3\cos(4t))^3\right) & -\left(10 + 0.4(\tau_0 + 0.3\cos(4t))^2\right) & -(8 - 0.8(\tau_0 + 0.3\cos(4t))) & -2.2 \end{pmatrix}$$

Тепер знайдемо матрицю монодромії В (за допомогою Excel). Для її знаходження використовується чисельне інтегрування задачі Коші на відріzk довжиною у період Т за методом Ейлера, де $X_{k+1} = (E + hA_k)X_k$, $X_n = E$. Тоді $B = X_n$, $h = T/n$.

Отримали матрицю монодромії В, яка має вигляд:

$$B = \begin{vmatrix} 1.18 & 0.73 & 0.35 & 0.07 \\ 0.68 & -0.28 & 0.41 & 0.18 \\ 0.85 & -3.09 & -1.08 & 0 \\ -3.09 & 0.34 & -3.14 & -1.09 \end{vmatrix}.$$

Для дослідження рівнянь із періодичними коефіцієнтами на стійкість скористаємося умовою, що забезпечує належність коренів характеристичного полінома $f(\rho) = \det[B - \rho E]$ одиничному колу $\rho < 1$.

Зробимо дробово-лінійне перетворення $\rho = (\lambda + 1)/(\lambda - 1)$ і помножимо на $(\lambda - 1)^4$, отримаємо рівняння: $f(\rho) = \det[B(\lambda - 1) - (\lambda + 1)E]$. Використовуючи критерій Михайлова, підставимо в ліву частину $\lambda = i\omega$, дістанемо характеристичний поліном у комплексному вигляді: $f(i\omega) = \det[B(-1 + i\omega) - (1 + i\omega)E] = 0$.

Для нашого рівняння матимемо:

$$f(\rho) = \det[B - \rho E] = 0,8 - 3,76\rho - 0,48\rho^2 + 1,27\rho^3 + \rho^3.$$

Корені рівняння знаходимо за допомогою функції solve: $\rho_1 = 0,02$, $\rho_2 = 1,3$, $\rho_3 = -1,3 + 1,1i$, $\rho_4 = -1,3 - 1,1i$. Так як існують корені $\rho > 1$ - наше рівняння є нестійким.

Для перевірки скористаємося критерієм Михайлова і побудуємо відповідно фінітизований і не фінітизований годографи (рис. 1)

Так як годограф Михайлова робить поворот за годинниковою стрілкою навколо точки (0;0) на кут π (для стійкого рівняння кут повороту $= 2\pi$) можемо зробити висновок, що стійкість рівняння встановлено вірно, рівняння є нестійким.

Якщо періодичним є лише один із коефіцієнтів даного рівняння, то система буде стійкою, тобто конкретне рівняння буде мати нестійкий характер лише тоді, коли всі коефіцієнти періодичні одночасно. За допомогою Maple 13 нами розроблений програмний алгоритм та програма для встановлення стійкості диференціальних рівнянь із періодичними коефіцієнтами.

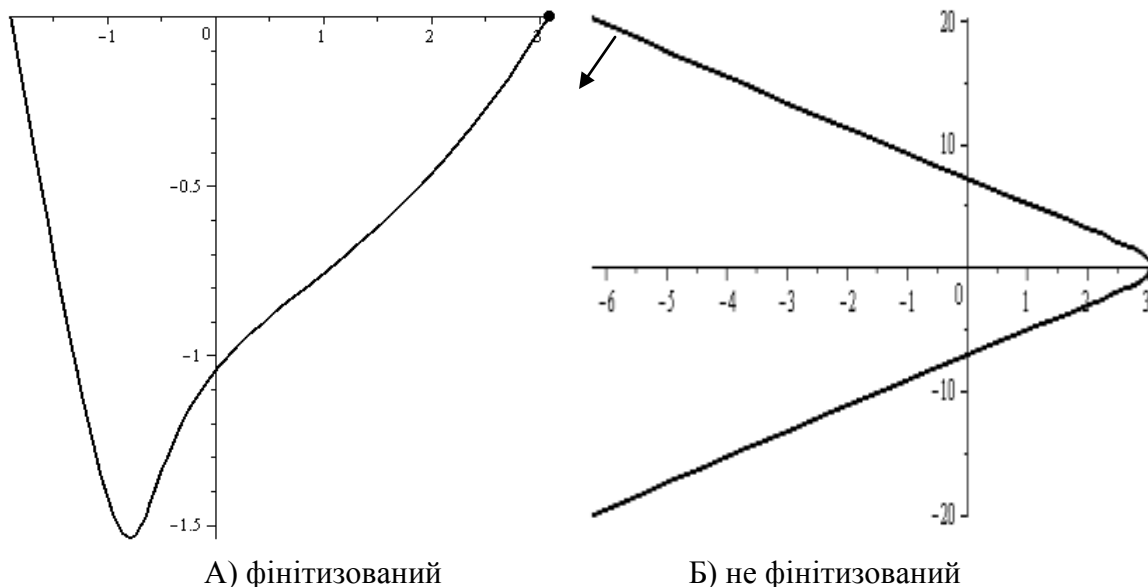


Рис. 1

Список використаних джерел

1. Филер З.Е., Музыченко А.И. Устойчивость линейных механических систем с последствием// Прикл. механика, Т. 46, № 1, 2010. – С. 125-137.

ЗМІСТ

<i>Анна Бабіч</i>	
Використання інформаційно-комунікаційних технологій при розв'язуванні рівнянь та нерівностей з параметрами	3
<i>Олександр Бережний, Людмила Яременко</i>	
Особливості створення тестових завдань з «Історії України» для контролю навчальних досягнень студентів неісторичних спеціальностей	7
<i>Антон Біндовський</i>	
Розробка системи людино-машинної взаємодії на основі комп'ютерного зору	10
<i>Анна Вернигора, Олег Макаrchук</i>	
Міри Райхмана, породжені чистими функціями розподілу	14
<i>Ольга Габорець</i>	
Шкалювання в педагогічному вимірюванні	15
<i>Марія Гонтаренко, Олег Макаrchук</i>	
Чисті розподіли, що зберігають розмірність Хаусдорфа-Безиковича	21
<i>Євгеній Гончаренко, Степан Паращук</i>	
Бібліотека функцій маніпуляції з бінарними розв'язувальними діаграмами	23
<i>Олександр Горобець</i>	
Тернарні системи числення	26
<i>Ольга Громова, Олексій Вороний</i>	
Рівняння з цілою та дробовою частинами на математичних олімпіадах	29
<i>Марія Даниляк, Павло Андронатій</i>	
Дослідження психологічних особливостей комп'ютерного тестування досягнень з обмеженням часу	32
<i>Александра Довгопол, Олег Макаrchук</i>	
Тополого-метричні властивості спектру сингулярно розподіленої випадкової величини	36
<i>Наталя Драна, Інна Ключник</i>	
Система диференціальних рівнянь в околі регулярної особливої точки	38
<i>Юлія Завізіон, Ольга Авраменко</i>	
Моделювання роботи систем масового обслуговування пакетом символьних обчислень MAPLE	41
<i>Ірина Іщенко</i>	
Особливості застосування методу проєктів при викладанні математики у вищій школі	46
<i>Ліліт Карапетян, Зоя Халецька</i>	
Узагальнені послідовності чисел Фібоначчі та їх застосування	48
<i>Тетяна Колеснік</i>	
Застосування інформаційно-комунікаційних технологій при навчанні диференціальних рівнянь	52
<i>Марина Костенко, Олег Макаrchук</i>	
Ймовірнісні розподіли, породжені Q-розкладами дійсних чисел	55
<i>Райса Кручак, Ольга Авраменко</i>	
Засоби дистанційного оцінювання рівня підготовки фахівця з інформатики	57
<i>Валентина Куроп'ятник, Віктор Вовкотруб</i>	
Лабораторна робота до вивчення рівномірного руху по колу в 7 класі за проектом нових програм	62

<i>Крістіна Лапишинська, Віталій Котяк</i>	
Дослідження суб'єктивних та зовнішніх факторів тестування за допомогою системи LIMESURVEY	64
<i>Олена Лебединська, Вікторія Корецька</i>	
Особливості тестування у вищій школі	68
<i>Анастасія Лень, Зоя Халецька</i>	
Порівняльний аналіз страхових компаній США та країн Європи	70
<i>Яна Лисенко, Катерина Акбаши</i>	
Пошук найкращого значення параметра диференційованої здатності тестового завдання для моделі Бірнбаума	73
<i>Андрій Лутченко, Людмила Яременко</i>	
Опитування як важливий вид контролю і обліку знань студентів	77
<i>Олександр Мазурцов, Степан Паращук</i>	
Можливості системи SunRav TestOfficePro для організації тестування	80
<i>Ольга Мамалига, Олег Макачук</i>	
Лебегівський тип нескінченної згортки Бернуллі, породженої знакододатним розкладом Люрота	84
<i>Олена Марченко, Ольга Авраменко</i>	
TSExam-сумісний інтернет-ресурс для аналізу результатів тестування	85
<i>Ольга Марченко, Залмен Філер</i>	
Розвиток критичного мислення на уроках математики	88
<i>Меланія Петленко, Зоя Халецька</i>	
Аналіз системи тестових завдань з теми «Подільність натуральних чисел»	91
<i>Вячеслав Раченко, Степан Паращук</i>	
Можливості системи «Concerto» для організації тестування	95
<i>Марія Семенова, Вікторія Вдовенко</i>	
Сучасні підходи до реалізації принципу наочності при вивченні стереометрії	102
<i>Інна Татарова, Юрій Яременко</i>	
Організація самостійної роботи студентів під час вивчення курсу «Проективна геометрія»	105
<i>Яна Уретій, Людмила Ізюмченко</i>	
Способи розв'язування задач теорії ігор	108
<i>Анастасія Філіппова</i>	
Методика використання інформаційно-комунікаційних технологій у розв'язуванні системи лінійних рівнянь методом Гауса	111
<i>Віталій Шевченко, Наталія Пасічник</i>	
Оцінювання компонентів соціальної компетентності з використанням багатофакторного опитувальника Кеттела	115
<i>Анна Шелуденко, Залмен Філер</i>	
Стійкість диференціальних рівнянь із періодичними коефіцієнтами	118

Студентські наукові записки
(випуск 7)
Збірник наукових статей студентів
фізико-математичного факультету

Підписано до друку 21.05.2014.
Формат 60x84/16. Папір офсет. Друк різнограф.
Ум. др. арк. 5,76. Наклад 300. Зам. № _____

Редакційно-видавничий центр
Кіровоградського державного педагогічного
університету імені Володимира Винниченка
25006, Кіровоград, вул. Шевченка, 1
Тел. (0522) 24 59 84
Факс (0522) 24 85 44