

**Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України**

Кіровоградський державний педагогічний університет  
імені Володимира Винниченка

# **Студентські наукові записки**

**ВИПУСК 5**

**ЗБІРНИК НАУКОВИХ СТАТЕЙ  
СТУДЕНТІВ ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНОГО  
ФАКУЛЬТЕТУ**

Кіровоград – 2012

ББК 22  
УДК 51  
С 88

**СТУДЕНТСЬКІ НАУКОВІ ЗАПИСКИ** (Збірник наукових статей студентів фізико-математичного факультету). – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2012. – Випуск 5. – 146 с.

Збірник містить статті, підготовлені за результатами виконання магістерських та дипломних робіт студентами фізико-математичного факультету Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка у 2011-2012 навчальному році.

***Редакційна колегія:***

Ю. І. Волков, доктор фізико-математичних наук, професор (головний редактор);  
О. В. Авраменко, доктор фізико-математичних наук, професор;  
В. А. Кушнір, доктор педагогічних наук, професор;  
З. Ю. Філер, доктор технічних наук, професор;  
Р. Я. Ріжняк, кандидат педагогічних наук, професор;  
І. В. Лупан, кандидат педагогічних наук, доцент (відповідальний редактор).

Друкується згідно рішення вченої ради фізико-математичного факультету Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка, протокол №8 від 27.03.2012 року.



This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

*Відповідальність за якість поданих матеріалів несуть автори та їхні наукові керівники.*



**ДОСЛІДЖЕННЯ ГРАВІТАЦІЙНИХ ХВИЛЬ В ТРИШАРОВІЙ РІДИНІ СКІНЧЕНОЇ ГЛИБИНІ**

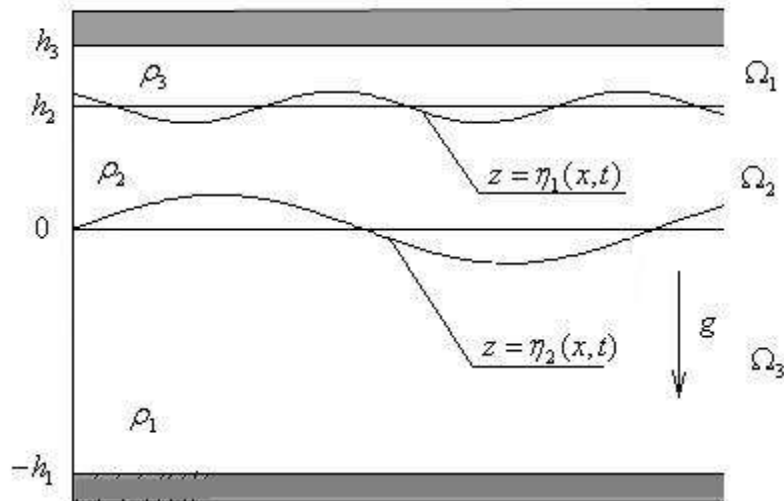
*Олена Богун, Юрій Гуртовий*

**Актуальність теми.** Дослідження гравітаційних хвиль в різноманітних гідродинамічних системах привертає увагу багатьох дослідників. Зокрема, гравітаційні хвилі на поверхні рідкого шару досліджували Г.Хасимото і Г.Оно. Дослідженням поширення хвильових пакетів в дво- та тришарових системах займалися в різний час Т.Кубота, Т.Бенджамін, І. Т. Селезов, П.Хуг, О.В.Авраменко, Ю.В.Гуртовий та інші.

Розв’язування подібних проблем дає змогу досліджувати різні гідромеханічні процеси, як наприклад області термоклину в світовому океані. В океані та атмосфері рівноважна густина є функцією вертикальної координати. Основним фактором, що зумовлює існування внутрішніх хвиль в океані, є стійка стратифікація, яка пов’язана з нагріванням води сонячною радіацією. Сталість густини у верхньому шарі також обумовлена різними хвильові рухами, перемішуванням, турбулізацією за рахунок обвалу хвиль тощо. Нижче цього шару може існувати область різкого переходу, яка називається термоклинном. Особливо великі градієнти густини у океані спостерігаються у межах сезонного та головного термоклинів, де внутрішні хвилі більше всього виражені.

**Мета дослідження.** Дослідити поширення гравітаційних хвиль для лінійної задачі поширення хвильових пакетів у тришаровій рідині скінченної глибини.

**Постановка задачі.** В роботі досліджується задача про поширення двовимірних хвильових пакетів кінцевої амплітуди в тришаровій гідромеханічній системі:  $\Omega_1 = \{(x, z) : |x| < \infty, -h_1 \leq z < 0\}$  з густиною  $\rho_1$ ,  $\Omega_2 = \{(x, z) : |x| < \infty, 0 \leq z \leq h_2\}$  з густиною  $\rho_2$ ,  $\Omega_3 = \{(x, z) : |x| < \infty, h_2 \leq z < h_3\}$  з густиною  $\rho_3$ . Шари розділені поверхнями контакту  $z = \eta_1(x, t)$  та  $z = \eta_2(x, t)$ , верхній шар обмежений твердою кришкою згори. При розв’язуванні не враховуємо силу поверхневого натягу. Сила тяжіння направлена перпендикулярно до поверхні розподілу у від’ємному z-напрямку (мал. 1).



Мал. 1. Постановка задачі

Математична постановка задачі має наступний вигляд. Швидкість поширення пакетів у відповідних областях виражаються через градієнти потенціалів і повинні задовольняти наступним умовам:

$$\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial z^2} = 0 \quad \text{в } \Omega_1, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial z^2} = 0 \quad \text{в } \Omega_2, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi_3}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_3}{\partial z^2} = 0 \quad \text{в } \Omega_3, \quad (3)$$

кінематичні умови

$$\frac{\partial \eta_1}{\partial t} - \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} = -\alpha \frac{\partial \eta_1}{\partial x} \frac{\partial \varphi_1}{\partial x}, \quad \text{при } z = \alpha \eta_1(x, t), \quad (4)$$

$$\frac{\partial \eta_1}{\partial t} - \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} = -\alpha \frac{\partial \eta_1}{\partial x} \frac{\partial \varphi_2}{\partial x}, \quad \text{при } z = \alpha \eta_1(x, t), \quad (5)$$

$$\frac{\partial \eta_2}{\partial t} - \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} = -\alpha \frac{\partial \eta_2}{\partial x} \frac{\partial \varphi_2}{\partial x}, \quad \text{при } z = \alpha \eta_2(x, t), \quad (6)$$

$$\frac{\partial \eta_2}{\partial t} - \frac{\partial \varphi_3}{\partial z} = -\alpha \frac{\partial \eta_2}{\partial x} \frac{\partial \varphi_3}{\partial x}, \quad \text{при } z = \alpha \eta_2(x, t), \quad (7)$$

динамічні умови

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial t} - \rho \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} + (1 - \rho) \eta_1 + \frac{1}{2} \alpha (\nabla \varphi_1)^2 - \frac{1}{2} \rho \alpha (\nabla \varphi_2)^2 = 0, \quad \text{при } z = \alpha \eta_1(x, t), \quad (8)$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial t} - \rho' \frac{\partial \varphi_3}{\partial t} + (1 - \rho') \eta_2 + \frac{1}{2} \alpha (\nabla \varphi_2)^2 - \frac{1}{2} \rho' \alpha (\nabla \varphi_3)^2 = 0, \quad \text{при } z = \alpha \eta_2(x, t), \quad (9)$$

граничні умови на дні та на кришці

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial z} = 0, \quad \text{при } z = -h_1, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \varphi_3}{\partial z} = 0, \quad \text{при } z = h_3, \quad (11)$$

де  $\rho = \rho_2 / \rho_1$ ,  $\rho' = \rho_3 / \rho_2$ ,  $\alpha$  – коефіцієнт не лінійності,  $\eta_1(x, t)$  та  $\eta_2(x, t)$  відхилення нижньої та верхньої поверхонь контакту відповідно.

Оскільки ми досліджуватимемо лише гравітаційні хвилі, тому в постановці задачі ми не враховуємо поверхневий натяг на поверхнях контакту, що суттєво спрощує постановку задачі.

Запишемо лінійну задачу для задачі (1) – (11).

$$\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial z^2} = 0 \quad \text{в } \Omega_1, \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial z^2} = 0 \quad \text{в } \Omega_2, \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi_3}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_3}{\partial z^2} = 0 \quad \text{в } \Omega_3, \quad (14)$$

$$\frac{\partial \eta_1}{\partial t} - \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} = 0, \quad \text{при } z = 0, \quad (15)$$

$$\frac{\partial \eta_1}{\partial t} - \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} = 0, \quad \text{при } z = 0, \quad (16)$$

$$\frac{\partial \eta_2}{\partial t} - \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} = 0, \quad \text{при } z = h_2, \quad (17)$$

$$\frac{\partial \eta_2}{\partial t} - \frac{\partial \varphi_3}{\partial z} = 0, \quad \text{при } z = h_2, \quad (18)$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial t} - \rho \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} + (1 - \rho)\eta_1 = 0, \text{ при } z = 0, \quad (19)$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial t} - \rho' \frac{\partial \varphi_3}{\partial t} + (1 - \rho')\eta_2 = 0, \text{ при } z = 0, \quad (20)$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial z} = 0, \text{ при } z = -h_1, \quad (21)$$

$$\frac{\partial \varphi_3}{\partial z} = 0, \text{ при } z = h_3. \quad (22)$$

Для задачі (12)-(22) було знайдено частинні розв'язки, отримано та проаналізовано дисперсійне співвідношення.

**Висновки.** Виконана постановка задачі про поширення хвильових пакетів в тришаровій рідині скінченної глибини. Отримано розв'язки відповідної лінійної задачі, отримано та проаналізовано дисперсійне наближення.

#### *Список використаних джерел:*

1. Hasimoto H., Ono H. Nonlinear modulation of gravity waves // J. of the Phys. Soc. of Japen.- 1972. – 33. – P. 805-811.
2. Kubota, T., Ko, D. R. S., Dobbs, L.D. Propagation of weakly nonlinear internal waves in a stratified fluid of finite depth // AIAA J. Hydrodyn. – 1978. – 12. – P.157-165.
3. Davis R.E., Acrivos A. Solitary internal waves in deep water // J. Fluid Mech. – 1967. – 29. – P. 593-607.
4. Selezov I.T., Huq P. Interfacial solitary waves in a three-fluid medium with sough // 2nd Eur. Fluid Mech. Conf., Warsaw, 20-24 Sept., 1994, Abstr. Pap. – Warsaw, 1994. – 250 p.
5. Селезов И.Т., Авраменко О.В., Гуртовий Ю.В. Особенности распространения волновых пакетов в двухслойной жидкости конечной глубины // Прикладна гідромеханіка. – 2005. – Том 7(79), № 1. – С. 80-89.
6. Авраменко О.В., Гуртовий Ю.В. Особливості хвильових пакетів у двошаровій рідині // Каразінські природознавчі студії. Матеріали міжнародної наукової конференції 14-16 червня 2004 р. – Харків: Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, 2004. – С.168.
7. Гуртовий Ю.В Модуляційна нестійкість хвильових пакетів у шаруватій рідкій системі // Матеріали III Всеукраїнської науково-практичної конференції «Математика, економіка, інформатика: актуальні проблеми та методика викладання».- Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В.Винниченка, 2007. – С.12-14.

### **РОЗРОБКА ПРОГРАМНОГО КОМПЛЕКСУ ДЛЯ КОНТРОЛЯ АВТОТРАНСПОРТУ З ВИКОРИСТАННЯМ СИСТЕМИ СУПУТНИКОВОГО МОНІТОРИНГУ «АВТОГРАФ»**

*Василь Григоржевський, Вадим Зеленський*

В останні роки, особливо з розвитком Російської супутникової навігаційної системи «ГЛОНАСС», спостерігається вибуховий розвиток технологій позиціонування об'єктів. З'являється все більше доступних цифрових карт, дешевшає навігаційне обладнання. Це дає можливість створювати нові якісні та відносно недорогі геоінформаційні системи.

*Геоінформаційна система* (ГІС) – це інтелектуальний програмний комплекс, призначений для збору, зберігання, аналізу та графічної візуалізації просторових даних і пов'язаної з ними інформації про представлені в ГІС об'єктах; це сучасна комп'ютерна технологія, яка об'єднує в собі можливості систем управління базами даних з методами географічного аналізу і візуалізації. Можна сказати, що ГІС – це потужний інструмент для вирішення найскладніших завдань.

ГІС може містити в собі систему супутникового моніторингу, СУБД для зберігання даних, прикладне програмне забезпечення (ПЗ) для отримання та обробки даних та Web-інтерфейс для графічної візуалізації та перегляду користувачем отриманих даних.

Мета нашої роботи – розробка програмного комплексу для отримання даних із системи супутникового моніторингу «АвтоГРАФ», розробка бази даних для зберігання та занесення в неї отриманих даних, генерація та відправлення на FTP-сервер звітів, створених на основі отриманої інформації.

### *Системи супутникового моніторингу*

Системи супутникового спостереження щільно увійшли в діяльність комерційних організацій. На сьогоднішній день практично жодна сучасна компанія, пов'язана з транспортними засобами, не обходиться без обліку та контролю транспорту. В умовах жорсткої конкуренції транспортні компанії змушені шукати шляхи максимальної оптимізації перевезень, що стає можливим за допомогою системи моніторингу автотранспорту.



Система супутникового моніторингу (ССМ) – це система моніторингу рухомих об'єктів, побудована на основі систем супутникової навігації, обладнання та технологій стільникового та радіозв'язку, обчислювальної техніки та цифрових карт. Супутниковий моніторинг транспорту використовується для вирішення завдань транспортної логістики в системах управління перевезеннями і автоматизованих системах управління автопарком.

Використання систем супутникового моніторингу підвищує якість і ефективність роботи корпоративного транспорту, і в середньому на 20-25% знижує витрати на паливо і утримання автопарку.

### *Принцип дії ССМ «АвтоГРАФ»*

Система супутникового моніторингу та контролю транспорту «АвтоГРАФ» – це апаратно-програмний комплекс, розроблений фахівцями ТОВ "Техноком" на основі найсучасніших технологій в області супутникової навігації, а також каналів передачі та обробки даних.

В основі системи лежить технологія визначення місця розташування транспортного засобу за допомогою сигналів навігаційних супутників системи глобального позиціонування NAVSTAR (GPS) або ГЛОНАСС (Рис. 1).



Рис. 1

Принцип роботи полягає у відстеженні і аналізі просторових і часових координат транспортного засобу. Існує два варіанти моніторингу: online – з дистанційною передачею координатної інформації та offline – інформація зчитується по прибуттю на диспетчерський пункт.

### *Основні складові ССМ «АвтоГРАФ»*

1. *Бортовий контролер АвтоГРАФ-GSM* – компактний електронний самописець, що встановлюється на транспортний засіб та реєструє всі переміщення транспортного засобу шляхом запису часу і маршруту у вигляді точок з географічними координатами, отриманих із супутників глобальної навігаційної системи GPS (NAVSTAR) або ГЛОНАСС (АвтоГРАФ-GSM-ГЛОНАСС). Крім того в системі моніторингу транспорту використовуються різноманітні датчики: датчики рівня та витрат пального, датчики температури, кута нахилу, напрямку обертання та інші. (Рис. 2).



Рис. 2.

Із заданою періодичністю, або адаптивно (на підставі характеру руху, зміни швидкості і напрямку руху точки), координати записуються в енергонезалежну пам'ять контролера АвтоГРАФ-GSM. Крім того, в пам'ять записується ряд інших параметрів пристрою (швидкість, напрямок руху, лічильники подій і т.д.) та стану дискретних і аналогових входів контролера.

Далі, із заданою періодичністю, або у запрограмованому режимі, накопичені дані передаються за допомогою послуги GPRS мережі стільникового зв'язку GSM через мережу Інтернет на спеціальний сервер АвтоГРАФ-GSM.

2. *Web-сервер АвтоГРАФ* являє собою комп'ютер під управлінням ОС MS Windows Server або Linux / FreeBSD, постійно підключений до мережі Інтернет по виділеному каналу з постійною IP-адресою і надійним пристроєм зберігання даних. У функції сервера входять прийом даних з контролерів АвтоГРАФ-GSM, їх зберігання та передавання за запитом на локальні СОМ-сервери. Розмежування доступу до інформації на сервері здійснюється за допомогою ключових файлів.

3. *СОМ-сервер «АвтоГРАФ»* – це спеціальним чином оформлене та зареєстроване ПЗ, яке встановлюється на ПК. За запитом користувача або із заданою періодичністю, СОМ-сервер з'єднується з Web-сервером і отримує відсутні на поточний момент дані про транспортні засоби, ключові файли яких містяться на жорсткому диску ПК. Отримані дані зберігаються в локальній папці ПК, що дозволяє виконувати їхню обробку навіть за відсутності підключення до сервера. Далі, користувачі, на підставі отриманих даних, можуть бачити місце розташування транспортних засобів на карті, переглядати пов'язані з ними параметри і події, а також покази різних датчиків.

СОМ-сервер, виконаний у вигляді або динамічної бібліотеки, або виконуваного файлу, дозволяє клієнтському ПЗ запитувати створення реалізованих в ньому об'єктів.

### ***Постановка задачі розробки програмного комплексу***

Основним завданням нашої роботи є розробка двох програмних додатків: AutoGraphOLE і Reports\_Generator та розробка баз даних, які вони будуть використовувати.

1. *Розробка програмного додатку GIS\_OLE* для отримання, представлення та занесення в БД даних з СОМ-серверу на об'єктно-орієнтованій мові програмування С++ у візуальному середовищі програмування RAD STUDIO 2007 передбачає:

1. Аналіз СОМ-серверу «АвтоГРАФ».
2. Аналіз та використання DLL-бібліотеки «AutoGRAPH\_TLB».
3. Встановлення з'єднання з СОМ-сервером «АвтоГРАФ».
4. Встановлення з'єднання з сервером БД MySQL та підключення до потрібної БД.
5. Отримання Он-лайн даних про транспортний засіб з СОМ-сервера.

6. Розрахунок та отримання даних про рейси транспортного засобу за вказаний період.
7. Розрахунок та отримання архівних даних про пройдені контрольні точки для кожного рейсу за вказаний період та даних про події заливання та зливання пального.
8. Представлення отриманих даних у вікні програми.
9. Розробка шаблонів SQL запитів до БД.
10. Занесення до БД отриманих з СОМ-серверу даних.
11. Оновлення БД новими даними з СОМ-Сервера через заданий інтервал.
12. Оптимізація роботи програми, уникнення колізій змінних та функцій.
13. Розробка планувальника подій.
14. Збереження параметрів програми. Обробка помилок та вікно логінів.

2. Розробка програмного додатку Reports\_Generator для генерації звітів на основі отриманих першою програмою даних на об'єктно-орієнтованій мові програмування C++ у візуальному середовищі програмування RAD STUDIO 2007 передбачає:

1. Встановлення з'єднання з СОМ-сервером АвтоГРАФ-GSM.
2. Встановлення з'єднання із сервером БД MySQL та підключення до потрібної БД.
3. Отримання даних про рейси та пройдені контрольні точки з БД або СОМ-серверу.
4. Розрахунок та отримання наступних списків даних: контрольні точки, контрольні відрізки, геозони, відрізки між геозонами, список зупинок, періоди відсутності сигналу, періоди пропадання живлення, періоди перевищення швидкості, заправки і зливи пального, включення датчиків.
5. Занесення отриманих даних до віртуальної таблиці Devart VirtualTable.
6. Аналіз документації до компоненту створення звітів FastReport 4.0.
7. Дослідження методів передачі даних для створення звітів.
8. Створення конструктору звітів.
9. Розробка дизайну шаблонів звітів.
10. Генерація за вказаний період для обраних ТЗ наступних звітів: список рейсів, контрольні точки, контрольні відрізки, геозони, відрізки між геозонами, список зупинок, періоди відсутності сигналу, періоди пропадання живлення, періоди перевищення швидкості, заправки і зливи палива, включення датчиків.
11. Розробка редактора шаблонів з можливістю зміни обраного шаблону для обраного транспортного засобу або групи транспортних засобів.
12. Програмна реалізація наступних операцій з шаблонами: створення нового, створення на основі обраного, редагування та видалення.
13. Налаштування з'єднання з FTP-сервером.
14. Збереження згенерованих звітів на жорсткому диску в форматах: html, pdf, Excel Table, rtf, xml, csv.
15. Відправлення згенерованих звітів на FTP-сервер.
16. Розробка планувальника подій.
17. Розробка БД MySQL, яка повинна містити данні: Онлайн дані про транспортний засіб (місцезнаходження, інформація про водія, стан датчиків, вміст баків і т.д.); дані про рейси; архівні дані точок координат по кожному рейсу; дані заправки і зливів пального; дані редактора шаблонів та планувальника подій; додаткові таблиці.

Розробка даного програмного комплексу завершується. У подальшому планується його адаптування під ОС Android 2.2 для використання ПС на мобільних пристроях. Також планується розробка протоколу для транслювання графічних зображень з веб-камери через АвтоГРАФ GSM.



## АНАЛІЗ СТРАХОВОГО РИНКУ УКРАЇНИ

*Віктор Єрмолаєв, Зоя Халецька*

Для країн із перехідною економікою, до яких належить Україна, характерні, крім ринкових ризиків, багато специфічних ризиків перехідного періоду: нестабільність, недосконалість законодавства, значна частка тіньового сектора економіки, політичні ризики. Зважаючи на це, з одного боку зростає потреба в страховому захисті від ризиків, підвищується роль страхової діяльності, з іншого боку – постає проблема: страхові компанії як суб'єкти підприємницької діяльності, що діють в умовах перехідної економіки і формування страхового ринку, теж підвладні багатьом ризикам, не властивим розвинутій економіці. Тому виникає необхідність дослідження підходів та інструментарію для ефективного вирішення специфічних проблем функціонування страхових компаній в умовах ринку, що розвивається.

Ситуація перехідного періоду, характерна для України на сьогоднішній момент, визначає специфіку відношень між учасниками страхового ринку України та особливості їх діяльності. Страховий ринок залишається на сьогодні найбільш інформаційно закритим сегментом фінансового ринку України. Учасники ринку із значним запізненням оприлюднюють свої балансові показники, і з кожним роком роблять це все менш охоче. Наприклад, у 2002 році свої дані в Лігу страхових організацій України представили вже 100 компаній, а не 111, як у 2001 році. Дані ж про свою діяльність в 2010 році надала лише 31 компанія, при цьому деякі страховики, які займають вагомому нішу на ринку страхових послуг, вирішили не надавати такі дані.

Аналіз страхового ринку України включав у себе 2 етапи. Перший етап – це обчислення за даними річної звітності системи показників, які характеризують фінансово-господарську діяльність страхових компаній, структуру їх активів, інвестицій та операційних витрат. Для розрахунку показників було використано 14 формул, які враховують специфіку фінансової діяльності та структури звітності страхових компаній. Другий етап – це тести раннього попередження, якими користується Державна комісія з регулювання ринків фінансових послуг України.

Проведений аналіз вказав на проблемні зони страхового ринку України. Згідно стандартів органів страхового контролю та аудиторських служб ЄС значення коефіцієнта ліквідності не повинно бути меншим 105%. 10 компаній з 31-ї дослідженої мають ліквідність нижчу за встановлений норматив. Різновидом показника ліквідності є коефіцієнт терміновості, який характеризує здатність компанії миттєво погасити зобов'язання перед страхувальниками та кредиторами, хоча надто високе значення коефіцієнта говорить про те, що компанія неефективно використовує наявні активи, більшу частину зберігаючи у грошових коштах. В середньому, як показує дослідження, для українських страховиків цей показник перевищує 104%, при цьому 66-75% грошових коштів розміщені на безприбуткових поточних рахунках. Найвищий показник терміновості характерний для дрібних страховиків, у яких страхові резерви покриті грошовими коштами більше ніж на 200%. Розрахувавши коефіцієнт терміновості для вибраних компаній, можна зробити висновок, що майже в усіх він знаходиться в межах норми.

Порівняно низька ліквідність для компаній з активами більшими за 40000 тис. грн. є наслідком незадовільної структури активів, у якій 21% припадає на дебіторську заборгованість і 12% – на основні засоби. Отже, активи великих компаній переоцінено майже вдвічі. Грошових коштів повністю вистачає для покриття зобов'язань перед страхувальниками, проте загальна ліквідність, враховуючи високу дебіторську заборгованість, є незадовільною. Показник дохідності інвестицій у малих компаніях, в середньому, становить 25%, а у великих більше 60%. Але ці дані розраховані в середньому, тому треба взяти до уваги те, що у більш як половини компаній цей коефіцієнт дорівнює нулю. Такі низькі показники є результатом високої частки грошових коштів у структурі

активів і до того ж незадіяності їх в інвестиційній діяльності. Детальніше структуру страхових компаній України можна побачити на рисунках 1 та 2.

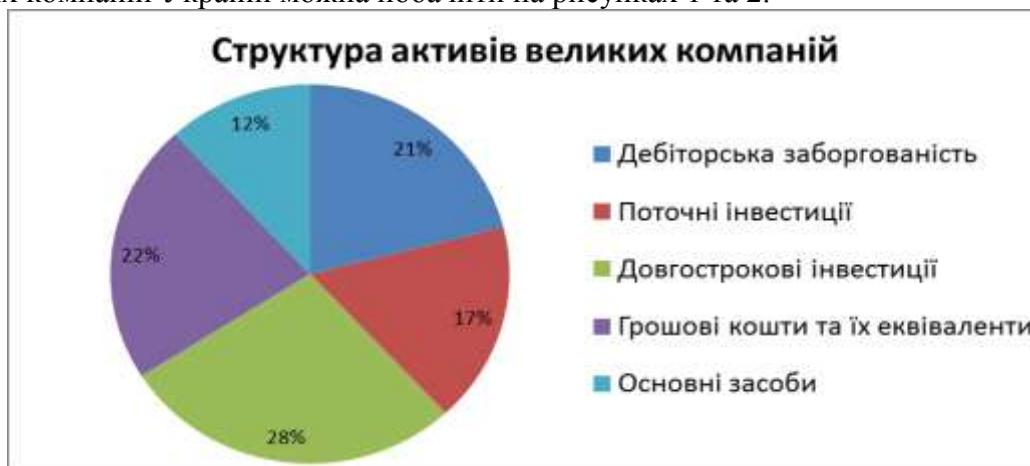


Рис. 1



Рис. 2

При аналізі показників страхових компаній було виявлено обернену залежність між часткою витрат в доході і самим валовим доходом. Ця залежність називається ефектом масштабу – зниження витрат виробництва на одиницю продукції в результаті збільшення обсягів виробництва. Розглядається в довгостроковому періоді. Ефект масштабу означає, що страхові послуги можуть пропонуватися клієнтам за найнижчими цінами при такій структурі ринку, коли на ньому діють достатньо великі страхові компанії, які активно конкурують між собою. На основі даних про показники та результати діяльності 31 страхової компанії України за 2010 рік було проаналізовано залежність між масштабами діяльності страховика та економічною ефективністю такої діяльності. За показник, який характеризує масштаби діяльності, прийнято валовий дохід страховика від реалізації страхових послуг у вигляді сумарних надходжень за договорами страхування та перестраховування. Економічну ефективність страхової діяльності у різних аспектах характеризують такі показники: собівартість страхових послуг, частка витрат на ведення справи у премії, рентабельність діяльності. На рис. 3 показано взаємозв'язок між валовим доходом страховиків та витратами на ведення справи. Залежність наближено описується логарифмічною функцією, рівняння якої та ступінь достовірності наближення ( $R^2$ ) вказані на рисунку 3.

Як показує аналіз, ефект масштабу в діяльності страховиків України проявляється, як правило, у незначному зростанні економічної ефективності при збільшенні обсягів страхового портфеля. Підтвердженням цього є залежність зміни рентабельності страхової діяльності від сумарної величини внесків страховика (рис. 4).

Для компаній із невеликим обсягом страхового портфеля досить частими є випадки збиткової діяльності за результатами року, причому збитковість коливається від -13 до -80%.

Із ростом власного капіталу ймовірність отримання від'ємних фінансових результатів зменшується.

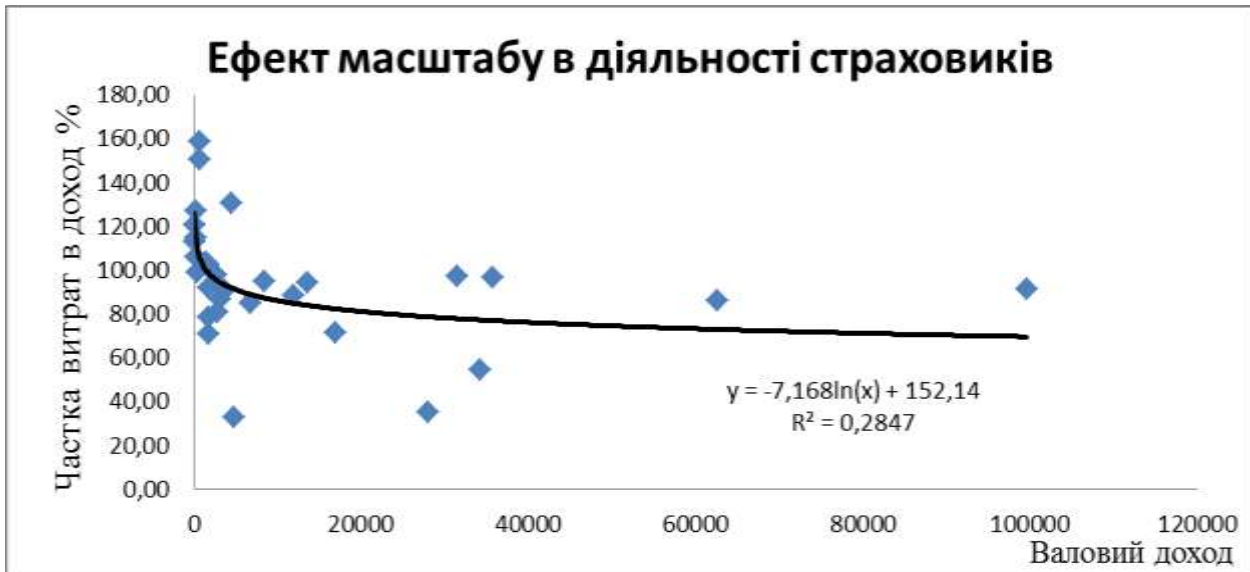


Рис. 3

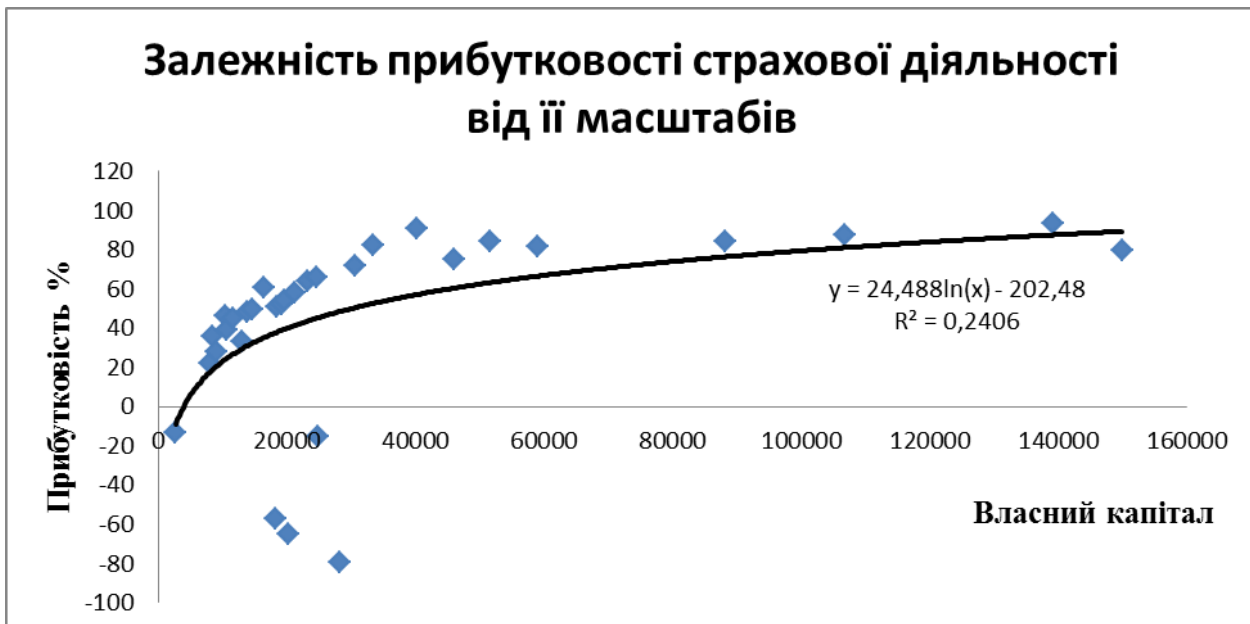


Рис. 4.

Різновидом показника рентабельності є прибутковість власного капіталу, яка показує, наскільки успішно страховик трансформує страхові внески та доходи від інвестицій у прибутки акціонерів. Згідно стандартів органів страхового нагляду та аудиторських служб ЄС, значення показника повинно бути не меншим 5%. Середній показник прибутковості власного капіталу досліджених компаній перевищує значення 5%, при цьому спостерігається чітка тенденція до зростання показника із збільшенням величини активів. Цей факт підкріплюється ще однією дуже важливою тенденцією – із зростанням активів знижується питома вага статутного капіталу у власному. Так для малих компаній він, в середньому, становить 98%, а для великих – 65%. Залежність питомої ваги статутного капіталу у власному від величини активів показано на рис. 5.

Оскільки до складу власного капіталу входять статутний капітал, додатковий капітал і нерозподілений прибуток (за винятком несплаченого та вилученого капіталу), то значне перевищення власного капіталу над статутним свідчить про прибуткову діяльність страховика, можливість виплачувати дивіденди акціонерам та реінвестувати капітал. Для

деяких найдрібніших страховиків частка статутного капіталу у власному становить, навіть, 300%. Таке перевищення статутного капіталу над власним говорить про збитковість діяльності страховиків або про наявність значної заборгованості засновників щодо сплати статутного капіталу. Саме ця група компаній із введенням підвищеного нормативу мінімального розміру статутного капіталу (1 млн. євро) змушена негайно шукати можливості залучення додаткового капіталу або варіанти об'єднання чи злиття з іншими компаніями. Такої проблеми можуть уникнути середні та великі страхові компанії за рахунок того, що їх власні кошти більше, ніж на 50% складаються з нерозподіленого прибутку. Тобто вони нарощують свій капітал та фінансовий потенціал в основному за рахунок прибуткової діяльності протягом попередніх років.

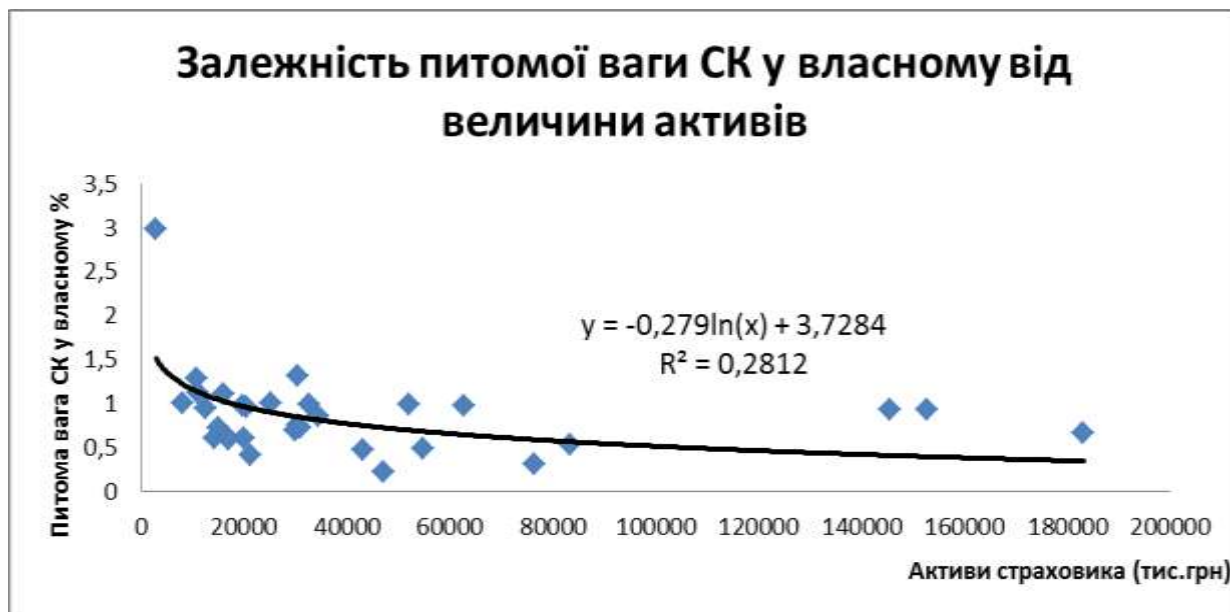


Рис. 5

На другому етапі дослідження, за допомогою тестів раннього попередження, було оцінено кожну компанію за чотирибальною шкалою. Відносно погані результати отримали лише ті компанії, які займаються страхуванням життя, адже ця галузь у страхуванні є найменш розвинутою в Україні, та компанії з малим капіталом. Середній показник по 31 компанії становить 2 бали, що каже нам про те, що відсутні серйозні проблеми, і фінансові показники страхових компаній знаходяться на середньому рівні.

#### *Список використаних джерел:*

1. Річна звітність страхових компаній 2010 р. [Електронний ресурс]. Інформаційно-аналітичний портал Українського агентства фінансового розвитку. – Режим доступу: <http://www.ufin.com.ua/zvitnist/sk/sk.htm>.
2. Розпорядження № 18. 17.03.2005 N 3755. Про затвердження рекомендацій щодо аналізу діяльності страховиків [Електронний ресурс]. Державна комісія з регулювання ринків фінансових послуг України. – Режим доступу: <http://zakon.nau.ua/doc/?code=v3755486-05>

### **ФОРМАЛІЗАЦІЯ НОРМАЛЬНИХ ФОРМ ВИЩИХ ПОРЯДКІВ**

*Сергій Жаботін*

*Науковий керівник – доктор фізико-математичних наук, професор Д.Б.Буй*

На сьогоднішній день реляційні бази даних (БД) та програмні продукти, які в тій чи іншій мірі використовують БД, набули значного поширення. Деякими з основних вимог до сучасних БД є: висока швидкодія (малий проміжок часу від моменту запиту до фактичного отримання даних), простота оновлення даних та їх цілісність (яка крім іншого включає в себе

відсутність двох однакових записів про один і той же факт, неможливість знищення зв'язаних даних різних таблиць тощо), а також порівняно невеликий розмір БД.

Для забезпечення вищевказаних вимог проводиться нормалізація вихідних таблиць реляційної БД, тобто ітераційний зворотний процес декомпозиції початкової таблиці на кілька простіших таблиць меншої розмірності. Процес нормалізації складається з кількох етапів, на кожному з яких визначаються так звані нормальні форми (НФ): 1 нормальна форма (1НФ), 2 нормальна форма (2НФ), 3 нормальна форма (3НФ), нормальна форма Бойса-Кодда (НФБК), 4 нормальна форма (4НФ), 5 нормальна форма (5НФ) та доменно-ключова нормальна форма (ДКНФ). У більшості проектів 3НФ завершує процес нормалізації, і отримана БД вважається ефективною. Але питання зведення таблиць БД до НФ вищих порядків залишається відкритим, оскільки на даний час відповідного чіткого алгоритму не існує. Саме тому питання НФ вищих порядків та способів зведення до них таблиць БД є актуальним на сьогодні. Описані вище проблеми розглянуті в науковій літературі [1, 2, 3, 8, 9, 10].

В даній статті здійснена формалізація базових НФ 1-3 порядків та НФ вищих порядків для реляційних БД в термінах [4].

Нехай  $t$  – таблиця,  $A, B, C$  – атрибути таблиці  $t$ ,  $\mathbf{R}$  – схема (довільна скінченна множина атрибутів),  $X, Y, Z, W$  – підмножини схеми  $\mathbf{R}$ ,  $s, s_1, s_2$  – рядки таблиці  $t$ . Надалі вважатимемо що множина  $\mathbf{R}$  – фіксована, крім того фіксується множина функціональних залежностей (ФЗ)  $F$ .

*Означення 1.* Скажемо, що на таблиці  $t$  виконується ФЗ [4, 7, 1]  $X \rightarrow Y$ , якщо для двох довільних рядків  $s_1, s_2$  таблиці  $t$ , які збігаються на множині атрибутів  $X$ , має місце їх рівність на множині атрибутів  $Y$ , тобто:

$$(X \rightarrow Y)(t) = True \stackrel{def}{\iff} \forall s_1, s_2 \in t(s_1|X = s_2|X \Rightarrow s_1|Y = s_2|Y).$$

*Означення 2.* ФЗ вигляду  $X \rightarrow Y$ , де  $Y \subseteq X$ , називається *тривіальною*.

*Означення 3.* Таблиця  $t$  схеми  $\mathbf{R}$  є моделлю множини ФЗ  $F$ , якщо кожна ФЗ  $X \rightarrow Y \in F$  виконується на таблиці  $t$  [5]:

$$t \text{ модель } F \stackrel{def}{\iff} \forall (X \rightarrow Y) (X \rightarrow Y \in F \Rightarrow (X \rightarrow Y)(t) = True).$$

*Означення 4.* ФЗ  $X \rightarrow Y$  синтаксично слідує ( $\vdash$ ) з множини ФЗ  $F$  ( $F \vdash X \rightarrow Y$ ), якщо існує скінченна послідовність ФЗ  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{m-1}, \varphi_m$ , така, що  $\varphi_m = X \rightarrow Y$  і для  $\forall i = \overline{1, m-1}$ , кожна  $\varphi_i$  є або аксіома рефлексивності, або належить  $F$ , або отримана за яким-небудь правилом виведення (поповнення, транзитивності) з попередніх у цій послідовності ФЗ  $\varphi_j, \varphi_k, j, k < i$  [5].

*Означення 5.* Замикання  $[F]$  – це множина усіх ФЗ, які синтаксично слідують з  $F$  [5]:

$$[F] \stackrel{def}{=} \{X \rightarrow Y \mid F \vdash X \rightarrow Y\}.$$

*Означення 6.* Повною функціональною залежністю між множинами атрибутів  $X, Y$  називається така ФЗ  $X \rightarrow Y$ , що множина  $Y$  залежить від всієї множини  $X$ , а не від будь-яких її власних підмножин [7]:

$$X \rightarrow Y \text{ – повна} \stackrel{def}{\iff} X \rightarrow Y \in [F] \ \& \ \forall X' \subset X \Rightarrow X' \rightarrow Y \notin [F].$$

*Означення 7.* Атрибут  $A \in \mathbf{R}$  називається *транзитивно залежним* від множини атрибутів  $X \subseteq \mathbf{R}$ , якщо існує така множина атрибутів  $Y \subseteq \mathbf{R}$ , що  $(X \rightarrow Y)(t) = True \ \& \ (Y \rightarrow X)(t) = False \ \& \ (Y \rightarrow A)(t) = True$ , за умови  $A \notin X \cup Y$  [7].

Синтаксично:

$$A \text{ транзитивно залежний від } X \subseteq \mathbf{R} \stackrel{def}{\iff} \exists Y \subseteq \mathbf{R} (X \rightarrow Y \in [F] \ \& \ Y \rightarrow X \notin [F] \ \& \ Y \rightarrow A \in [F] \ \& \ A \notin X \cup Y).$$

*Означення 8.* Підмножина  $K \subseteq \mathbf{R}$  називається потенційним ключем, якщо виконується ФЗ  $K \rightarrow \mathbf{R}$  і ніяка власна підмножина  $K' \subset K$  не володіє цією властивістю [7], тобто:

$$K \text{ – потенційний ключ} \stackrel{def}{\iff} K \rightarrow \mathbf{R} \in [F] \ \& \ \forall K' \subset K \Rightarrow K' \rightarrow \mathbf{R} \notin [F].$$

Кожна схема  $\mathbf{R}$  має хоча б один потенційний ключ:

$$\exists X (X \subseteq R \ \& \ X \text{ – потенційний ключ } t).$$

Означення 9. Потенційний ключ називається *складеним*, якщо він містить в собі не менше двох атрибутів:

$$K \text{ – складений ключ} \stackrel{def}{\iff} K \text{ – потенційний ключ} \ \& \ |K| \geq 2.$$

Означення 10. Таблиця  $t$  схеми  $R$  знаходиться в *першій нормальній формі (1НФ)*, якщо її рядки набувають атомарних значень для кожного з атрибутів схеми  $R$ :

$$\forall s \in t, \forall A \in R (s(A) \text{ – атомарне}),$$

$$\text{де } s(A) \text{ – значення атрибуту } A \text{ в рядку } s [4].$$

Зазначимо, що поняття атомарності повністю диктується предметною областю і не підлягає формалізації.

Означення 11. Модель  $t$  схеми  $R$  знаходиться у *другій нормальній формі (2НФ)*, коли вона знаходиться у 1НФ і кожен неключовий атрибут характеризується повною функціональною залежністю від ключа.

$$\forall A \text{ – неключовий атрибут, } \forall K \text{ – потенційний ключ,}$$

$$K \rightarrow A \in [F] \ \& \ \forall K' \subset K \Rightarrow K' \rightarrow A \notin [F].^1$$

Означення 12. Модель  $t$  схеми  $R$  знаходиться у *третьій нормальній формі (3НФ)*, якщо вона знаходиться у 2НФ і кожний неключовий атрибут не є транзитивно залежним від кожного потенційного ключа  $K$ :

$$\forall A \text{ – неключовий атрибут, } \forall K \text{ – потенційний ключ,}$$

$$\forall Y \subseteq R (Y \rightarrow K \notin [F] \Rightarrow Y \rightarrow A \notin [F]).$$

Означення 13. *Декомпозицією* схеми  $R$  називається її розбиття на деяку сукупність схем  $R^* = \{R_1, R_2 \dots R_n\}$ , таких, що  $R_1 \cup R_2 \cup \dots \cup R_n = R$ .

Означення 14. Під *проекцією таблиці*  $t$  за множиною атрибутів  $X$  розуміють унарну параметричну операцію  $\pi_x$ , результатом якої є нова таблиця, яка складається з обмежених за множиною атрибутів  $X$  рядків вихідної таблиці  $t$  [4]:

$$\pi_x = \{s|X, \text{set}\}.$$

Означення 15. Скажемо, що таблиця  $t$  схеми  $R_1 \cup R_2$  підлягає декомпозиції без втрат за схемами  $R_1, R_2$ , якщо  $t = \pi_{R_1}(t) \otimes \pi_{R_2}(t)$  [4].

Дане означення залишається чинним при розгляді декомпозиції на  $n \geq 2$  підсхем.

### **Нормальна форма Бойса-Кодда**

Означення 3НФ було введено Коддом, виходячи з припущення, що кожне відношення<sup>2</sup> містить тільки один потенційний ключ. Це означення не є задовільним для відношення з наступними умовами:

- 1) відношення має два і більше потенційних ключі;
- 2) ці потенційні ключі є складними, тобто містить не менше двох атрибутів;
- 3) два і більше потенційних ключа перекриваються (тобто містять принаймні один спільний атрибут).

Тому згодом означення 3НФ було замінено на більш строге, яке отримало назву: нормальна форма Бойса-Кодда (НФБК). На практиці комбінація вищезазначених умов зустрічається не часто, тому за їх відсутності для будь-якого відношення 3НФ і НФБК є еквівалентними.

Концепція НФБК ґрунтується на поняттях детермінанта для позначення лівої частини ФЗ та тривіальної ФЗ.

Означення 16 (за Дейтом). Відношення знаходиться у НФБК, якщо кожна її нетривіальна і повна функціональна залежність в якості свого детермінанта має деякий потенційний ключ [1].

<sup>1</sup> В даному і наступних визначеннях НФ вважатимемо, що таблиця  $t(R)$  знаходиться у 1НФ.

<sup>2</sup> Для уточнення інтуїтивного поняття *реляції* Кодд використовує класичне поняття скінченномісного відношення. Але, оскільки дане уточнення має ряд недоліків [4], будемо притримуватись на пряму, при якому для уточнення *реляції* використовується поняття *таблиця*.

Застосовуючи обрану нами термінологію до даного визначення, отримаємо:

$$\begin{aligned} & \text{Модель } t(\mathbf{R}) \text{ знаходиться у НФБК} \stackrel{def}{\iff} \\ & \forall X, Y \subseteq \mathbf{R} (X \rightarrow Y \in [F] \ \& \ (\forall X' \subset X \Rightarrow X' \rightarrow Y \notin [F]) \ \& \ Y \not\subseteq X \\ & \Rightarrow X \text{ – потенційний ключ}). \end{aligned}$$

Визначення НФБК є концептуально простішим, ніж визначення ЗНФ, оскільки в ньому не використовується посилання на 1НФ та 2НФ, а також не використовується концепція транзитивних залежностей. Дейт у своїй роботі [1] стверджує, що незважаючи на те, що означення НФБК є більш строгим, ніж означення ЗНФ, все ж таки будь-яке відношення можна звести до НФБК шляхом декомпозиції без втрат.

#### Четверта нормальна форма

*Означення 17.* Нехай  $\mathbf{R}$  – схема,  $X$  та  $Y$  – підмножини  $\mathbf{R}$ , які не перетинаються, і нехай  $Z = \mathbf{R} \setminus (X \cup Y)$ . Відношення  $R$  зі схемою  $\mathbf{R}$  задовольняє багатозначну залежність  $X \twoheadrightarrow Y$ , якщо для будь-яких двох кортежів  $t_1$  та  $t_2$  із  $R$ , для яких  $t_1(X) = t_2(X)$ , в  $R$  існує кортеж  $t_3$ , для якого виконується відношення  $t_3(X) = t_1(X)$ ,  $t_3(Y) = t_1(Y)$  та  $t_3(Z) = t_2(Z)$  [2].

В термінах [4] дане означення має вигляд:

$$\begin{aligned} & (X \twoheadrightarrow Y)(t) = \text{True} \stackrel{def}{\iff} \\ & \forall s_1, s_2 \in t, \exists s_3 \in t (s_3 \upharpoonright (X \cup Y) \cup s_2 \upharpoonright (\mathbf{R} \setminus (X \cup Y))). \end{aligned}$$

Одна з властивостей багатозначних залежностей сформульована в наступній теоремі.

*Теорема 1.* Багатозначна залежність  $X \twoheadrightarrow Y$ , де  $X, Y \subseteq \mathbf{R}$  виконується тоді і тільки тоді, коли виконується багатозначна залежність  $X \twoheadrightarrow \mathbf{R} \setminus (X \cup Y)$  [2].

*Означення 18.* Багатозначна залежність  $X \twoheadrightarrow Y$  називається *тривіальною*, якщо вона задовольняє хоча б одній з умов:

$$Y \subseteq X \text{ або } X \cup Y = \mathbf{R} [1].$$

Багатозначні залежності є узагальненням поняття функціональних залежностей, тобто кожна функціональна залежність є багатозначною залежністю [2]:

$$\forall X, Y \subseteq \mathbf{R} ((X \rightarrow Y)(t) = \text{true} \Rightarrow (X \twoheadrightarrow Y)(t) = \text{true}).$$

Говорити про істинність оберненої імплікації можна у випадку, коли множина залежних значень є одноелементною множиною:

$$\forall X \subseteq \mathbf{R}, A \in \mathbf{R} ((X \twoheadrightarrow A)(t) = \text{true} \Rightarrow (X \rightarrow A)(t) = \text{true}).$$

Розглянемо теорему Фагіна (Fagin R.), яка дає обґрунтування для декомпозиції відношень, які містять багатозначні залежності.

*Теорема 2 (Фагіна).* Нехай  $X, Y, Z$  є множинами атрибутів відношення  $R \{X, Y, Z\}$  (тобто  $X, Y, Z$  – підмножини схеми відношення). У такому випадку відношення  $R$  буде дорівнювати з'єднанню двох його проєкцій  $\{X, Y\}$  та  $\{X, Z\}$  тоді і тільки тоді, коли для відношення  $R$  будуть виконуватися багатозначні залежності  $X \twoheadrightarrow Y, X \twoheadrightarrow Z$  [11].

В термінах [4] дана теорема Фагіна формулюється так:

Таблиця  $t$  схеми  $\mathbf{R}$  підлягає декомпозиції без втрат за схемами  $X \cup Y$  і  $X \cup \mathbf{R} \setminus (X \cup Y)$ , де  $X, Y \subseteq \mathbf{R}$ , тоді і тільки тоді, коли на  $t$  виконується багатозначна залежність  $X \twoheadrightarrow Y$ .

Розглянемо означення 4НФ за Дейтом.

*Означення 19.* Відношення  $R$  знаходиться у 4НФ, якщо в разі існування таких підмножин  $X$  і  $Y$  атрибутів цього відношення, що виконується нетривіальна багатозначна залежність  $X \twoheadrightarrow Y$ , всі атрибути відношення  $R$  також функціонально залежать від  $X$  [1].

В термінах [4] дане означення має вигляд:

$$\begin{aligned} & \text{Таблиця } t(\mathbf{R}) \text{ знаходиться у 4НФ} \stackrel{def}{\iff} \forall X, Y \subseteq \mathbf{R}, \forall A \in \mathbf{R} \\ & ((X \twoheadrightarrow Y)(t) = \text{true} \ \& \ X \cup Y \subset \mathbf{R} \ \& \ Y \not\subseteq X \Rightarrow (X \rightarrow A)(t) = \text{true}). \end{aligned}$$

Іншими словами, всі нетривіальні залежності, функціональні або багатозначні, мають вигляд  $K \twoheadrightarrow A$ , де  $K$  – це первинний ключ даного відношення, а  $A$  – деякий атрибут даного відношення. По суті це означення вимагає відсутність (нетривіальних) багатозначних залежностей.

У [1] вводиться також означення, яке базується на НФБК:

*Означення 20.* Відношення  $R$  знаходиться у 4НФ за означенням, коли воно знаходиться у НФБК і усі його багатозначні залежності в якості детермінантів мають потенційні ключі.

### П'ята нормальна форма

Для розуміння поняття 5НФ спочатку треба ввести означення так званих залежностей з'єднання.

*Означення 21.* Нехай  $R$  – відношення,  $X, Y, \dots, Z$  – довільні підмножини його атрибутів. Відношення  $R$  задовольняє залежності з'єднання  $\{X, Y, \dots, Z\}$ , коли будь-яке значення відношення  $R$  дорівнює з'єднанню його проєкцій по підмножинам атрибутів  $X, Y, \dots, Z$  [1].

Для проведення подальшої формалізації використаємо введене в [4] означення операції проєкція-з'єднання.

*Означення 22.* Під операцією проєкція-з'єднання за множинами атрибутів  $X_1, X_2, \dots, X_n$  розуміється операція вигляду:

$$P_{j_{X_1, \dots, X_n}} t \mapsto \pi_{X_1}(t) \otimes \pi_{X_2}(t) \otimes \dots \otimes \pi_{X_n}(t).$$

Тоді означення 21 може бути записане у вигляді:

$$\text{Таблиця } t(\mathbf{R}) \text{ задовольняє залежності з'єднання } \{X, Y, \dots, Z\}, \text{ де } X, Y, \dots, Z \subseteq \mathbf{R} \stackrel{\text{def}}{\iff} (t = P_{j_{X, Y, \dots, Z}}(t)).$$

На даному етапі теорему Фагіна можна сформулювати по-іншому.

*Теорема 3* (Фагін, залежності з'єднання). Відношення  $R \{X, Y, Z\}$  задовольняє залежності з'єднання вигляду  $\{X \cup Y, X \cup Z\}$  тоді і тільки тоді, коли відношення задовольняє багатозначну залежність  $X \twoheadrightarrow Y$  або багатозначну залежність  $X \twoheadrightarrow Z$ .

Вище,  $X, Y, Z$  – множини атрибутів відношення  $R$ , причому об'єднання  $X \cup Y \cup Z$  співпадає із схемою відношення [1].

В нашій термінології:

$$\text{Таблиця } t(\mathbf{R}) \text{ задовольняє залежності з'єднання } \{X \cup Y, X \cup \mathbf{R} \setminus (X \cup Y)\}, \\ \text{де } X, Y \subseteq \mathbf{R} \iff (X \twoheadrightarrow Y)(t) = \text{true}.$$

Отже, залежності з'єднання є узагальненням поняття багатозначних залежностей. Розглядаючи всі види залежностей в даній предметній області, можна зробити висновок, що залежності з'єднання є найбільш загальною формою залежностей.

*Означення 23.* Відношення  $R$  знаходиться у 5НФ за означенням, коли кожна нетривіальна залежність з'єднання у відношенні  $R$  визначається потенційними ключами (ключем) даного відношення  $R$  [1].

В цьому означенні:

- 1) залежність з'єднання  $\{X, Y, \dots, Z\}$  у відношенні  $R$  називається *тривіальною*, коли хоча б одна з підмножин атрибутів  $X, Y, \dots, Z$  є множиною всіх атрибутів відношення  $R$ ;
- 2) залежність з'єднання  $\{X, Y, \dots, Z\}$  у відношенні  $R$  визначається потенційними ключами (ключем) відношення  $R$  за означенням, коли кожна з підмножин  $X, Y, \dots, Z$  є суперключем відношення  $R$ .

*Означення 24.* Суперключем схеми  $\mathbf{R}$  називається така підмножина її атрибутів, яка володіє властивістю унікальності, але, взагалі кажучи, не володіє властивістю нескоротності:

$$W \text{ – суперключ } \stackrel{\text{def}}{\iff} \exists K (W \supseteq K \ \& \ K \text{ є первинним ключем}) [7].$$

Це означає, що деяка підмножина суперключа теж може володіти властивістю унікальності [3].

Сформулюємо означення для 5НФ використовуючи нашу термінологію:

$$\text{Таблиця } t(\mathbf{R}) \text{ знаходиться у 5НФ } \stackrel{\text{def}}{\iff} \forall R_1, R_2, \dots, R_n \subset \mathbf{R} \\ (t = P_{j_{R_1, \dots, R_n}}(t) \Rightarrow (R_i \twoheadrightarrow \mathbf{R})(t) = \text{true}, \forall i = \overline{1, n}).$$



**Доменно-ключова нормальна форма (ДКНФ)**

Для пояснення концепції доменно-ключової нормальної форми Фагін використовує додаткові означення.

**Означення 25.** (Залежність домену). *Залежність домену*  $IN(A, S)$ , де  $A$  – атрибут і  $S$  – множина, означає, що для кожного кортежу відношення  $R$  значення атрибута  $A$  повинно належати множині  $S$  [6].

Як і в попередньому розділі будемо дотримуватись таких уточнень: під *реляцією* розуміємо не *відношення*, а *таблицю*, під поняттям *кортежу відношення* – *рядок* таблиці. Але поняття *залежності домену* в термінах [4] не має аналогу, оскільки при даному уточненні розглядається один універсальний домен. Таким чином, щоб сформулювати дане означення з використанням нашої термінології, треба переходити на більш низькій рівень абстракції:

**Означення 26.** Нехай деякому атрибуту  $A \in R$  відповідає домен  $D$ . Таблиця  $t$  задовольняє *залежності домена*  $D$ , заданого для атрибута  $A$ , якщо для кожного рядка  $s \in t$  значення рядка  $s(A) \in D$ .

**Означення 27.** (Залежність ключа) *Залежність ключа*  $KEY(K)$ , де  $K$  – множина атрибутів, означає, що  $K$  є ключем відношення  $R$ , тобто, що у відношенні  $R$  немає двох різних кортежів, для яких значення  $K$  співпадають [6]. Таким чином, якщо  $X$  – множина атрибутів відношення  $R$ , тоді  $KEY(K)$  виконується в  $R$  тоді і тільки тоді, коли існує функціональна залежність  $K \rightarrow X$ . Зазначається, що ключі визначаються зазвичай на рівні схеми, а не на рівні екземпляра схеми. На рівні схеми, якщо  $K$  є ключем, то зазвичай передбачається, що  $K$  – не є суперключем, тобто в ньому не містяться підмножини, які є ключами.

Дане означення *залежності ключа* аналогічне до означення 8 потенційного ключа.

**Означення 28.** Нехай  $R^*$  – відношення,  $R$  – допустимий екземпляр даного відношення. Нехай  $X$  – деякий довільний кортеж, який не належить  $R$ . Тоді кортеж  $X$  *сумісний* з  $R$ , якщо:

- 1) кортеж  $X$  має ті самі атрибути, що й  $R$ ;
- 2) для будь-якого атрибута  $A$  і будь-якої залежності домену  $IN(A, S)$  відношення  $R$  значення атрибута  $A$  для кортежу  $X$  належить множині  $S$ ;
- 3) для будь-якої залежності ключа  $KEY(K)$  схеми  $R$  і будь-якого кортежу  $t$  з відношення  $R$  виконується, що  $X[K] \neq t[K]$  [6].

Під допустимим екземпляром відношення будемо розуміти *модель таблиці*  $t$ , яка задовольняє заданим обмеженням<sup>3</sup>. Розглядаючи вставку рядка в таблицю ми допускали, що проекція рядка на першу компоненту співпадає з схемою  $R$  даної таблиці, тобто перший пункт означення 28 досі вважався очевидним. Другий і третій пункти означення задовольняють введеним вище уточненням для залежностей домену і ключа.

**Означення 29.** Відношення  $R^*$  має *аномалію вставки*, якщо є допустимий екземпляр  $R$  відношення  $R^*$  і є кортеж  $t$ , сумісний з  $R$ , такий, що  $RU\{t\}$  – відношення, отримане вставкою  $t$  в  $R$ , яке не є допустимим екземпляром відношення  $R^*$  (тобто, цей екземпляр не задовольняє хоча б одному обмеженню  $R^*$ ) [6].

**Означення 30.** Відношення  $R^*$  має *аномалію вилучення*, якщо є допустимий екземпляр відношення  $R$  і кортеж  $t$  в  $R$  такий, що відношення, яке отримується внаслідок вилучення кортежу  $t$  з  $R$  не є допустимим екземпляром відношення (тобто, порушує обмеження схеми  $R^*$ ) [6].

Аномалії вставки та вилучення в науковій літературі досі вводилися інтуїтивно (на прикладах). Формалізація даних понять Фагіним відповідає загальноприйнятим уявленням.

**Означення 31.** Відношення  $R^*$  є *виконуваним*, якщо воно має хоча б один допустимий екземпляр  $R$  [6].

<sup>3</sup> *Обмеження* – це відображення набору всіх відношень на  $\{TRUE, FALSE\}$ . До обмежень Фагін відносить функціональні залежності, багатозначні залежності, залежності з'єднання, залежності доменів та залежності ключів.

Дане означення вимагає несуперечливості обмежень, які накладаються на таблицю.

*Означення 32.* Нехай,  $X$  – множина атрибутів,  $\sigma$  – обмеження и  $\Sigma$  – набір обмежень. За Фагіним  $\sigma \in$  логічний наслідком  $\Sigma$  ( $\Sigma \models \sigma$ ) (в контексті  $X$ ), за умови, коли  $\Sigma$  міститься<sup>4</sup> у відношенні зі схемою  $X$ , то і  $\sigma$  також міститься у цьому відношенні.

*Означення 33.* Нехай  $R^*$  – відношення в 1НФ, і нехай  $S$  – набір залежностей ключів та залежностей доменів відношення  $R^*$ ,  $\sigma$  – обмеження, що накладається на  $R^*$ . Тоді  $R^*$  знаходиться в доменно-ключовій нормальній формі, якщо  $\forall \sigma \in R^*: S \models \sigma$  [6].

Іншими словами відношення в 1НФ знаходиться в доменно-ключовій нормальній формі, якщо при виконанні залежностей доменів та залежностей ключів будь-яке обмеження, що накладається на відношення, також автоматично виконується.

Запишемо означення 33 використовуючи термінологію [4]:

*Означення 34.* Нехай задані схема  $R$ , набір залежностей ключів  $K = \{K_i \mid K_i \text{ – потенційний ключ}\}$  та набір залежностей доменів  $D = \{D_i \mid t(R) \text{ задовольняє залежності домена } D_i\}$  і нехай  $\Delta$  – набір обмежень<sup>5</sup>. Тоді

Модель  $t(R)$  знаходиться у ДКНФ  $\stackrel{def}{\iff} \forall \sigma \in \Delta (K \cup D \models \sigma)$ .

У [6] Фагін також доводить наступну теорему:

*Теорема 4.* Виконуване відношення, що знаходиться в 1НФ, знаходиться в ДКНФ тоді і тільки тоді, коли вона не містить ні аномалій вставки, ні аномалій вилучення [6].

На відміну від розглянутих вище нормальних форм (НФБК, 4НФ, 5НФ), які базувалися на поняттях функціональних залежностей, багатозначних залежностей та залежностей з'єднання, доменно-ключова нормальна форма базується на простих означеннях доменів і ключів, а також простому означенні обмеження [1, 6, 8, 9].

#### Список використаних джерел:

1. Дейт Дж. Введение в системы баз данных: [8-е издание.: пер. с англ.] / Дж. Дейт. – Москва: «Вильямс», 2005. – 1328 с.
2. Мейер Д. Теория реляционных баз данных. [пер. с англ.] / Д. Мейер. – Москва: Мир, 1987. – 608 с.
3. Кузнецов С.Д. Основы баз данных. – 2-е изд. / С.Д. Кузнецов. – Москва: БИНОМ, 2007. – 484 с.
4. Реляційні бази даних: табличні алгебри та SQL-подібні мови / В.Н. Редько, Ю.Й. Брона, Д.Б. Буй, С.А. Поляков. – Київ: Видавничий дім «Академперіодика», 2001. – 198 с.
5. Буй Д.Б. Повнота аксіоматики Армстронга / Д.Б. Буй, А.В. Пузікова // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. – 2011. – №3. – С. 103-108.
6. Fagin R., A Normal Form for Relation Databases That Is Based On Domains and Keys / R. Fagin // ACM Transactions on Database Systems. – 1981. – сентябрь. – С. 387-415.
7. Жаботін С.Б. Нормалізація в табличних базах даних: Бакалаврська робота / С.Б. Жаботін. – Кіровоград: КДПУ ім. В. Вінниченка, 2011. – 47 с.
8. Коннолли Т. Базы данных: проектирование, реализация и сопровождение: [теория и практика, 2-е изд.: пер. с англ.] / Т. Коннолли, К. Бегг, А. Страчан. – Москва: «Вильямс», 2000. – 1120 с.
9. Коннолли Т. Базы данных: проектирование, реализация и сопровождение: [теория и практика, 3-е изд.: пер. с англ.] / Т. Коннолли, К. Бегг, А. Страчан. – Москва: «Вильямс», 2003. – 1440 с.
10. Пушников А.Ю. Введение в системы управления базами данных. Часть 2. Нормальные формы отношений и транзакции: Учебное пособие / А.Ю. Пушников. – Уфа: Изд-е Башкирского ун-та, 1999. – 138 с.

<sup>4</sup> Обмеження  $\sigma$  міститься в  $R$ , якщо після відображення відношення  $R$  приймає значення TRUE.

<sup>5</sup> Зважаючи на те, що Фагін під реляційною схемою розуміє набір атрибутів разом з набором обмежень, виникає необхідність ввести додаткову множину:  $\Delta$  – набір обмежень реляційної схеми.

11. Beeri C. A Complete Axiomatization for Functional and Multivalued Dependencies / C. Beeri, R. Fagin, J.H. Howard // ACM SIGMOD Intern. Conf. on Management of Data. – Toronto, Canada. – 1977. – August. – P. 148-156.

## **ГЕНЕРАЦІЯ ПІКОСЕКУНДНИХ ЛАЗЕРНИХ ІМПУЛЬСІВ СИНХРОНІЗАЦІЄЮ МОД І КОМПРЕСІЄЮ ІМПУЛЬСІВ**

*Петро Лопатюк*

*Науковий керівник – кандидат технічних наук, професор О.М.Царенко*

Поява потужних джерел когерентного світлового випромінювання (лазерів) стимулювала виникнення нового напрямку досліджень, пов'язаного з вивченням взаємодії потужних когерентних потоків електромагнітного випромінювання з речовиною, що отримав назву «Нелінійна оптика». Оптичні ефекти, характер яких залежить від інтенсивності випромінювання, називають нелійними, а область оптики, що вивчає нелінійні оптичні ефекти (оптика потужних світлових потоків) – нелінійною оптикою.

У даній роботі проаналізовано основні способи здійснення генерації надкороткочасних лазерних імпульсів, що мають особливе значення для сучасних проблем науки.

Винахід лазерів здійснив справжню революцію в багатьох областях науки і техніки. Лазерне випромінювання, порівняно з випромінюванням від теплових джерел, володіє багатьма чудовими властивостями: високу спрямованість та можливість генерації надкоротких оптичних імпульсів. У перші роки розвитку квантової електроніки (1961–1965 р.р.) короткі імпульси наносекундної тривалості отримували в лазерах з модульованою добротністю резонатора [1]. У таких лазерах енергія світлового випромінювання активної речовини спочатку накопичується у відкритому резонаторі, складеному з двох дзеркал. Потім, після швидкого спрацьовування електрооптичного або фототропного затвора, енергія виходить з резонатора у вигляді потужного оптичного імпульсу, тривалість якого визначається властивостями активного середовища і резонатора та становить величину, як правило, в десятки наносекунд [3]. Виявилось, що це далеко не межа мінімальної тривалості лазерних імпульсів. Аналіз процесу збудження випромінювання в резонаторі показав, що звичайний короткий лазерний імпульс складається з набору великого числа спектральних компонент (поздовжніх мод), віддалених одна від одної [2, 4]. Однак фази спектральних складових без прийняття спеціальних заходів набувають довільних значень. Якщо ж фази якимось чином синхронізувати (зробити однаковими за величиною), то тривалість імпульсу різко скорочується. Такі надкороткі імпульси займають пікосекундний діапазон тимчасових процесів. Вперше пасивна синхронізація мод була отримана в 1965 р. в експериментах з твердотільними лазерами. Найбільший ефект метод синхронізації отримано в лазерах на барвниках з дуже широкою частотною смугою підсилення, в яку потрапляє величезна кількість поздовжніх мод [1, 5].

Наступний етап укорочення тривалості лазерних імпульсів, що почався в 1981 р., пов'язаний з новим для оптики, але відомим в радіодіапазоні явищем стисненням частотно-модульованих світлових імпульсів в диспергуючих середовищах [6]. Ця техніка, доведена майже до досконалості, дозволяє стискати пікосекундні імпульси в сотні й тисячі разів та отримувати імпульси фемтосекундної тривалості. У 1987 р. був отриманий оптичний імпульс тривалістю 6 фс у видимому діапазоні частот, він містив усього три періоди світових коливань. Трохи пізніше в інфрачервоному діапазоні отримали імпульси в один період коливань, рівний 40 фс. За рахунок компресії такі оптичні імпульси набувають величезної густини потужності, яку можна довести за допомогою фокусування до  $10^{20}$  Вт/см<sup>2</sup>. При цьому напруженість світлового поля досягає гігантської величини  $10^{11}$  В/см, що на порядок перевищує внутріатомні поля. Це кардинально змінює характер взаємодії оптичного випромінювання з речовиною.

Генерацію надкоротких оптичних імпульсів можна здійснити в лазері за допомогою синхронізації поздовжніх мод [5]. Поздовжня мода представляє собою стоячу електромагнітну хвилю, замкнену між дзеркалами відкритого резонатора. Це нагадує стоячу хвилю в струні з закріпленими кінцями. Якщо відстань між дзеркалами дорівнює  $l$ , то власна частота моди може бути обчислена як  $f_m = mc / (2l)$  ( $c$  – швидкість світла,  $m$  – ціле число). Активна речовина, поміщена всередину резонатора, збуджує ті моди, частоти яких попадають в спектральну смугу підсилення. В результаті інтерференції мод формується оптичний імпульс, що виходить з резонатора лазера. Якщо порушується тільки одна поздовжня мода, то маємо справу з одномодовим лазером, що дає випромінювання з максимальним ступенем монохроматичності. Для генерації надкоротких імпульсів використовується багатомодовий режим. Цей напрямок став розвиватися в лазерній техніці з 1965 р. [1, 3].

Таким чином, лазерний імпульс можна представити у вигляді набору  $N$  монохроматичних хвиль (поздовжніх мод), розділених за частотою інтервалом  $\Delta f = c / (2l)$ . Тоді вираз для електричного поля імпульсного випромінювання на вихідному дзеркалі резонатора подають у вигляді:

$$E = \sum_m A_m \cos[(\omega_0 + \Delta\omega_m)t + \varphi_m],$$

де  $\omega_0 = 2\pi f_0$  – середня несуча частота,  $\Delta\omega = 2\pi\Delta f$ . Результат інтерференції мод залежить від співвідношення між фазами  $\varphi_m$ . Якщо фази приймають випадкові значення, то лазерне випромінювання має хаотичну амплітудну модуляцію. При синхронізації мод, коли всі фази приймають одне значення, наприклад  $\varphi_m = 0$ . Вважаючи, для простоти, амплітуди мод однаковими ( $A_m = E_0$ ), можна підсумувати ряд і отримати простий вираз:  $E = A \cos \omega_0 t$ , де

$$A = E_0 \sin \frac{N\Delta\omega t}{2} \operatorname{cosec} \frac{\Delta\omega t}{2}.$$

Аналіз останнього виразу показує, що лазер з синхронізацією поздовжніх мод випромінює періодичну послідовність імпульсів з амплітудами, які в  $N$  разів перевищують амплітуду окремої моди. Імпульси слідує один за одним через час  $\Delta T = 2l / c$ , необхідний для повного проходу імпульсу в резонаторі. Тривалість імпульсів  $T = \Delta T / N$ , тобто вона в  $N$  разів менше інтервалу між сусідніми імпульсами.

Практично синхронізацію мод можна домогтися декількома способами [4, 5]. В якості одного з них використовується активна модуляція втрат за допомогою акустооптичної дифракційної решітки, вставленої в резонатор. У такій решітці за рахунок стоячої ультразвукової хвилі, що має половинну частоту міжмодового биття  $f_a = \Delta f / 2 = c / l$ , проводиться модуляція показника заломлення в поперечному перерізі  $n = n_0 + \Delta n \sin(\pi t / \Delta T) \sin(k_a x)$ . Очевидно, що в моменти часу  $t_j = \Delta T_j$  ( $j$  – ціле число), коли  $\sin(\pi t / \Delta T) = 0$  та  $n = n_0$ , решітка не розсіює хвилі, що проходять через неї. Саме в ці моменти часу ультракороткі імпульси проходять крізь решітку (акустооптичний модулятор) без дифракційних втрат.

Синхронізацію мод можна також здійснити за допомогою модуляції фази світлових хвиль в електрооптичних кристалах, прикладаючи до нього змінне електричне поле [3, 5]. Синхронізація мод настає також при вібрації одного з дзеркал відкритого резонатора на частоті міжмодового биття. Нарешті, синхронізацію мод можна домогтися, поміщаючи всередину резонатора лазера речовину, яка просвітлюється в сильному оптичному полі (так звані, оптично-активні речовини). Тоді з найменшими втратами через осередок проходять надкороткі імпульси, що утворюються при синфазному складанні збуджуваних поздовжніх мод.

Надкороткі імпульси тривалістю в 100 пс знаходять широке застосування в наукових дослідженнях [6]. Причому треба мати на увазі, що короткі імпульси мають велику густину потужності. Остання обставина важлива при впливі оптичного випромінювання на речовину. Однак аналіз ряду швидкоплинних процесів вимагає використання ще більш коротких імпульсів, які мають субпікосекундну і навіть фемтосекундну тривалість. Так як за допомогою синхронізації мод в лазерах це завдання практично не вдається вирішити, то стали шукати методи компресії пікосекундних світлових імпульсів. Виявилось, що для цієї

мети треба використовувати диспергуючі середовища, такі, як волоконні світловоди, дифракційні решітки, призми і т. д. [4, 6].

Таким чином, для отримання надкоротких імпульсів необхідно мати випромінювання з широким спектром, а потім підібрати той чи інший механізм перетворення випромінювання в імпульс без фазової модуляції, так званий спектрально-обмежений імпульс. Саме цю задачу вирішують при синхронізації мод і компресії імпульсів.

#### *Список використаних джерел:*

1. Ахманов С. А. Физическая оптика / С. А. Ахманов, С. Ю. Никитин. – М.: Изд-во МГУ, 1998. – 656 с.
2. Сивухин Д. В. Оптика / Д. В. Сивухин. – М.: ФИЗМАТЛИТ; Изд-во МФТИ, 2002. – 792 с.
3. Балашов А. Д. Особенности распространения фемтосекундного импульса в воздухе / А. Д. Балашов, А. Х. Пергамент // Квантовая электроника. – 2006. – Т. 36. – № 9. – С. 825–834.
4. Летохов В. С. Принципы нелинейной лазерной спектроскопии / В. С. Летохов, В. П. Чеботаев. – М.: Наука, 1975. – 280 с.
5. Ахманов А. С. Самофокусировка и дифракция света в нелинейной среде / А. С. Ахманов, А. П. Сухоруков, Р. В. Хохлов // Успехи физической науки. – 1967. – Т. 93. – С. 19–31.
6. Сверхкороткие световые импульсы: пер. с англ.; под ред. С. А. Ахманова. – М.: Мир, 1983. – 480 с.

## **ЦИФРОВИЙ ПІДПИС ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ КОДА АВТЕНТИФІКАЦІЇ ПОВІДОМЛЕННЯ**

*Олексій Лутченко, Сергій Ганжела*

Ефективний захист інформації – одна з найважливіших сучасних проблем, оскільки інформаційний ресурс став чи не найголовнішим з поштовхів економічного розвитку в сучасному світі. Застосування високих інформаційних технологій ХХІ століття, з одного боку, дає значні переваги в діяльності підприємств та організацій, а з іншого – потенційно створює передумови для витоку, розкрадання, втрати, спотворення, підробки, знищення, копіювання і блокування інформації і, як наслідок, нанесення економічної, соціальної чи інших видів шкоди. Тобто з поширенням інформаційних технологій організації стають усе більш залежними від інформаційних систем та послуг. Проблема обміну власними електронними даними, які в свою чергу потрібно вміти передавати з використанням електронних мереж, в наші дні стоїть особливо гостро. Тому часто виникають проблеми, як об'єктивно оцінити та захистити власні дані. Забезпечення необхідного рівня захисту інформації задача досить складна, що вимагає для свого рішення створення цілісної системи організаційних заходів і застосування специфічних засобів та методів із захисту інформації.

Для того, щоб оцінювати, відслідковувати, захищати інтелектуальний ресурс, потрібно вирішити багато складних програмних, технічних, правових, організаційних і фінансових питань, які також пов'язані зі створенням інформаційного ресурсу систем підтримки прийняття рішень з інтелектуальної власності, а також системи автентифікації даних, яка є життєво важливим питанням для всіх абонентів як комерційних, так і секретних систем зв'язку. А також потрібно вирішити, як захистити дані, що передаються за допомогою мереж передачі даних.

Однією з найважливіших проблем сьогодення є питання автентифікації даних, тобто встановлення санкціонованим одержувачем і, можливо, арбітром того факту, що при існуючому протоколі автентифікації, надіслане повідомлення найімовірніше надіслано санкціонованим передавачем і що воно при цьому не змінене і не спотворене [1, с. 86]. Найважливіші проблеми автентифікації стосуються ситуацій, за яких відбувається обмін тільки власне інформацією, тобто не існує фізичного носія, який може використовуватись для підтвердження, справжності передавача або повідомлення.

Повідомлення, позбавлене будь-якого фізичного втілення, подається для автентифікації засобами, які будемо називати *каналом автентифікації*. Цей канал за визначенням не є безпечним, тобто всі повідомлення, які через нього передаються, несекретні і можуть бути перехоплені, підмінені або змінені перед тим, як потрапити до пункту призначення.

Сьогодні все більшого поширення набуває обмін так званими електронними документами у банківській, економічній, правовій, технічній та інших сферах, що відкриває перспективи для прискорення розвитку та підвищення ефективності людської діяльності. Тому актуальним стає захист даних цифровим підписом (ЦП), що надає їм юридичної сили паперових документів, засвідчених підписом та печаткою відправника [4]. Цієї мети можна досягти за дотримання вимог низки законодавчих актів та інших нормативно-правових документів, а також при технічно коректному застосуванні легальних програмних засобів. Глобальні мережі дозволяють вільно передавати інформацію через кордони, але у різних державах можуть застосовуватись неоднакові законодавчі підходи стосовно чинності електронних підписів. Тому важливими є юридична узгодженість міжнародних та національних правових актів [2].

Для автентифікації даних можна використати алгоритм DES (Data Encryption Standard – Стандарт Шифрування Даних), який, до недавня був найбільш широко використовуваним алгоритмом шифрування даних. Розроблений у 1977 році Агенцією Національної Безпеки США на основі створеного фірмою IBM алгоритму з довжиною ключа 128 бітів, алгоритм DES належить до класу шифрів Фейстеля із кількістю ітерацій 16, довжиною ключа 56 біта і довжиною блока 64 біта. Інформацію, яка має бути автентифікована, спочатку поділяють на блоки по 64 біти кожен. Перший блок побітно додається за модулем 2 з 64-бітовим початковим вектором, який змінюється кожен день і тримається у таємниці в банках даних системи. Отриману суму потім шифрують з використанням секретного ключа алгоритму DES. Отриманий 64-бітовий шифр додають потім за модулем 2 до другого блоку тексту, результат шифрують, отримують другий 64-бітовий шифр тощо. Процедура повторюється, поки не будуть оброблені всі блоки тексту. Очевидно, що останній 64-бітовий шифр є функцією секретного ключа, початкового вектора і кожного біту тексту, незалежно від його довжини. Цей шифр, який зветься *кодом автентифікації повідомлення* (КАП), додається до автентифікованої інформації, розширюючи тим самим повідомлення. Отримане розширене повідомлення звичайно передається відкритим, хоча воно може бути і зашифроване, якщо потрібна секретність, але ця операція не залежить від функції автентифікації.

Автентифікатор (КАП) може бути легко перевірений кожним, хто володіє секретним ключем і початковим вектором, повторенням процедури, яку виконав передавач при генеруванні КАП. Стороння особа, проте, не може ні здійснити генерацію автентифікатора, який міг би сприйнятися одержувачем як справжній, для додання його до фальшивого повідомлення, ні відділити автентифікатор від первісного повідомлення для використання його із зміненним або фальшивим повідомленням. В обох випадках ймовірність того, що фальшиве повідомлення буде інтерпретуватися як справжнє, дорівнює ймовірності "розпізнавання" автентифікатора, тобто,  $2^{-64}$ . Ймовірність вгадування сприйнятого повідомлення, яке пройшло б розглянутий раніше тест, дорівнює  $2^{-64}$ , тобто менше, ніж ймовірність вгадування секретного ключа алгоритму DES, яка дорівнює  $2^{-56}$  [1].

Як видно, код автентифікації повідомлення виступає у ролі хеш-функції, яка накладається на все повідомлення. Хеш-функція – це перетворення, яке для вхідного значення повертає результат фіксованої довжини. Хеш-функції тільки з цією властивістю мають багато застосувань при обчисленнях, але для криптографічного використання хеш-функції, як правило, повинні мати кілька додаткових властивостей.

Базовими вимогами до криптографічних хеш-функцій є такі:

- результат повинен обчислюватись для аргументу будь-якої довжини;
- алгоритм обчислення результату повинен бути відносно простим;
- хеш-функція повинна бути одного напрямку (одностороння);

— хеш-функція не повинна мати колізій.

КАП задовільняє всім цим вимогам. Хеш-функція дозволяє знайти, так звану, “контрольну суму” зі всього тексту, тому її стає зручно використовувати для здійснення цифрового підпису (ЦП), який додають у кінець тексту або додають до нього окремим файлом.

Контрольна сума обчислюється з усього тексту, і зміна будь-якої літери тексту призведе до її зміни. По-друге вказана функція є односторонньою. Тобто виконується умова того, що зломисник не зможе знайти текст, підганяючи його під цифровий підпис.

Зрозуміло, як би добре не була спроектована система захисту інформації, вона працюватиме у правовому полі лише у випадку законодавчих і юридичних узгоджень міжнародних та національних правових актів.

Функції центрального засвідчувального органу (ЦЗО) у Національній системі електронного цифрового підпису виконує Державний департамент з питань зв'язку та інформатизації Міністерства інфраструктури України [5].

Для втілення у практику основних законів про електронний цифровий підпис протягом 2004 року Кабінетом Міністрів України прийнято ряд постанов, а саме: “Про затвердження Порядку засвідчення наявності електронного документа (електронних даних) на певний момент часу” (від 26 травня 2004 р. № 680); “Про затвердження Порядку акредитації центру сертифікації ключів” (від 13 липня 2004 р. № 903); “Про затвердження Положення про центральний засвідчувальний орган” (від 28 жовтня 2004 р. №1451); “Про затвердження Порядку застосування електронного цифрового підпису органами державної влади, органами місцевого самоврядування, підприємствами, установами та організаціями державної форми власності” (№1452 від 28 жовтня 2004 р.); “Про затвердження Типового порядку здійснення електронного документообігу в органах виконавчої влади” (№1453 від 28 жовтня 2004 р.); “Про затвердження Порядку обов'язкової передачі документованої інформації” (№ 1454 від 28 жовтня 2004 р.) [3].

Проведений аналіз дає підстави зробити такі висновки:

1. Електронні дані потрібно вміти не тільки передавати з використанням електронних мереж, а й захищати від переробки, спотворення, заміни, тощо.
2. Автентифікація даних стосується ситуацій, за яких відбувається обмін тільки власне інформацією, тобто не існує фізичного носія.
3. Потреби автентифікації даних можна задовольнити, використавши *код автентифікації повідомлення* на основі застосування алгоритму DES.
4. В Україні створена законодавча база ЕЦП. У державі функціонує Національна система електронного цифрового підпису, а відповідні органи надають користувачам послуги ЕЦП.

З урахуванням вищезазначеного нами створено програмну реалізацію алгоритмів DES і RSA як основи для захисту і автентифікації даних та розроблено програмне середовище для демонстрації застосування вказаних алгоритмів. Апробацію даного програмного засобу було здійснено на практичних заняттях з курсів “Криптологія” і “Сучасні методи захисту інформації” для студентів спеціальності “Інформатика”.

#### Список використаних джерел:

1. Задірака В.К. Методи захисту фінансової інформації / Задірака В.К., Олексюк О.С. – К.: Вища школа, 2000.
2. Кулик І.А. Електронний цифровий підпис – міжнародні та національні правові аспекти / І.А. Кулик, В.Б. Чередниченко // Вісник СумДУ. Серія “Технічні науки”, №2, 2011. – Режим доступу: [http://www.nbu.gov.ua/portal/natural/VSU\\_tekh/2011\\_2/11kianpa.pdf](http://www.nbu.gov.ua/portal/natural/VSU_tekh/2011_2/11kianpa.pdf)
3. Сайт Верховної Ради України „Законодавство”. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.rada.gov.ua>
4. Фергюсон Н. Практическая криптография. / Нильс Фергюсон, Брюс Шнайер. – М.: Вильямс, 2005. – 424 с.
5. Центральний засвідчувальний орган. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [www.czo.gov.ua](http://www.czo.gov.ua)

## **ЗМІСТОВНА ТА ФОРМАЛЬНА СЕМАНТИКА ІНКАПСУЛЯЦІЇ**

*Олексій Новіков, Сергій Компан*

*Науковий керівник – доктор фізико-математичних наук, професор Д. Б. Буй*

Неможливо коректно формалізувати поняття класу та об'єкту без урахування інкапсуляції, що є однією з ключових концепцій об'єктно-орієнтованого підходу [1, 3, 4, 7, 10, 13, 14, 19, 20, 21]. Загалом під інкапсуляцією можна розуміти приховання внутрішньої будови об'єкту, яка є несуттєвою з огляду взаємодії з ним. Вона може бути суттєва, але приховання виконується ще й для того, щоб унеможливити несанкціонований доступ з боку інших об'єктів. Властивістю інкапсуляції є спільне зберігання даних і методів, іноді навіть кажуть, що дані та методи інкапсульовані в об'єкт, тобто певним способом зібрані в єдине ціле.

Об'єктно-орієнтовані програми, написані з використанням принципу інкапсуляції, гнучкі до змін і стійкі до помилок [18]. На даному етапі існує така тенденція до вимог розробки програмного забезпечення, що на перший план виходить супровід програмного продукту, а вже потім швидкість його роботи. Навіть при незначних змінах предметної області неінкапсульований код програми може вимагати величезної модифікації. Зрозуміло, що внесення таких змін потребує багато часу. Інкапсуляція ж дозволяє вирішити цю проблему. Розглянемо це питання більш формально та почнемо з введення математичного опису інкапсуляції.

Взагалі в об'єктно-орієнтованих мовах програмування ідея інкапсуляції походить від абстрактних типів даних [13]. Тобто кожен об'єкт має дві частини: інтерфейс і реалізацію. Інтерфейс – це набір видимих, допустимих операцій (методів) над об'єктом. Взаємодія між об'єктами забезпечується за допомогою їх інтерфейсів. Реалізація складається з даних (атрибутів) і процедурної частини. Дані визначають стан об'єкта, а процедурна частина визначає опис реалізації (тіло) кожної операції. Таким чином, будова об'єкту поміщається в капсулу. Зміна способу внутрішнього представлення операцій і даних об'єкта ніяк не впливає на його абстрактність, що виражається у інтерфейсі. Інкапсуляція гарантує, що об'єкт використовуються тільки в абстрактному розумінні, тобто через інтерфейс, що виключає можливість незаконного та помилкового використання об'єкту.

При використанні об'єктно-орієнтованого підходу система представляється у вигляді незалежних один від одного об'єктів. При цьому для розуміння семантики всієї системи достатньо розуміти семантику використання інтерфейсів кожного з об'єктів і зовсім не потрібно знати внутрішню будову об'єктів.

В об'єктно-орієнтованих мовах програмування інкапсуляція тісно пов'язана з поняттям модифікатора доступу [3, 16, 17], яке є інструментом для досягнення інкапсуляції. Модифікатор доступу – це ключове слово, що задає рівень (правило) доступу до атрибутів та методів класу. Рівень доступу визначає так звану область видимості відповідних атрибутів та методів класу в програмі. Більшість об'єктно-орієнтованих мов програмування в основному підтримують наступні модифікатори доступу:

- `private` (закритий) – унеможливує безпосереднє звернення до атрибуту (методу) за межами класу, в якому цей атрибут (метод) оголошений;
- `protected` (захищений) – атрибути (методи), доступні усередині ієрархії класів і недоступні поза нею;
- `public` (відкритий) – атрибути (методи), доступні з будь-якого місця програми.

Зазначимо, що семантика цих модифікаторів доступу відрізняється в різних мовах програмування, проте в більшості випадків вона відповідає наведений. Наприклад, в СУБД Cache [5] мова опису класів CDL (Class Definition Language) має всього два модифікатори доступу: `private`, `public`. Причому семантика модифікатора доступу `private` повністю співпадає з вищезазначеною семантикою `protected`.



Усі приклади, що використовуються в даній роботі, написані мовами C# та C++. На даний момент актуальними версіями цих мов є C# 4.0 [17] і C++ 11 [16], тому будемо орієнтуватись на них.

У деяких середовищах програмування є засоби рефакторингу<sup>1</sup> (refactoring) наявного коду [10, 12, 18]. Одним із видів рефакторингу є інкапсуляція поля<sup>2</sup> (encapsulate field), суть якого полягає у заміні модифікатора доступу вибраного поля на private і генерації методів set і get, які об'єднуються в один метод<sup>3</sup>. Розглянемо відповідний приклад на мові C#.

Вигляд класу до рефакторингу:

```
class Class1{
    public int attr1 = 1;}

```

Вигляд класу після рефакторингу:

```
class Class1{
    private int attr1 = 1;
    public int Attr1{
        get { return attr1; }
        set { attr1 = value; }}}

```

Розширимо розуміння класу  $K = \langle R, G \rangle$  [6], де  $R \neq \emptyset$  – множина атрибутів,  $G \neq \emptyset$  – множина методів, за допомогою модифікаторів доступу. Формально позначимо множину модифікаторів через  $M = \{m_1, m_2, \dots, m_n\}$ , де  $n \in N$  – їх кількість.

Модифікатор доступу обов'язково задається для кожного атрибуту (методу) або користувачем, або ж системою автоматично (неявно, за замовченням). Наприклад, у мовах C# та C++ за замовченням атрибутам та методам призначається модифікатор private, а у CDL – модифікатор public. Необхідно зауважити, що одному атрибуту (методу) призначається лише один модифікатор доступу. Розглянемо приклади їх призначення у мовах C# та C++. У мові C# оголошення класу має наступний вигляд:

```
class Class1{
    public int attr1;
    public int M1{...}
    private double M2{...}
    public double attr2;
    private int attr3;}

```

Цей же клас у мові C++ оголошується так:

```
class Class1{
    private:
        int attr3;
        double M2{...}
    public:
        int attr1;
        double attr2;
        int M1{...}}

```

Зручним варіантом призначення модифікатора доступу є варіант мови C++, де атрибути і методи розбиваються на групи, і кожній такій групі призначається модифікатор доступу. У свою чергу в мові C# призначення модифікаторів доступу є трудомістким і дещо незручним у плані компактності коду, його подальшого візуального сприйняття.

<sup>1</sup> Рефакторинг – процес зміни внутрішньої структури коду у програмі, що не змінює її зовнішню поведінку, але робить код більш зрозумілим (або ефективним).

<sup>2</sup> Поле – синонім атрибута. Застосовується у мові C#.

<sup>3</sup> Такий метод у мові C# називається властивістю.

Формалізуємо призначення модифікатора доступу атрибутам та методам класу, інтуїтивно керуючись ідеєю мови C++. Розіб'ємо множину  $R$  ( $G$ ) деяким чином на класи еквівалентності. Результатом є фактор-множина  $R/\gamma'$  ( $G/\gamma''$ ), де  $\gamma'$  ( $\gamma''$ ) – відношення еквівалентності, яке й розбиває множину  $R$  ( $G$ ). Введемо наступні сюр'єктивні функції:

$$\zeta_R : R \rightarrow R/\gamma', \quad (1)$$

$$\zeta_G : G \rightarrow G/\gamma'', \quad (2)$$

які в [11] називаються канонічними відображеннями, а відношення  $\gamma'$ ,  $\gamma''$  – ядерними еквівалентностями.

Кожному класу еквівалентності з фактор-множини  $R/\gamma'$  ( $G/\gamma''$ ) зіставимо єдиний елемент з множини модифікаторів доступу  $M$ . Тобто маємо дві функції:

$$f_R : R/\gamma' \rightarrow M, \quad (3)$$

$$f_G : G/\gamma'' \rightarrow M. \quad (4)$$

Причому множину  $R(G)$  ми розбиваємо таким чином, щоб виконувалась умова:  $|R/\gamma'| \leq |M|$  ( $|G/\gamma''| \leq |M|$ ). В залежності від того, якими є потужності фактор-множини  $R/\gamma'$  ( $G/\gamma''$ ) і множини  $M$ , змінюється тип функції (3) ((4)):

- якщо  $|R/\gamma'| < |M|$  ( $|G/\gamma''| < |M|$ ), то функція (3) ((4)) – ін'єктивна;
- якщо  $|R/\gamma'| = |M|$  ( $|G/\gamma''| = |M|$ ), то функція (3) ((4)) – бієктивна.

Кількість класів еквівалентності в фактор-множині  $R/\gamma'$  ( $G/\gamma''$ ) буде дорівнювати кількості використаних модифікаторів доступу при оголошенні атрибутів (методів) класу. Іншими словами, якщо функція (3) ((4)) – ін'єктивна, то використані не всі модифікатори доступу, якщо ж (3) ((4)) – бієктивна, то використані всі модифікатори.

Розглянемо композицію функцій (1), (3) та композицію функцій (2), (4):

$$f_R \circ \zeta_R : R \rightarrow M, \quad (5)$$

$$f_G \circ \zeta_G : G \rightarrow M. \quad (6)$$

Функції (5), (6) будують відповідності між атрибутами, методами та їх модифікаторами доступу.

Очевидним є той факт, що елементами класів еквівалентності фактор-множини  $R/\gamma'$  ( $G/\gamma''$ ) є атрибути (методи) з однаковим модифікатором доступу. Розглянемо детальніше фактор-множину  $R/\gamma'$ .  $R/\gamma' = \{R_{m_i} \mid i \in I, R_{m_i} \neq \emptyset\}$ , де  $I$  – деяка множина індексів, така що:  $I \subseteq N'$ ,  $N' = \{1, \dots, n\}$ , де  $n \in N$  – як і раніше кількість модифікаторів доступу. Інакше кажучи,  $I$  – множина індексів використаних модифікаторів доступу, а  $N'$  – множина індексів усіх модифікаторів доступу. У випадку, якщо всі модифікатори доступу використовуються при оголошенні атрибутів класу, то  $R_{m_i}$  – множина атрибутів з модифікатором доступу  $m_1$ ,  $R_{m_2}$  – множина атрибутів з модифікатором доступу  $m_2$  і т. д. Об'єднання класів еквівалентності фактор-множини  $R/\gamma'$  є множина  $R: R = \bigcup_{i \in I} R_{m_i}$ . Кожний атрибут з множини  $R$  належить одному і тільки класу еквівалентності:  $\forall s, p: s \neq p \Rightarrow R_{m_s} \cap R_{m_p} = \emptyset, s \in I, p \in I$ .

Аналогічним чином уточнюється і фактор-множина  $G/\gamma''$ :

- $G/\gamma'' = \{G_{m_j} \mid j \in J, G_{m_j} \neq \emptyset\}, J \subseteq N'$ ;
- $G = \bigcup_{j \in J} G_{m_j}$ ;
- $\forall d, l: d \neq l \Rightarrow R_{m_d} \cap R_{m_l} = \emptyset, d \in J, l \in J$ .

Розглянемо детальніше семантику вищенаведених модифікаторів доступу `public`, `protected`, `private` за допомогою наступного прикладу (мова C#):

```

class Class1{
    public int attr1;
    protected int attr2;
    private int attr3;
    public int M1(){...}
    protected int M2(){...}
    private int M3(){...}
    class Class2: Class1 {...}
    class Class3 {...}
    class Program{
        static void Main(){
            Class1 O1 = new Class1();
            Class2 O2 = new Class2();}
    }

```

У цьому прикладі розглядається три класи: Class1, Class2, Class3. Причому Class2 наслідує Class1 (Class1 – батьківський клас, Class2 – похідний). Всі атрибути і методи класу Class1 будуть наслідуватись класом Class2, але доступними із Class2 будуть атрибути attr1, attr2 і методи M1(), M2(). У класі Class3 доступними<sup>4</sup> будуть лише атрибут attr1 і метод M1(). Об'єктам O1, O2 доступні тільки атрибут attr1 і метод M1().

Розглянемо формальну семантику основних модифікаторів доступу. Зафіксуємо множину модифікаторів доступу:

$$M = \{ m_1, m_2, m_3 \}, \quad (7)$$

де  $m_1$  – public,  $m_2$  – protected,  $m_3$  – private. Нехай  $K_1 = \langle R, G \rangle$ ,  $K_2$  – деякі класи. Атрибути і методи класу  $K_2$  нам неважливі, адже розглядати ми будемо доступність атрибутів (методів) класу  $K_1$  у класі  $K_2$ . Розглянемо варіант, коли при оголошенні атрибутів і методів класу  $K_1$  задіяні усі три модифікатори доступу, тобто мова йде про функції (3), (4), які є бієктивними. Маємо дві фактор-множини:  $R/\gamma' = \{ R_{m_1}, R_{m_2}, R_{m_3} \}$ ,  $G/\gamma'' = \{ G_{m_1}, G_{m_2}, G_{m_3} \}$ , де  $R_{m_1}, R_{m_2}, R_{m_3}$  ( $G_{m_1}, G_{m_2}, G_{m_3}$ ) – класи еквівалентності з атрибутами (методами), у яких модифікатори доступу є  $m_1, m_2, m_3$  відповідно. Нехай  $K_1$  – батьківський клас, а  $K_2$  – похідний клас. Позначимо ці відношення наслідування через  $K_1 \leftarrow K_2$ . Відповідно, позначення  $K_1 \not\leftarrow K_2$  означає відсутність таких відношень наслідування між класами  $K_1$  і  $K_2$ .

Доступність атрибутів класу  $K_1$  у класі  $K_2$  можна подати у вигляді предикату:

$$q_R : R \rightarrow \{ false, true \}, \quad (8)$$

де значення *true* означає той факт, що атрибут доступний, а значення *false* – атрибут недоступний. Для атрибуту  $A$  класу  $K_1$  цей предикат визначається наступним чином:

$$q_R(A) = \begin{cases} false, & \text{якщо } A \in R_{m_3} \vee (K_1 \not\leftarrow K_2 \wedge A \in R_{m_2}) \\ true, & \text{якщо } A \in R_{m_1} \vee (K_1 \leftarrow K_2 \wedge A \in R_{m_2}) \end{cases}. \quad (9)$$

Нехай  $O_1$  – об'єкт класу  $K_1$ . Доступність атрибутів об'єкту  $O_1$  можна задати предикатом:

$$t_R : R \rightarrow \{ false, true \}, \quad (10)$$

тобто:

$$t_R(A) = \begin{cases} false, & \text{якщо } A \in (R_{m_2} \cup R_{m_3}) \\ true, & \text{якщо } A \in R_{m_1} \end{cases}. \quad (11)$$

<sup>4</sup> Між класами Class1 і Class3 немає відношень наслідування. Мова йде про звернення до атрибутів та методів класу Class1 у класі Class3 за допомогою складного імені, наприклад Class1.attr1.

Якщо  $g$  – деякий метод класу  $K_1$ , то можна задати предикати доступності для методів:  $q_G : G \rightarrow \{false, true\}$ ,  $t_G : G \rightarrow \{false, true\}$ , які можна розписати за аналогією з предикатами (9), (11):

$$q_G(g) = \begin{cases} false, & \text{якщо } g \in G_{m_3} \vee (K_1 \not\leftarrow K_2 \wedge g \in G_{m_2}) \\ true, & \text{якщо } g \in G_{m_1} \vee (K_1 \leftarrow K_2 \wedge g \in G_{m_2}) \end{cases} \quad \text{і}$$

$$t_G(g) = \begin{cases} false, & \text{якщо } g \in (G_{m_2} \cup G_{m_3}) \\ true, & \text{якщо } g \in G_{m_1} \end{cases}. \quad (12)$$

З точки зору середовищ розробки об'єктно-орієнтованих баз даних будемо вважати наступну інкапсуляцію коректною:

- оголошення усіх атрибутів і деяких методів класу закритими (private) або захищеними (protected), а деяких методів – відкритими (public).
- закріплення за кожним закритим (захищеним) атрибутом, зазвичай, двох відкритих методів: get-методу (методу читання) і set-методу (методу зміни), які будуть забезпечувати доступ до нього. Такі методи називають методами доступу.

Сукупність сигнатур відкритих методів утворює інтерфейс. Таким чином, з зовнішньої точки зору, об'єкт представляє собою сукупність методів, які визначають його поведінку.

Формалізуємо поняття коректної інкапсуляції класу  $K = \langle R, G \rangle$ . Тут і далі розглядається множина модифікаторів доступу (7). Враховуючи предикати (11), (12), будемо вважати, що коректна інкапсуляція досягається тоді, коли функція (3) приймає вигляд:

$$f_R : R / \gamma' \rightarrow M \setminus \{m_1\}. \quad (13)$$

Функція (4) залишається незмінною:  $f_G : G / \gamma'' \rightarrow M$ .

Розглянемо детальніше функцію (4) за умови коректної інкапсуляції. Необхідною умовою є існування класу еквівалентності фактор-множини  $G / \gamma''$ , у якого модифікатор доступу –  $m_1$ , тому що у протилежному випадку в об'єкта відсутній інтерфейс, і з ним буде неможливо взаємодіяти. Позначимо, як і раніше,  $G_{m_1}$  – клас еквівалентності з модифікатором доступу  $m_1$ . Як правило, кожному закритому атрибуту відповідає два відкритих методи: get-метод і set-метод. Нехай  $G_g$  – множина get-методів класу, а  $G_s$  – множина set-методів, тоді  $G_g \subset G_{m_1}$ ,  $G_s \subset G_{m_1}$ . У випадку коректної інкапсуляції множиною закритих та захищених атрибутів є вся множина  $R$  і тому існує взаємно-однозначна відповідність для get-методів:

$$\rho_g : R \rightarrow G_g. \quad (14)$$

Така ж відповідність існує між атрибутами і set-методами:

$$\rho_s : R \rightarrow G_s. \quad (15)$$

Отже, коректну інкапсуляцію класу можна описати за допомогою чотирьох функцій: (4), (13), (14), (15).

На практиці необов'язково призначати кожному закритому атрибуту get-метод і set-метод, тобто функції (14), (15) можуть бути частковими, або ж про існування цих функцій взагалі недоцільно говорити ( $G_g = \emptyset$  і  $G_s = \emptyset$ ). Існує думка, що методи доступу суперечать ідеології об'єктно-орієнтованого підходу, адже програміст має працювати не з даними об'єкта (атрибути), а з його поведінкою.

Як зазначалось раніше, коректна інкапсуляція забезпечує гнучкість коду програми при його зміні. Розглянемо конкретний приклад на мові C#:

```
class Class1
{
    public int attr1;
    public int attr2;
```

}

Class1 не є коректно інкапсульованим. При зміні імен attr1, attr2 на attr1\_, attr2\_, або зміні типу цих атрибутів на double, або ж при проведенні деяких розрахунків з цими атрибутами потрібно було б змінювати увесь код програми, що використовує атрибути цього класу. Таких проблем можна уникнути, якщо використовувати коректну інкапсуляцію.

Інкапсулюємо клас Class1:

```
class Class1
{
    private int attr1;
    private int attr2;
    public int get_attr1(){ return attr1;}
    public void set_attr1(int attr){ attr1 = attr;}
    public int get_attr2(){ return attr2;}
    public void set_attr2(int attr){attr2 = attr;}
}
```

Якщо атрибути цього класу потребують змін, то вони можуть бути змінені без зміни сигнатур їх відкритих методів (інтерфейс), а тому і код програми, що використовує ці методи, також залишиться без змін.

На практиці може виявитися, що клас потрібно коректно інкапсулювати не повністю, тобто до деяких атрибутів дозволити прямий доступ. Змінимо Class1 наступним чином:

```
class Class1
{
    public int attr1;
    private int attr2;
    public int get_attr2(){ return attr2;}
    public void set_attr2(int attr){attr2 = attr;}
}
```

Будемо вважати, що наведені три реалізації класу Class1 у клієнтському коді використовуються однаково. Ці реалізації мають різну інтенсивність коректної інкапсуляції. Розглянемо формалізацію інтенсивності коректної інкапсуляції. Існує обернений зв'язок між інтенсивністю коректної інкапсуляції і кількістю коду, який потенційно потребуватиме змін при його взаємодії з класом, де можливо буде змінена реалізація. Іншими словами, це означає: чим інтенсивніша коректна інкапсуляція, тим менше коду потрібно змінювати. Міру інтенсивності коректної інкапсуляції класу можна визначити за допомогою кількості його відкритих, захищених і закритих атрибутів.

Будемо вважати, що клас не коректно інкапсульований тоді, коли функція (3) має вигляд:  $f_R : R/\gamma' \rightarrow \{m_1\}$ , де  $R/\gamma'$  складається з одного класу еквівалентності, що співпадає з  $R$ .

Майже коректно інкапсульованим будемо вважати клас, якщо:

- $R/\gamma'_1 = \{R_{m_1}^1, R_{m_2}^1, R_{m_3}^1\}$ ,  $f_R : R/\gamma'_1 \rightarrow M$ ;
- $R/\gamma'_2 = \{R_{m_1}^2, R_{m_2}^2\}$ ,  $f_R : R/\gamma'_2 \rightarrow \{m_1, m_2\}$ ;
- $R/\gamma'_3 = \{R_{m_1}^3, R_{m_3}^2\}$ ,  $f_R : R/\gamma'_3 \rightarrow \{m_1, m_3\}$ .

Функція  $f_R$  в усіх трьох випадках – бієктивна.  $R_{m_1}^1, R_{m_1}^2, R_{m_1}^3$  – класи еквівалентності (множини атрибутів) з модифікатором доступу  $m_1$ ,  $R_{m_2}^1, R_{m_2}^2$  – з модифікатором доступу  $m_2$ , а  $R_{m_3}^1, R_{m_3}^2$  – з модифікатором доступу  $m_3$ .

Нехай задана фактор-множина  $R/\gamma'$ . Призначимо модифікатори доступу класам еквівалентності цієї фактор-множини:  $f_R: R/\gamma' \rightarrow M$ . Для формалізації інтенсивності коректної інкапсуляції введемо деякий допоміжний апарат.

Доповненням фактор-множини  $R/\gamma'$  до множини  $P$  назвемо множину  $P' = P \setminus (R/\gamma')$ . Пояснимо детальніше, що собою представляють множини  $P$  і  $P'$ . Як зазначалось раніше  $R/\gamma' = \{R_{m_i} \mid i \in I, R_{m_i} \neq \emptyset\}$ , де  $I$  – множина індексів використаних модифікаторів доступу. В свою чергу множиною  $P'$  будемо вважати наступну множину:  $P' = \{R_{m_i} \mid i \in I', R_{m_i} = \emptyset\}$ , де  $I'$  – множина індексів невикористаних модифікаторів доступу,  $N' = I' \cup I$ ,  $N'$  – множина індексів усіх модифікаторів доступу. Суть множини  $P'$  пояснюється тим, що невикористаний модифікатор доступу призначається множині атрибутів, яка є порожньою. Сукупність таких порожніх множин і буде множиною  $P'$ . Об'єднання фактор-множини  $R/\gamma'$  і множини  $P'$  дасть множину  $P = \{R_{m_i} \mid i \in N'\}$ . Якщо при оголошенні атрибутів класу використані всі модифікатори доступу, то:  $I' = \emptyset \Leftrightarrow N' = I \Leftrightarrow P = R/\gamma' \Leftrightarrow P' = \emptyset$ .

Нехай є деякий клас  $K = \langle R, G \rangle$ . Розіб'ємо множину  $R$  деякими двома способами, тобто в результаті маємо дві фактор-множини:  $R/\gamma'_1, R/\gamma'_2$ . Також маємо дві функції:  $f'_R: R/\gamma'_1 \rightarrow M, f''_R: R/\gamma'_2 \rightarrow M$ . Фактор-множина  $R/\gamma'_1$  і функція  $f'_R$  визначає атрибути класу  $K_1$ , а  $R/\gamma'_2$  та  $f''_R$  – класу  $K_2$ . З огляду множини  $M$ , яка складається з трьох модифікаторів доступу ( $m_1, m_2, m_3$ ), доповнимо фактор-множини  $R/\gamma'_1, R/\gamma'_2$  до множин  $P_1 = \{R_{m_1}, R_{m_2}, R_{m_3}\}, P_2 = \{R'_{m_1}, R'_{m_2}, R'_{m_3}\}$  відповідно.

Клас  $K_1$  більш коректно інкапсульованим ніж клас  $K_2$  (позначимо  $K_1 \triangleright K_2$ ) тоді і тільки тоді коли кількість відкритих атрибутів класу  $K_1$  менша за кількість відкритих атрибутів класу  $K_2$ , тобто:  $K_1 \triangleright K_2 \Leftrightarrow |R_{m_i}| < |R'_{m_i}|$ .

З даного означення слідує наступне: клас  $K_1$  більш коректно інкапсульований ніж клас  $K_2$  тоді і тільки тоді, коли кількість закритих і захищених атрибутів класу  $K_1$  більша за кількість закритих і захищених атрибутів класу  $K_2$ , тобто:  $K_1 \triangleright K_2 \Leftrightarrow |R_{m_2} \cup R_{m_3}| > |R'_{m_2} \cup R'_{m_3}|$ .

Доведемо це твердження.  $|R_{m_i}| < |R'_{m_i}| \Rightarrow |R| - |R_{m_2} \cup R_{m_3}| < |R| - |R'_{m_2} \cup R'_{m_3}| \Rightarrow -|R_{m_2} \cup R_{m_3}| < -|R'_{m_2} \cup R'_{m_3}| \Rightarrow |R_{m_2} \cup R_{m_3}| > |R'_{m_2} \cup R'_{m_3}|$ .

Тобто  $K_1 \triangleright K_2 \Leftrightarrow |R_{m_2} \cup R_{m_3}| > |R'_{m_2} \cup R'_{m_3}|$ .

Навоколишній світ ґрунтується на взаємодії об'єктів між собою. В об'єктно-орієнтованих мовах програмування ця взаємодія досягається шляхом обміну повідомленнями між об'єктами [1]. Крім того, об'єкт може посилати повідомлення навіть і сам собі. Об'єкт, що ініціює повідомлення, будемо називати відправником, а об'єкт, що отримує повідомлення, – адресатом. Насправді ж, обмін повідомленнями реалізується за допомогою відкритих методів. Опишемо взаємодію двох об'єктів різних класів за умови коректної інкапсуляції.

Виходячи з практики, один метод може надавати доступ до декількох атрибутів, і навпаки, доступ до одного атрибуту може бути здійснений за допомогою декількох методів. Таку відповідність між методами і атрибутами можна подати у вигляді рівноправних відношень:

$$\alpha \subseteq G_{m_i} \times R \quad \text{або} \quad \alpha \subseteq R \times G_{m_i}, \quad (17)$$

де  $G_{m_i}$  – множина відкритих методів (інтерфейс).

Нехай  $K_1 = \langle R_1, G_1 \rangle$ ,  $K_2 = \langle R_2, G_2 \rangle$  – деякі класи. Позначимо  $O_1$  – об’єкт класу  $K_1$ , а  $O_2$  – об’єкт класу  $K_2$ . Взаємодію об’єкта  $O_1$  з об’єктом  $O_2$  (об’єкт  $O_1$  здійснює доступ до об’єкта  $O_2$ ) позначимо  $O_1 \mapsto O_2$ . На мові програмування ця взаємодія полягає у тому, що деякий відкритий метод об’єкта  $O_1$  здійснює доступ до деякого закритого атрибуту об’єкта  $O_2$  через його відповідний відкритий метод (рис. 1). Такий зв’язок між методами об’єктів  $O_1$  і  $O_2$  можна описати у вигляді наступного відношення:

$$\beta_1 \subseteq G_{m_1} \times \bar{G}_{m_1}, \quad (18)$$

де  $G_{m_1}$ ,  $\bar{G}_{m_1}$  – множини відкритих методів об’єктів  $O_1$  і  $O_2$  відповідно,  $G_{m_1} \subseteq G_1$ ,  $\bar{G}_{m_1} \subseteq G_2$ . В свою чергу, згідно (17) відношення:

$$\alpha_1 \subseteq G_{m_1} \times R_1 \text{ або } \alpha_1 \subseteq R_1 \times G_{m_1}, \quad (19)$$

$$\alpha_2 \subseteq \bar{G}_{m_1} \times R_2 \text{ або } \alpha_2 \subseteq R_2 \times \bar{G}_{m_1}, \quad (20)$$

описують надання доступу до закритих атрибутів через відкриті методи відповідно для об’єктів  $O_1$  і  $O_2$ . Добуток відношень (18), (19), (20) формально описує взаємодію об’єкта  $O_1$  з  $O_2$ :  $O_1 \mapsto O_2 = A_1(\alpha_1\beta_1\alpha_2)A_2$ ,  $A_1 \in R_1$ ,  $A_2 \in R_2$ , де  $A_1$  і  $A_2$  – деякі закриті атрибути класів  $K_1$  і  $K_2$  відповідно. На практиці це можна показати на наступному прикладі (мова C#):

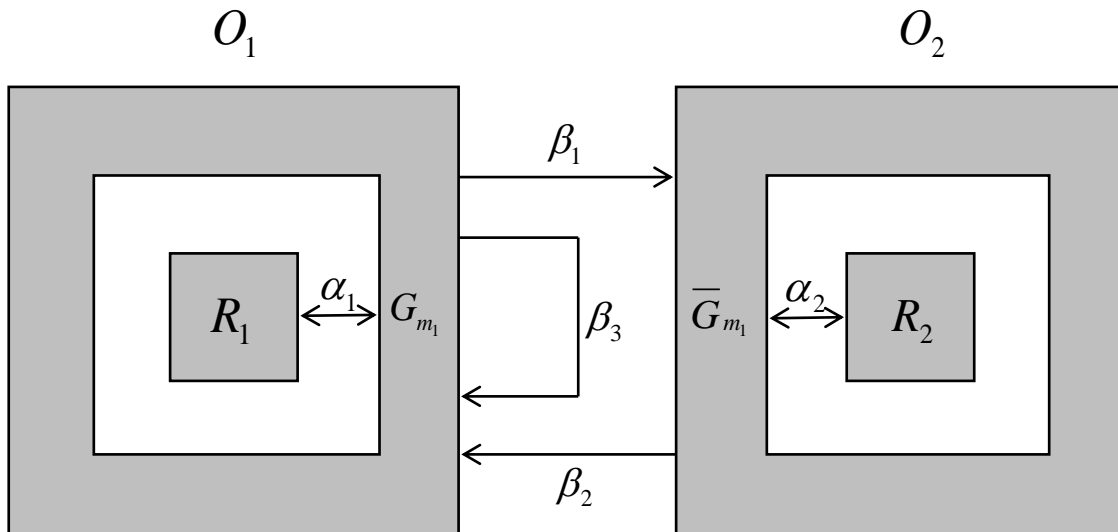


Рис. 1. Взаємодія об’єктів

```
class Class1{
    private int attr1 = 1;
    public int Attr1{
        get { return attr1; }
        set { attr1 = value; }}}
class Class2{
    private int attr2 = 2;
    public int Attr2{
        get { return attr2; }
        set { attr2 = value; }}}
class Program{
    static void Main(){
        Class1 O1 = new Class1();
        Class2 O2 = new Class2();
        O2.Attr2 = O1.Attr1;}}
```

Даний приклад<sup>5</sup> показує взаємодію об'єкта  $O_1$  класу  $Class1$  з об'єктом  $O_2$  класу  $Class2$  через їх методи  $Attr1$  і  $Attr2$ . Результатом роботи такого коду є зміна значення закритого атрибуту  $O_2$  на значення закритого атрибуту об'єкту  $O_1$ .

Можливий варіант того, що об'єкту  $O_2$  необхідно отримати доступ до об'єкта  $O_1$  (рис. 1). Згідно попереднього прикладу, фрагмент програми:

```
O2.Attr2 = O1.Attr1;
```

зміниться на:

```
O1.Attr1 = O2.Attr2;
```

Таким чином, взаємодію між відкритими методами об'єктів  $O_2$  і  $O_1$  можна представити у вигляді відношення, оберненого до (18):

$$\beta_2 = \beta_1^{-1}, \beta_2 \subseteq \overline{G_{m_1}} \times G_{m_1}. \quad (21)$$

В свою чергу семантика відношень (19), (20) не зміниться. Добуток відношень (19), (20), (21) формально характеризує взаємодію об'єкта  $O_2$  з  $O_1$ :  $O_2 \mapsto O_1 = A_2(\alpha_2\beta_2\alpha_1)A_1$ , де  $A_1$  і  $A_2$  – як і раніше, деякі закриті атрибути класів  $K_1$  і  $K_2$ , відповідно.

Можна сказати, що об'єкти обмінюються даними ( $O_1 \leftrightarrow O_2$ ), якщо  $O_1 \mapsto O_2$  і  $O_2 \mapsto O_1$ .

Розглянемо випадок коли об'єкт  $O_1$  взаємодіє сам з собою (рис. 1). Це показує наступний приклад:

```
class Class1{
  private int attr1 = 1;
  private int attr2 = 2;
  public int Attr1{
    get { return attr1; }
    set { attr1 = value; }}
  public int Attr2{
    get { return attr2; }
    set { attr2 = value; }}}
class Program{
  static void Main(){
    Class1 O1 = new Class1();
    O1.Attr2 = O1.Attr1;}}
```

Тобто,  $O_1 \mapsto O_1 = A(\alpha_1\beta_3\alpha_1)\overline{A}$ , де  $A, \overline{A} \in R_1$ ,  $\beta_3$  – бінарне відношення на множині  $G_{m_1}$  ( $\beta_3 \subseteq G_{m_1} \times G_{m_1}$ ). Як видно, добуток  $\alpha_1\beta_3\alpha_1$  також є бінарним відношенням, проте вже на множині  $R_1$ .

Підсумовуючи, можна виділити ряд основних переваг інкапсуляції:

- зменшення складності опису системи;
- гарантія надійного стану об'єкта – можна запобігти небажаній зміні даних, реалізувавши у методі деяку перевірку значення на допустимість;
- інкапсуляція дозволяє адекватно моделювати реальний світ, а тому код програми стає більш зрозумілим;
- спрощення написання програми – програміст, працюючи з об'єктом, не звертає уваги на другорядні деталі його реалізації;
- можливість зміни внутрішньої будови класу без зміни його інтерфейсу і, як наслідок, зміни частин коду, що використовує цей інтерфейс;
- перенесення класів з одної програми до іншої без втрати логіки роботи цього класу.

<sup>5</sup> Семантика взаємодії двох об'єктів може бути значно складнішою. В даному випадку розглядається один з найпростіших варіантів.



Проте існують ситуації, коли інкапсуляція не потрібна і програма без неї може бути значно спрощена. Крім того, основною проблемою в об'єктно-орієнтованих базах даних є проблема оптимізації запитів при використанні інкапсуляції, яка значно обмежує можливості оптимізатора СУБД [2, 8, 9, 15]. Тому перед розробником бази даних постає вибір, на який впливає логіка предметної області (бізнес-логіка).

*Список використаних джерел:*

1. Бадд Тимоти. Объектно-ориентированное программирование в действии / Тимоти Бадд. – Санкт-Петербург: “Питер”, 1997. – 464 с.
2. Блаха Майкл. Дилемма инкапсуляции и оптимизации запросов. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://citforum.ru/database/articles/blaha2/>
3. Буч Гради. Объектно-ориентированный анализ и проектирование с примерами приложений на С++ / Гради Буч, Максимчук Роберт А., Энгл Майкл У., Янг Бобби Дж, Коналлен Джим, Хьюстон Келли А. – Москва: ООО “Вильямс”, 2008. – 720 с.
4. Дейт Дж. Введение в системы баз данных / Дж. Дейт. – Москва: “Вильямс”, 2005. – 1328 с.
5. Кирстен Вольфанг. Постреляционная СУБД Cache. Объектно-ориентированная разработка приложений / Вольфанг Кирстен, Михаэль Ирингер. – Москва: Бином, 2008. – 401 с.
6. Компан С. В. Формалізація поняття об'єкта, класу, успадкування класів, життєвий цикл об'єкта в об'єктно-орієнтованих базах даних / С. В. Компан // Вісник Київського університету. Сер.: фіз.-мат. науки. – 2011. – №2. – С. 111–118.
7. Коннолли Т. Базы данных: проектирование, реализация и сопровождение / Т. Коннолли, К. Бегг, А. Страчан. – Москва: “Вильямс”, 2003. – 1440 с.
8. Кузнецов С. Д. Об основаниях ненавигационного языка запросов к объектно-ориентированным базам данных. [Электронный ресурс] – Режим доступа: [http://citforum.ru/database/articles/art\\_20.shtml](http://citforum.ru/database/articles/art_20.shtml)
9. Кузнецов С. Д. Языки программирования объектно-ориентированных баз данных и оптимизация запросов. [Электронный ресурс] – Режим доступа: [http://citforum.ru/database/articles/art\\_23.shtml](http://citforum.ru/database/articles/art_23.shtml)
10. Макконнелл С. Совершенный код. Мастер-класс / С. Макконнелл. – Санкт-Петербург: “Питер”, 2005. – 896 с.
11. Мальцев А. И. Алгебраические системы / А. И. Мальцев. – Москва: Наука, 1970. – 392 с.
12. Мартин Р. Чистый код: создание, анализ и рефакторинг. Библиотека программиста / Р. Мартин. – Санкт-Петербург: “Питер”, 2010. – 464 с.
13. Мейер Бертран. Основы объектно-ориентированного программирования / Б. Мейер. – Москва: Интернет-университет информационных технологий – ИНТУИТ.ру, 2005.
14. Мухортов В. В. Объектно-ориентированное программирование, анализ и дизайн. Методическое пособие / В. В. Мухортов, В. Ю. Рылов. – Новосибирск: “Новософт”, 2002. – 108 с.
15. Рамбо Дж. UML 2.0. Объектно-ориентированное моделирование и разработка / Дж. Рамбо, М. Блаха. – Санкт-Петербург: “Питер”, 2007. – 544 с.
16. Страуструп Б. Язык программирования С++. Специальное издание / Б. Страуструп. – Москва: Издательство Бином, 2011. – 1139 с.
17. Троелсен Эндрю. Язык программирования С# 2010 и платформа .NET 4.0 / Эндрю Троелсен. – Москва: “Вильямс”, 2011. – 1392 с.
18. Фаулер Мартин. Рефакторинг. Улучшение существующего кода / М. Фаулер. – Санкт-Петербург: Символ-Плюс, 2003. – 432 с.
19. Фридман А. Л. Основы объектно-ориентированной разработки программных систем / А.Л. Фридман. – Москва: Финансы и статистика, 2000. – 192 с.
20. Харрингтон Джен. Разработка баз данных / Дж. Харрингтон. – Москва: ДМК Пресс, 2005. – 269 с.
21. Шлеер Салли. Объектно-ориентированный анализ: моделирование мира в состояниях / Салли Шлеер, Стефан Меллор. – Киев: Диалектика, 1993. – 240 с.

## ПРИКЛАДИ ФІНІТИЗАЦІЇ ЧИСЛОВОЇ ПРЯМОЇ ТА ПЛОЩИНИ

Олексій Овсянніков

*Науковий керівник – доктор технічних наук, професор З.Ю. Філер*

*Розглядаються фінитні моделі натурального ряду, множини дійсних пар на площині (еквівалентних множині комплексних чисел). Аналізуються роботи П.К. Рашевського, З.Ю.Філера та В.Л.Рвачова, в яких ставляться та розв'язуються схожі підходи, які можуть бути використані в теорії відносності.*

Ще в 70-х роках ХХ сторіччя математики робили спроби фінітизувати числову вісь. Вперше про таку спробу писав П.К.Рашевський році у [1]: «Процесс счёта физических предметов в достаточно простых случаях доводится до конца...теория натурального ряда...распространяет её до «бесконечности». Совокупности большие предполагаются ... доступными пересчёту, как и малые... В рамках математической теории подобная идеализация...вполне законна...эта точка зрения навязывается и физике... Духу физики более соответствовала бы...теория целого числа, в которой числа... «большие», приобретали бы... «размытый» вид... Существующая теория ... переутончена: добавление единицы меняет число – а что меняет для физика добавление одной молекулы в сосуд с газом?... для «очень больших» чисел присчитывание единицы... не должно их менять ... числа этой гипотетической теории были бы объектами другой природы, чем числа натурального ряда...почти совпадение имело бы место лишь для начальных отрезков существующего и гипотетического натуральных рядов, а по мере удаления по ним различие...должно возрастать...гипотетическая реформа числового ряда должна ... сопровождаться ...реформой и числовой прямой. ... Не следует ожидать, что наша гипотетическая теория ... будет единственной...она должна будет зависеть от «параметров»... в предельном случае ...должна будет совпадать с существующей».

Відповіді на питання, що поставив Рашевський, першим дав вітчизняний професор З.Ю.Філер. У 1987 р. ним була зроблена на цю тему доповідь на Міжнародному конгресі з логіки, методології і філософії науки [2]. При цьому таке число  $\omega$  було границею геометричної прогресії, наприклад, зі знаменником  $q=1/2$ . Послідовність 1, 2, 3, ... до  $\infty$ , укладається на відрізок  $[1, L)$ ,  $L=1/(1-q)$ . Це, на його думку дозволяє легше засвоїти поняття границі  $H$  послідовності при  $n \rightarrow \infty$ . Замість нескінченної горизонтальної асимптоти  $y = H$  отримуємо згущування точок зліва у точки  $A(L;H)$  (рис.1).

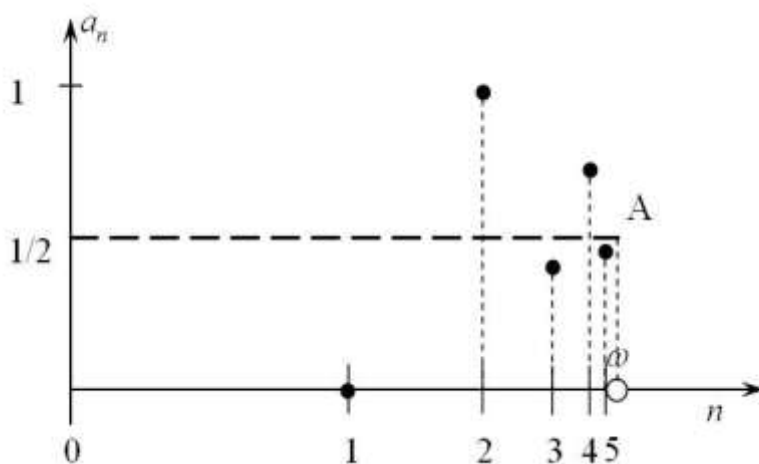


Рис. 1

На ньому зображена послідовність  $a_n = [n + (-1)^n] / (2n - 1)$  та її границя  $H=0,5$ .

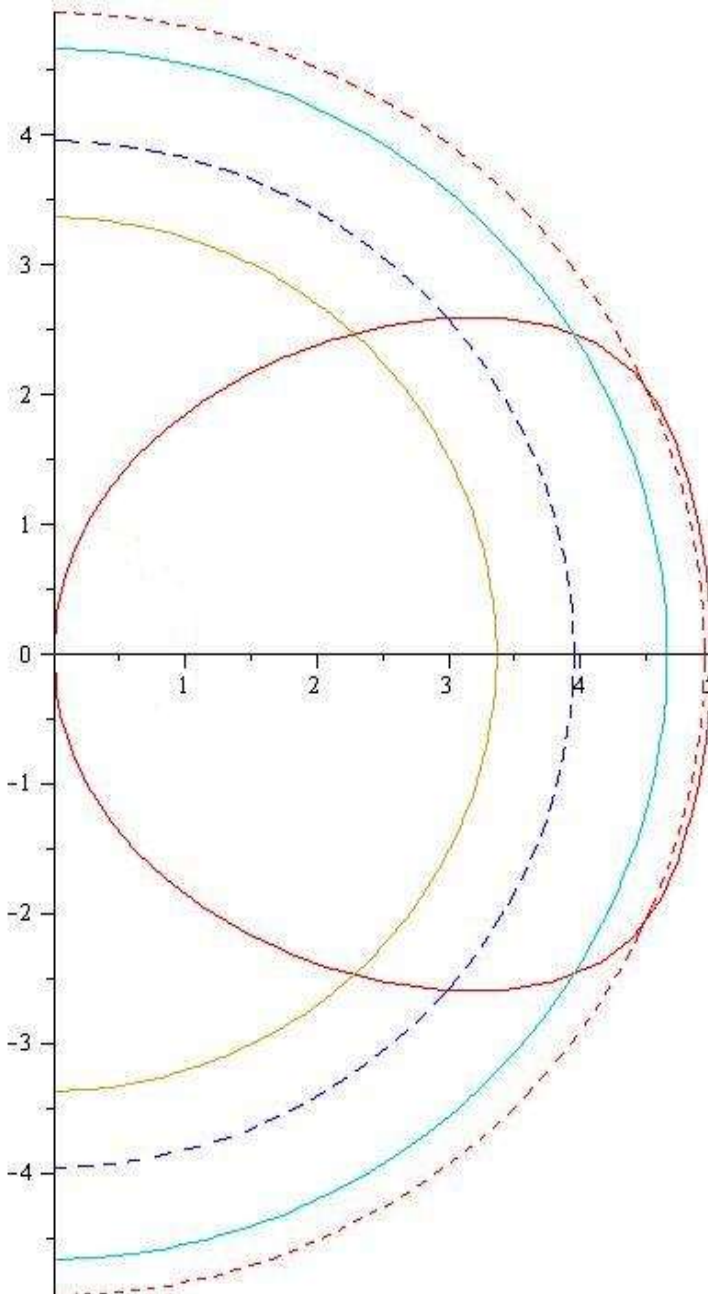


Рис. 2

На фінітизованій площині задається відображення дійсних чисел  $\tilde{x} = (1 - q^x)/(1 - q)$ . За допомогою нього на площині можна будувати образи фінітизованих кривих, наприклад, параболи (рис.2).

Харківський математик академік В.Л.Рвачов запропонував нову алгебру, ізоморфну класичному численню, неархімедову, де аксіома Архімеда, сформульована для відрізків, замінена аксіомою про існування найбільшого числа. Він опублікував роботу як додаток у фізиці далекого Космосу. Наближення не є наслідком розгляду часу, а ідея про народження Всесвіту в результаті великого вибуху мільярди років тому, може бути поставлена під сумнів. Там вводять додавання за формулою

$$x \oplus y = (x + y)/(1 + xy/c^2), \quad (1)$$

а віднімання  $x$  та  $y$  – формулою типу (1), де знак «плюс» треба замінити на «мінус». Ця операція задає на множині  $R_c = [-c; c]$  абелеву групу.

#### Список використаних джерел:

1. Рашевский П.К. О догмате натурального ряда//УМН, Т. 27. Вып. 4(172),1973. – С. 246 – 246.
2. Filer Z.Y. Historical and Philosophical Problems of the Continuous and Discrete in Mathematics//Abstracts International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science. – Moscow: Nauka, 1987. – P. 101-103.
3. Рвачёв В.Л. Неархимедова арифметика и другие конструкционные средства математики, основанные на идеях теории относительности//ДАН СССР, 1991, т.316, №4. – С. 267-270.

## ЕКОНОМІКО-СТАТИСТИЧНИЙ АНАЛІЗ ІНВЕСТИЦІЙНОГО ПОТЕНЦІАЛУ УКРАЇНИ

*Мар'яна Овчаренко*

*Науковий керівник – кандидат економічних наук, доцент Я.О.Довгенко*

Метою роботи є дослідження інвестиційної привабливості Кіровоградської області та України в цілому, визначення індексу галузевої неоднорідності інвестиційного простору та індексу інвестиційної привабливості України.

Дослідження проводилося за двома основними напрямками:

- визначення індексу галузевої неоднорідності інвестиційного простору Кіровоградської області та України в цілому.
- визначення індексу інвестиційної привабливості України.

Інвестиції – це грошові, майнові, інтелектуальні цінності, які вкладають в об’єкти підприємницької та інших видів діяльності з метою отримання прибутку. Інвестиційна привабливість — це узагальнююча характеристика переваг і недоліків окремих напрямків і об’єктів з позиції конкретного інвестора. У процесі дослідження цих характеристик формується рівень інвестиційної привабливості окремих галузей економіки та регіонів.

Інвестиції відіграють центральну роль в економічному процесі, вони визначають загальний ріст економіки. Внаслідок інвестування засобів в економіку збільшуються обсяги виробництва, росте національний прибуток, розвиваються галузі та підприємства, що найбільшою мірою задовольняють попит на ті чи інші товари та послуги. Тому актуальним і важливим є дослідження інвестиційної привабливості регіонів та дослідження параметрів інвестиційних процесів і динаміки їх розгортання у часі, адже саме вони формують майбутнє соціально-економічної системи регіонів та країни в цілому [1, с. 214].

Інвестиційний простір країни може розглядатися як ринок, на якому триває “боротьба” за певні ресурси (ПП) з боку територій, галузей, підприємств, проектів. Для аналізу неоднорідності (“монополізації”) інвестиційного простору України можливим є застосування класичних економічних методів оцінки ступеню концентрації ринкового середовища.

У якості показника, що характеризує галузеву неоднорідність інвестиційного простору регіонів та країни, було використано індекс Херфіндала-Хіршмана (англ. Herfindahl-Hirschman Index або ННІ), який розраховується за такою формулою:

$$HHI = \sum_{i=1}^N S_i^2$$

де —  $S_i = \frac{i_j}{I} \cdot 100$  —  $i_j$  — об’єм прямих інвестицій в  $j$ -ту галузь економіки млн.грн.,  $I$  — загальний об’єм інвестицій в країні млн.грн.,  $N$  - кількість досліджуваних галузей.

Цей індекс може мати значення від 0 до 10000 (або від 0 до 1000), причому більше значення індексу означатиме більш концентрований ринок. Державний департамент юстиції США визначає ступінь концентрованості ринку таким чином:

- індекс має значення нижче 0,1 (або 1000) — незначна концентрація ринку,
- індекс має значення від 0,1 до 0,18 (або від 1000 до 1800) — середня концентрація ринку,
- індекс має значення вище 0,18 (або 1800) — висока концентрація ринку [2].

Аналіз неоднорідності надходжень інвестицій у основні галузі економіки України та Кіровоградської області проведено за даними, наведеними у таблиці 1.

Отримані значення показника галузевої неоднорідності інвестиційного простору України та Кіровоградської області свідчать про високу концентрацію інвестиційних надходжень у галузі економічної діяльності, але спостерігається диспропорційність як в Кіровоградській обл. так і в Україні.

$$HHI_{\text{Україна}} = \sum_{i=1}^N S_i^2 = 66,027 + 1573,7 + \dots + 0,8714 = 2587,2;$$

$$HHI_{\text{Кіровоградська обл.}} = \sum_{i=1}^N S_i^2 = 968,82 + 1803,9 + \dots + 0,1629 = 3501,7.$$

Найбільший обсяг інвестицій в Кіровоградській області спрямований на промисловість, сільське господарство та переробну промисловість. В Україні загалом найбільша частка інвестицій спрямована у промисловість, переробну промисловість та діяльність транспорту і зв’язку. Найменше інвестицій в Кіровоградській області надходить у ВЕД – діяльність готелів та ресторанів, а в Україні – на освіту.

У зв’язку з наявною ситуацією неоднорідності інвестиційного простору необхідно врегулювати обсяги інвестиційних надходжень до галузей економіки для стабілізації та підвищення середнього рівня розвитку економіки та рівня життя населення в Україні та Кіровоградській області.

Таблиця 1. Розрахункові дані для індексу Херфіндаля-Хіршмана

Інвестиції в основний капітал за січень-вересень 2011 року						
Вид економічної діяльності	Україна, млн.грн.	Кіровоградська обл. тис.грн.	$S_i^2$ Україна	Рейтинг	$S_i^2$ Кіровоградська обл.	Рейтинг
Усього	133382	3009984	-		-	
Сільське господарство, мисливство, лісове господарство, рибальство	10838	936882	66,027	5	968,82	2
Промисловість	52912	1278405	1573,7	1	1803,9	1
Переробна промисловість	25752	697521	372,77	2	537,01	3
Будівництво	4863,7	28129	13,297	7	0,8733	7
Торгівля; ремонт автомобілів, побутових виробів та предметів особистого вжитку	9449,5	237455	50,191	6	62,235	5
Діяльність готелів та ресторанів	2736,9	2577	4,2104	8	0,0073	10
Діяльність транспорту та зв'язку	21497	303783	259,74	3	101,86	4
Операції з нерухомим майном, оренда, надання послуг підприємцям	20909	155324	245,73	4	26,629	6
Освіта	1093	14894	0,6715	10	0,2448	8
Охорона здоров'я та надання соціальної допомоги	1245,1	12149	0,8714	9	0,1629	9
ННІ			2587,2		3501,7	

Для оцінки інвестиційної привабливості країни Європейська Бізнес Асоціація започаткувала унікальний для України проєкт. У вересні 2008 року стартувало опитування компаній-членів Асоціації, метою якого є визначення Індексу інвестиційної привабливості України.

Індекс інвестиційної привабливості розраховується як середнє арифметичне оцінок п'яти запитань, а саме:

- Як Ви оцінюєте інвестиційний клімат в Україні?
- Як Ви оцінюєте поточний інвестиційний клімат для Вашої компанії у порівнянні з попередніми трьома місяцями?
- Які Ваші очікування щодо інвестиційного клімату в Україні на наступні три місяці?
- Чи прибутковим, на Ваш погляд, буде для нових учасників ринку інвестування в Україні протягом наступних трьох місяців?
- Які Ваші очікування щодо бізнес-середовища у Вашій основній галузі діяльності на наступні три місяці?

$$I = \frac{I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5}{5}$$

Респондентами виступають керівники компаній-членів Асоціації, які представляють найбільших іноземних та вітчизняних інвесторів. Опитування компаній-членів Асоціації відбувається щоквартально, що дає можливість відстежити Індекс в динаміці, оцінки на всі запитання виставляється за 5-ю шкалою [3].

Розрахуємо індекс інвестиційної привабливості за період проведених опитувань Європейською Бізнес Асоціацією. Розраховані середні індекси по кожному із запитань наведено у таблиці 2.

Таблиця 2. Розраховані середні індекси по кожному із запитань

Квартал/Рік	Інвестиційний Клімат (ІК) в Україні	Динаміка ІК за останні 3 місяці	Очікувана динаміка ІК у наступні 3 міс	Прибутковість для нових учасників: наступні 3 місяці	ІК основної галузі: наступні 3 місяці
I/2009	2	2,1	2,2	2,4	2,4
II/2009	2,3	2,7	2,8	2,7	2,7
III/2009	2,2	2,5	2,6	2,6	2,9
IV/2009	2,1	2,6	2,8	2,5	2,8
I/2010	2,7	3,2	3,4	2,9	3,2
II/2010	3,8	3,2	3	3,3	3,1
III/2010	3,6	3,1	3,2	3,2	3
IV/2010	3,5	3,4	3,2	3,2	3,1
I/2011	3,7	3,6	3,2	3,4	3,1

$$I_{I/2009} = \frac{2+2,1+2,2+2,4+2,4}{5} = 2,22; \quad I_{III/2009} = \frac{2,2+2,5+2,6+2,6+2,9}{5} = 2,56;$$

$$I_{II/2009} = \frac{2,3 + 2,7 + 2,8 + 2,7 + 2,7}{5} = 2,64; \quad I_{IV/2009} = \frac{2,1 + 2,6 + 2,8 + 2,5 + 2,8}{5} = 2,57;$$

Аналогічним чином розрахуємо й інші індекси інвестиційної привабливості (Таблиця 3).

Таблиця 3. Індекс інвестиційної привабливості

Квартал/Рік	I/2009	II/2009	III/2009	IV/2009	I/2010	II/2010	III/2010	IV/2010	I/2011	II/2011
Індекс інвестиційної привабливості	2,22	2,64	2,56	2,57	3,08	3,25	3,2	3,28	3,4	3,39

Прослідкуємо динаміку індексу інвестиційної привабливості за допомогою графіка (Рис. 1). З отриманих результатів спостерігається чітка тенденція до зростання індексу інвестиційного клімату, що свідчить про покращення умов для надходження інвестицій в Україну.



Рис. 1.

За результатами проведеного аналізу галузевої неоднорідності інвестиційного простору Кіровоградської області та України встановлено, що індекс інвестиційної неоднорідності у Кіровоградській області більший ніж по Україні, тобто галузі економічної діяльності інвестуються нерівномірно, що приводить до не стабільного розвитку цих галузей економіки; розрахований індекс інвестиційної привабливості в динаміці вказує на чітку тенденцію до зростання.

#### *Список використаних джерел:*

1. Головач А.В., Захожай В.Б., Головач Н.А., Шепітко Г.Ф. Фінансова статистика (з основами теорії статистики): Навч. посіб. – К.: МАУП, 2002. – 223 с.
2. <http://pidruchniki.ws> – антимонопольне регулювання.
3. <http://www.eba.com.ua> – Європейська Бізнес Асоціація.

### **КОНЦЕПТУАЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРЕДМЕТНИХ ОБЛАСТЕЙ: ER-МОДЕЛЬ ТА CASE-ЗАСОБИ**

*Віталій Паршенков*

*Науковий керівник – доктор фізико-математичних наук, професор Д.Б. Буй*

**Постановка проблеми (актуальність):** широке практичне використання технологій баз даних (БД) обумовлене значними досягненнями у цій галузі провідних комп'ютерних компаній світу, потребами суспільства в ефективних засобах обробки інформації, розвитком інформаційних технологій та їхнім впливом на ефективність роботи у різних галузях освіти, науки, культури і виробництва.

Поряд з широким використанням БД у традиційних сферах, наприклад, банківській або управлінській, можна спостерігати також застосування БД у галузях, де вони раніше не використовувалися. Так, на початку розвитку комп'ютерних мереж дані в основному зберігалися у файлах (наприклад, текстових, графічних). Зараз такий підхід виправданий лише для невеликих, аматорських сайтів, де даних мало і оновлюються вони досить рідко. В усіх інших випадках усі дані сайту зберігаються у БД. Іншим прикладом переходу до використання БД для більш зручного маніпулювання даними є сучасний підхід до роботи з музичними матеріалами. Раніше музичні програвачі (такі як популярний свого часу WinAmp та його аналоги) програвали музичні файли з папки, вказаної користувачем (списку програвання – playlist). Такий спосіб використання музичних даних досить незручний, якщо потрібно, наприклад, відтворити всі музичні твори конкретного виконавця або твори у вибраному жанрі. В сучасних музичних програвачах (таких як iTunes, Windows Media Player, Real Player, програвачах сучасних мобільних телефонів та смартфонів) для зберігання музичних файлів створюють спеціальні БД, використання яких дозволяє легко сортувати та групувати музичні твори відповідно до спеціальних даних (музичних тегів), таких як композитор, виконавець, альбом, жанр і інші.

Процес проектування БД спрощується при застосуванні моделей. Моделі являють собою абстракції реальних подій та умов, за допомогою яких досліджують характеристики логічних об'єктів (сутностей) та відношень між ними. Якщо модель не буде логічно правильною та коректною, то отриманий на її основі проект БД не буде відповідати вимогам ефективності обробки інформації. Ефективна техніка моделювання даних є передумовою створення ефективно спроектованої БД, що, у свою чергу, є передумовою створення ефективних додатків.

Проектування БД починається з концептуальної моделі даних.

Концептуальна (понятійна) модель представляє загальний погляд на дані, відбиває логічну природу представлених даних, уявлення про дані з погляду основних користувачів. Тому у концептуальній моделі основна увага приділяється тому, що представлено у БД, а не тому, як воно представлено. Ця модель відбиває семантику даних, тобто основні логічні

об'єкти (сутності) моделі даних та зв'язки між ними, необхідні та достатні для ефективного застосування інформації з точки зору користувача [4].

Розрізняють два головні підходи до моделювання даних при концептуальному проектуванні [2]:

- семантичні моделі;
- об'єктні моделі.

У семантичних моделях головну увагу приділяють структурі даних, а в об'єктних – поведінці об'єктів і засобам маніпуляції даними. Головне поняття таких моделей – об'єкт, тобто сутність, яка має стан і поведінку.

Однією з найпопулярніших і найзручніших концептуальних моделей (моделей уніфікованого представлення) даних є модель “сутність-зв'язок” або ER-модель (Entity-Relationship model). Дана модель жодною мірою не залежить від програмного забезпечення, за допомогою якого її реалізують. На використанні різновидів даної моделі базується більшість сучасних підходів до проектування моделей даних.

На сьогоднішній день єдиного загальноприйнятого стандарту для моделі “сутність-зв'язок” не існує. За даними досліджень працівників німецького університету Отто-фон-Гуріке (Otto-von-Guericke University of Magdeburg) на початок 2005 року налічувалось близько 100 модифікацій моделі. Групи користувачів застосовують той чи інший варіант моделі, залежно від своїх вподобань. Ситуація ускладнюється також неякісним перекладом іноземної навчальної та наукової літератури [3]. Разом з тим можна виділити набір загальних конструкцій, які покладено в основу більшості варіантів моделі.

В роботі були проаналізовані модифікації та формальні аспекти моделі, висвітлені в роботах П. Чена (P. Chen), Б. Тхелхеіма (B. Thalheim), Т. Тиорі (T. Teorey).

Актуальність дослідження обумовлена необхідністю побудови формального підґрунтя для створення загальноприйнятого стандарту широковживаної моделі даних „сутність-зв'язок”.

### **Постановка завдання**

Мета роботи полягає у формалізації концептуальної моделі “сутність-зв'язок”, яка набула нового сенсу у зв'язку з розвитком CASE-засобів, які її підтримують, а також в обґрунтуванні необхідності стандартизації моделі “сутність-зв'язок”, визначенні переваг від застосування CASE-технологій при проектуванні інформаційних систем та порівнянні трудомісткості традиційної розробки інформаційної системи і розробки із застосуванням CASE-засобів.

### **Виклад основного матеріалу**

ER-модель – одна з найбільш простих візуальних моделей. Вона дозволяє досягнути структуру об'єкта “крупними мазками”, в загальних рисах.

Модель “сутність-зв'язок” ґрунтується на важливій семантичній інформації про реальний світ і призначена для логічного представлення даних [1]. Вона визначає значення даних в контексті взаємозв'язку з іншими даними. Важливим є той факт, що з моделі “сутність-зв'язок” можуть бути отримані всі існуючі моделі даних (ієрархічна, мережева, реляційна, об'єктна), тому вона є найбільш загальною. Будь-який фрагмент наочної області може бути представлений як множина сутностей, між якими існує деяка множина зв'язків.

Логічна модель даних є універсальною моделлю. Розроблено ряд програмних продуктів, які використовують цю модель і автоматично будують за нею бажану БД. Існують навіть такі програми, які виконують зворотне перетворення, а саме відтворюють логічну модель “сутність-зв'язок” для реалізованої БД.

У процесі створення моделей виділяють етапи проектування, розробки, тестування, впровадження та супроводження. При виконанні етапу аналізу і моделювання CASE-засоби забезпечують якість прийманих технічних рішень і підготовку проектної документації. При цьому велику роль відіграють методи візуалізації інформації, які передбачають побудову діаграм та наскрізну перевірку синтаксичних правил. Моделі, побудовані за допомогою



CASE-засобів, є схематичними проектами і формами, які простіше використовувати ніж багатосторінкові описи.

CASE-технологія являє собою методологію проектування інформаційних систем (ІС), а також набір інструментальних засобів, що дозволяють в наочній формі моделювати предметну галузь, аналізувати цю модель на всіх етапах розробки і супроводження ІС та розробляти програми відповідно до інформаційних потреб користувачів. Більшість існуючих CASE-засобів засновано на методологіях структурного або об'єктно-орієнтованого аналізу і проектування, що використовують специфікації у вигляді діаграм або текстів для опису зовнішніх вимог, зв'язків між моделями системи, динаміки поведінки системи та архітектури програмних засобів.

В даний час CASE-технологія потрапила в розряд найбільш стабільних інформаційних технологій. Однак, незважаючи на всі потенційні можливості CASE-засобів, існує безліч прикладів їх невдалого впровадження.

У зв'язку з цим необхідно відзначити наступне:

- CASE-засоби не обов'язково дають негайний ефект: він може бути отриманий тільки через якийсь час;
- реальні витрати на впровадження CASE-засобів зазвичай набагато перевищують витрати на їх придбання;
- CASE-засоби забезпечують можливості для одержання істотної вигоди тільки після успішного завершення процесу їх впровадження.

Серед CASE-засобів є як відносно дешеві системи для персональних комп'ютерів з дуже обмеженими можливостями, так і дорогі системи для неоднорідних обчислювальних платформ і операційних середовищ. Сучасний ринок програмних засобів нараховує близько 300 різних CASE-засобів, найбільш потужні з яких так чи інакше використовуються практично всіма провідними іноземними фірмами.

Всі сучасні CASE-засоби можуть бути класифіковані в основному за типами і категоріями. Класифікація за типами відображає функціональну орієнтацію CASE-засобів на ті чи інші процеси життєвого циклу. Класифікація за категоріями визначає ступінь інтегрованості по виконуваних функціях і включає окремі локальні засоби.

#### **Висновки і перспективи подальших досліджень**

Отже, реальним засобом моделювання даних є не формальний метод нормалізації відношень, а так зване семантичне моделювання. Як інструмент семантичного моделювання використовуються різні варіанти діаграм "сутність-зв'язок".

ER-модель зручна при проектуванні ІС, БД, архітектур комп'ютерних додатків тощо. За допомогою такої моделі виділяють найсуттєвіші елементи (вузли, блоки) модельованої системи і встановлюють зв'язки між ними.

Мета моделювання даних полягає в забезпеченні розробника ІС концептуальною схемою БД у формі однієї моделі або кількох локальних моделей, які відносно легко можуть бути відображені в будь-яку БД.

Переваги від застосування CASE-технологій при проектуванні інформаційних систем такі:

- прискорюється та полегшується процес розробки, підвищується якість розроблюваних ІС;
- з'являється можливість перенесення додатків із середовища однієї системи управління БД в іншу за рахунок перетворення концептуальної моделі в фізичну і навпаки;
- з'являється можливість виконання більш досконалого моделювання системи на початкових етапах розробки.

У слідуючій таблиці наведено порівняння якісних змін процесу розробки ІС при переході до використання CASE-засобів.

Традиційна розробка	Розробка з використанням CASE-засобів
Основні зусилля на кодування і тестування	Основні зусилля на аналіз і проектування
“Паперові” специфікації	Швидке ітераційне прототипування
Ручне кодування	Автоматична генерація коду
Ручне документування	Автоматична генерація документації
Тестування кодів	Автоматичний контроль проекту
Супроводження кодів	Супроводження специфікацій проектування

**Список використаних джерел:**

1. Буй Д.Б. Формалізація моделі “сутність-зв’язок”/ Д.Б.Буй, Л.М.Сільвейструк. – Київ: ВПЦ “Київський університет”, 2011. – 175 с.
2. Гайна Г.А. Основи проектування баз даних: Навчальний посібник. – К.: Кондор, 2008. – 200 с.
3. Гарсиа-Молина Г. Системы баз данных: [полный курс.: пер. с англ.] / Г. Гарсиа-Молина, Дж. Ульман, Дж. Уидом. – Москва: „Вильямс”, 2004. – 1088 с.
4. Федотова Д.Е., Семенов Ю.Д., Чижик К.Н. CASE-технології: Практикум. – М.: Горяча лінія. – Телеком, 2003. – 160 с.

**ОДНОСТАДІЙНИЙ КЛАСТЕРНИЙ ВІДБІР**

*Валерій Чеча*

*Науковий керівник – кандидат педагогічних наук, доцент І.В.Луцан*

Кластерна вибірка – це ймовірнісна вибірка, у якій кожна вибіркова одиниця є групою або кластером елементів. Кластерний відбір можна використовувати у випадку, коли безпосередній відбір елементів популяції неможливий або небажаний. У педагогічних дослідженнях кластерами можуть бути окремі класи учнів або школи. З множини кластерів формують вибірку кластерів, для елементів яких проводять суцільне обстеження.

У випадку одностадійного кластерного відбору скінчена генеральна сукупність  $U = \{1, 2, \dots, M\}$  ділиться на  $N$  підмножин (кластерів).

Множину кластерів зобразимо так:

$$U_M = \{1, 2, \dots, N\},$$

тобто, поставимо у відповідність кожному кластеру його номер.

Позначимо кількість елементів у кластері  $U_i$  через  $N_i, i=1, 2, \dots, N$ . Тоді

$$U = \bigcup_{i \in U_M} U_i; M = \sum_{i \in U_M} N_i.$$

Одностадійний кластерний відбір проводиться так.

- 1) Із множини кластерів  $U_m$  за допомогою деякого вибіркового дизайну  $p(\cdot)$  відбирається ймовірнісна вибірка кластерів  $s$ . Розмір вибірки будемо позначати через  $n$  у випадку фіксованого розміру вибірки або через  $n_s$ , якщо вибіркового дизайну передбачає змінний розмір вибірки.
- 2) Обстежуються всі елементи відібраних кластерів.

Вибірковий дизайн  $p(\cdot)$  може бути будь-яким: простим випадковим без повторення, систематичним, стратифікованим, і т.д.

Зауважимо, що навіть якщо  $p(\cdot)$  є вибіркового дизайном із фіксованим розміром вибірки кластерів, то розмір вибірки елементів не обов’язково фіксований: якщо повторно провести відбір, то при тому самому розмірі нової вибірки кластерів до неї можуть

потрапити зовсім інші кластери, розміри яких відрізняються від розмірів тих кластерів, що були в попередній вибірці.

Для вибіркового дизайну  $p(\cdot)$  ймовірність включення першого порядку для  $i$ -го кластера

$$\pi_i = \sum_{s \ni i} p(s), \quad i = 1, \dots, N.$$

Для двох кластерів  $i$  та  $j$  ймовірність включення другого порядку

$$\pi_{ij} = \sum_{s \ni i, j} p(s), \quad i, j = 1, \dots, N.$$

Тепер обчислимо ймовірність включення елементів у вибірку.

$$\pi_k = P(i \in s) = \pi_i,$$

де  $k = 1, 2, \dots, N_i$  та  $I = 1, 2, \dots, N$ .

Ймовірність включення другого порядку обчислюється так:

$$\pi_{kl} = P(i, j \in s) = \pi_{ij},$$

якщо елементи  $k$  та  $l$  належать різним кластерам, якщо елементи належать одному кластеру то ймовірність включення відшукується аналогічно до відшукування з одним елементом.

Нагадаємо, що через  $T$  ми позначили сумарне значення досліджуваної характеристики. Позначимо через  $T_i$  сумарне значення досліджуваної характеристики в  $i$ -му кластері. Тоді

$$T = \sum_{i \in U_m} T_i$$

сумарне значення досліджуваної характеристики для всієї генеральної сукупності.

*Твердження 1. При одно стадійному кластерному відборі  $\pi$  – оцінка сумарного значення генеральної сукупності має вигляд*

$$\tilde{t}_\pi = \sum_{k \in s} \frac{T_i}{\pi_i}. \quad (1)$$

Дисперсія цієї оцінки дорівнює

$$D(\tilde{t}_\pi) = \sum_{i \in U_m} \sum_{j \in U_m} (\pi_{ij} - \pi_i \pi_j) \frac{T_i T_j}{\pi_i \pi_j}. \quad (2)$$

Незміщена оцінка дисперсії обчислюється за формулою

$$\tilde{D}(\tilde{t}_\pi) = \sum_{i \in s} \sum_{j \in s} \left( \frac{\pi_{ij} - \pi_i \pi_j}{\pi_{ij}} \right) \frac{T_i T_j}{\pi_i \pi_j}. \quad (3)$$

Доведемо (2).

$$\begin{aligned} D(\tilde{t}_\pi) &= D\left(\sum_{k \in U_m} I_k \frac{T_i}{\pi_i}\right) = \\ &= \sum_{k \in U_m} D\left(I_k \frac{T_i}{\pi_i}\right) + \sum_{i \in U_m} \sum_{j \in U_m} cov\left(I_i \frac{T_i}{\pi_i}, I_j \frac{T_j}{\pi_j}\right) = \\ &= \sum_{i \in U_m} \left(\frac{T_i}{\pi_i}\right)^2 \pi_i (1 - \pi_i) + \sum_{i \in U_m} \sum_{j \in U_m} \frac{T_i T_j}{\pi_i \pi_j} (\pi_{ij} - \pi_i \pi_j) = \\ &= \sum_{i \in U_m} \sum_{j \in U_m} (\pi_{ij} - \pi_i \pi_j) \frac{T_i T_j}{\pi_i \pi_j}. \end{aligned}$$

Δ

Якщо  $p(\cdot)$  – вибіркового дизайну з фіксованим розміром вибірки, то для обчислення дисперсії  $D(\tilde{t}_\pi)$  можна також скористатися формулою Єйста-Гранді-Сена:

$$D(\tilde{\epsilon}_\pi) = -\frac{1}{2} \sum_{i \in U_m} \sum_{j \in U_m} (\pi_{ij} - \pi_i \pi_j) \left( \frac{T_i}{\pi_i} - \frac{T_j}{\pi_j} \right)^2. \quad (4)$$

Незміщену оцінку дисперсії можна обчислити так:

$$\tilde{D}(\tilde{\epsilon}_\pi) = -\frac{1}{2} \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} \left( \frac{\pi_{ij} - \pi_i \pi_j}{\pi_{ij}} \right) \left( \frac{T_i}{\pi_i} - \frac{T_j}{\pi_j} \right)^2. \quad (5)$$

Доведемо (4). Для того, щоб довести потрібно перевірити еквівалентність (4) з (2) за умови фіксованого розміру вибірки  $n$ .

$$\begin{aligned} D(\tilde{\epsilon}_\pi) &= -\frac{1}{2} \sum_{i \in U_m} \sum_{j \in U_m} (\pi_{ij} - \pi_i \pi_j) \left( \frac{T_i}{\pi_i} - \frac{T_j}{\pi_j} \right)^2 = -\frac{1}{2} \sum_{i \in U_m} \sum_{j \in U_m} (\pi_{ij} - \pi_i \pi_j) \left[ \left( \frac{T_i}{\pi_i} \right)^2 - 2 \frac{T_i T_j}{\pi_i \pi_j} \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{T_j}{\pi_j} \right)^2 \right] = \sum_{i \in U_m} \sum_{j \in U_m} (\pi_{ij} - \pi_i \pi_j) \frac{T_i T_j}{\pi_i \pi_j} - \sum_{i \in U_m} \sum_{j \in U_m} (\pi_{ij} - \pi_i \pi_j) \left( \frac{T_i}{\pi_i} \right)^2. \end{aligned}$$

та

$$\sum_{i \in U_m} \sum_{j \in U_m} (\pi_{ij} - \pi_i \pi_j) \left( \frac{T_i}{\pi_i} \right)^2 = \sum_{i \in U_m} \left( \left( \frac{T_i}{\pi_i} \right)^2 \sum_{j \in U_m} (\pi_{ij} - \pi_i \pi_j) \right).$$

І оскільки для будь-якого фіксованого

$$i \in U_m: \sum_{j \in U_m} (\pi_{ij} - \pi_i \pi_j) = \sum_{j \in U_m} (\pi_{ij}) - \pi_i \sum_{j \in U_m} \pi_j = (n-1)\pi_i + \pi_i - \pi_i n = 0,$$

то ці дві форми еквівалентні для дизайну з фіксованим розміром вибірки.  $\Delta$

За умови фіксованого розміру вибірки з твердження (1) робимо висновок щодо ефективності одностадійного кластерного відбору:

- 1) Якщо можна вибрати ймовірності включення  $\pi_i$  так, щоб вони були майже пропорційними до сумарних значень, то дисперсія буде малою і таких кластер ний відбір буде дуже ефективним
- 2) Якщо розміри кластерів відомі на стадії планування та ймовірності  $\pi_i$  можна вибрати пропорційними до  $N_i$ .
- 3) Якщо розміри кластерів сильно відрізняються, то ефективність відбору з однаковими ймовірностями буде низькою.

#### Список використаних джерел:

1. Василик О.І. Лекції з теорії і методів вибірових обстежень: навчальний посібник / О.І. Василик, Т.О.Яковенко. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2010. – 208 с.
2. Пархоменко В.М. Методи вибірових обстежень: навчальний посібник. – К., 2001. – 148 с.
3. Черняк О.І. Техніка вибірових досліджень. – К.: МІВВЦ, 2001. – 248 с.

### СТИСЛИЙ ОГЛЯД ПРОГРАМНИХ РЕАЛІЗАЦІЙ ПОВЕРХНЕВИХ ХВИЛЬОВИХ РУХІВ РІДИНИ

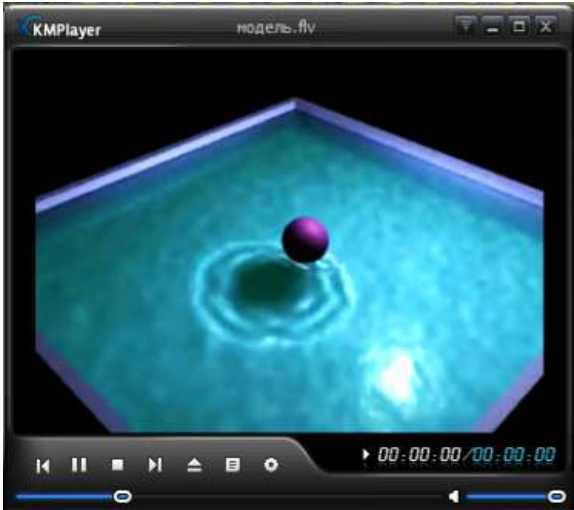
Олександр Биков

Науковий керівник – доктор фізико-математичних наук, професор О.В.Авраменко

Візуалізація – це процес побудови графічного образу даних, що допомагає у процесі загального аналізу даних вбачати аномалії та структури. Актуальність проблематики візуалізації поверхневих хвиль обумовлена насамперед тим, що хвильовий рух морської води пронизує всю товщину Світового океану і у зв'язку з цим відіграє важливу роль у всіх океанічних явищах. Дослідження морського середовища посідає одне із центральних місць в океанології. Освоєння його продовжується швидкими темпами, але для цього необхідне глибоке знання суті динамічних процесів, які відбуваються у товщі океану.

Теорія поверхневих хвиль у нестисливій рідині – один із найцікавіших розділів класичної гідромеханіки [1], [2]. Хоча із моменту виходу перших робіт, присвячених цій теорії, минуло більше 150 років, і не зважаючи на те, що протягом цього часу теорія хвиль інтенсивно розвивалася, вона ще далека від завершення і приваблює багатьох дослідників складністю математичного розв'язання задач, а також складністю їх застосування до техніки та геофізики.

Метою нашої роботи є порівняльний аналіз програмних реалізацій поверхневих хвильових рухів рідини та розробка сайту «Візуалізація поверхневих хвиль».



Наведемо короткий опис програмних продуктів, де реалізовано поверхневий хвильовий рух рідини.

#### *Візуалізація поверхневих хвиль засобами 3D MAX Studio [3].*

Програма **002.MAX**, реалізована за допомогою модулю reactor програмного середовища **3D MAX Studio**, надає користувачу можливість отримати уявну картину падіння будь-якого тіла, в даному випадку сфери, у рідину: після того, як тіло упало у воду від місця падіння починають розбігатися поверхневі хвилі у вигляді кіл. Програма досить реально візуалізує цю картину. Для перегляду програми користувачеві потрібно мати медіа програвач. На

нашу думку, недоліком програми є недостатньо чітке зображення при повноекранному режимі перегляду.

#### *Візуалізація необмеженої водної поверхні [4].*

Програма **water.MAX**, як і попередня, реалізована у програмному середовищі **3D MAX Studio**, але вона надає можливість уявити користувачеві зовсім іншу картину. Програма візуалізує необмежену водну поверхню у вигляді так званого «річкового простору». Користувачеві видно, як повільно рухаються поверхневі хвилі скінченної висоти, котрі обтікають «металевий» стержень, що виходить із водної маси.



#### *Візуалізація води за допомогою bump mapping'a [5].*

Даний продукт написаний у програмному середовищі Delphi з використанням компонентів OpenGL. В ній водна поверхня візуалізується у вигляді невеликої водойми. Програма відрізняється від усіх інших, тим що на воді відбивається дзеркальне відображення об'єктів, котрі знаходяться над і біля водної поверхні. Також уявне водоймище має дно. Все це надає користувачеві можливість відображення реальності.

В ході виконання візуалізації засобами

*bump mapping'a* були реалізовані наступні завдання:

- Моделювання динамічно мінливої водної поверхні;
- Інтерактивне управління змінами поверхні (додати сплеск і ін);
- Реалізація прозорості та заломлення у водній поверхні;
- Переміщення спостерігача по сцені;
- Реалізація каустику і візуалізація донних поверхонь;
- Використання bump mapping'a для більш точної передачі водної поверхні.



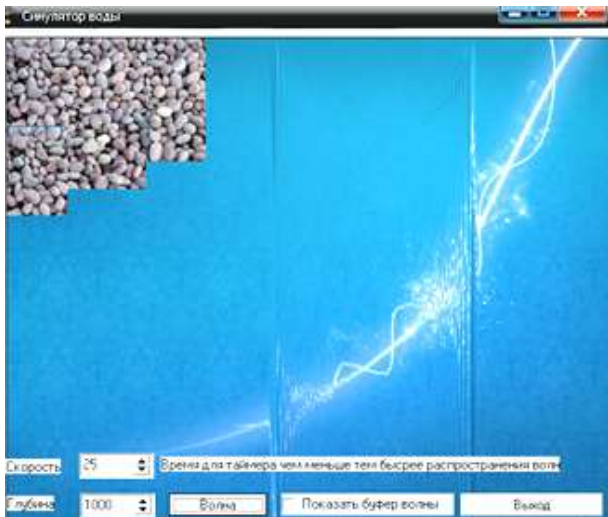
**PGL (OpenGL Visual C++) [6].**

Ефект водної поверхні є необхідним інструментом у тривимірній графіці. PGL – програма для реалізації фізичного моделювання водної поверхні. При розробці програмного продукту автори також змодельовали поверхневі хвилі на воді, тому дану роботу можна занести до списку засобів візуалізації хвиль. Програма проста у використанні. Завдяки PGL користувач має можливість побачити візуалізацію поверхневих хвиль, схожих на ті, що виникають при падінні крапель води у тарілку. Візуалізація відбувається в результаті автоматичної появи

однієї великої головної хвилі у певному місці форми програми («падінні краплі»), а потім менших хвиль в результаті відбивання кола головної від уявної стінки.

**SpecialFX (OpenGL Visual C++ ). [7]**

Програма SpecialFX реалізована мовою Visual C++ з використанням компонентів OpenGL. Завдяки даній програмі користувач має можливість побачити візуалізацію поверхневих хвиль на воді, полум'ї та плазмі (залежно від вибору). Візуалізація води з поверхневими хвилями реалізовано досить непогано, хоча через фоновий рисунок користувачу видно поверхневі хвилі з недостатньою видимістю. Програма SpecialFX яскраво реалізує декілька видів візуалізації поверхневих хвиль (хвилі, що виникають при русі тіла по воді, та хвилі, що виникають при падінні тіла у воду), завдяки чому є більш цікавою для користувача, ніж, наприклад, попередні програми.



**Delphi**

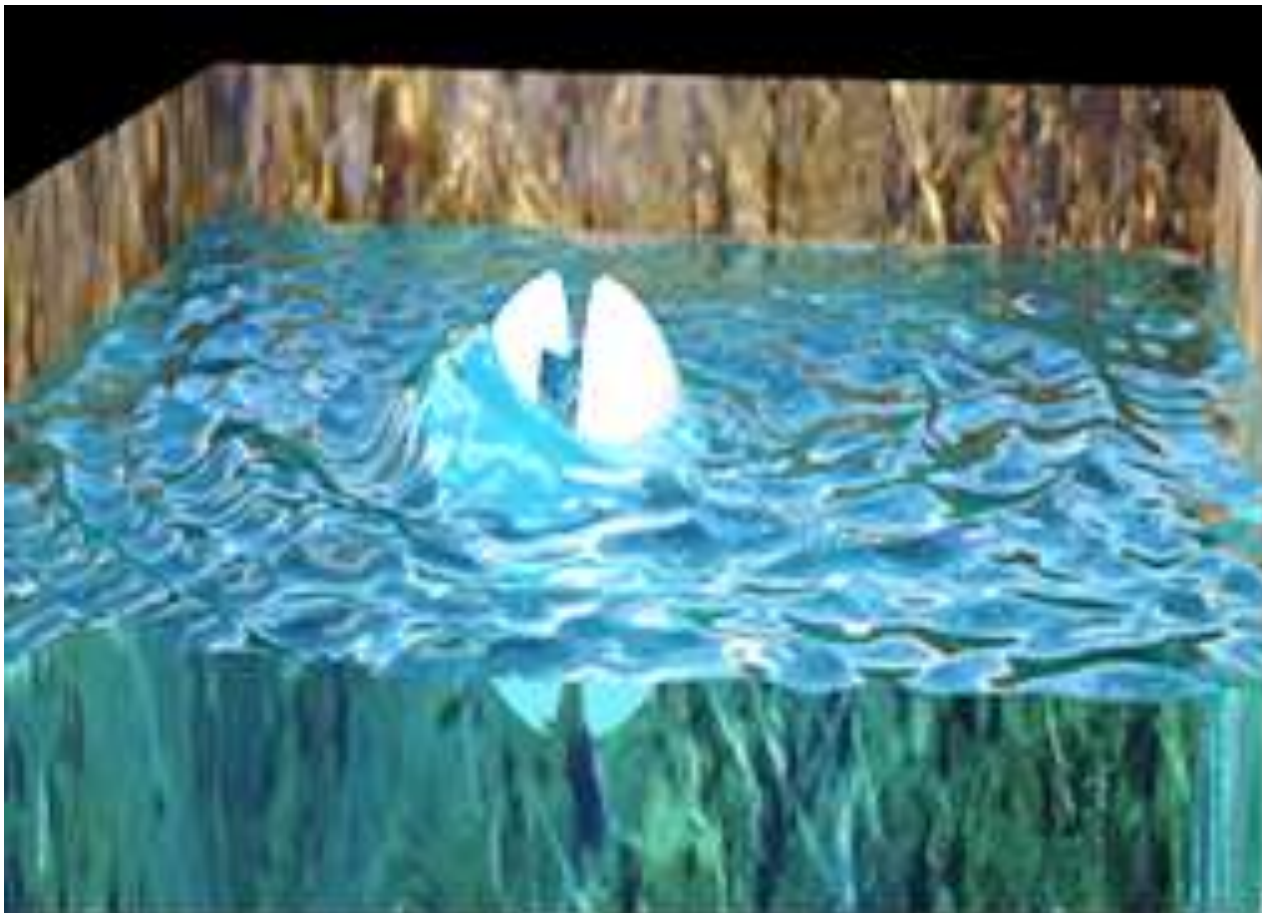
Даний програмний продукт дозволяє користувачеві отримати уявне бачення поведінки поверхневих хвиль в певному водному середовищі. Вибравши бажані параметри, що впливають на хвилі, користувач повинен запустити програму кнопкою "Волна", в результаті якої на екрані буде реалізовано візуалізації поверхневих хвиль. Також користувач може отримати інші поверхневі хвилі завдяки простим натисканням лівої клавіші миші по уявному водоймищу, або ж затиснувши клавішу, водити по ньому. За допомогою програми можна також показати

буфер поверхневих хвиль, дана функція занесена в кнопку "Показати буфер волни".

Для реалізації програми автор використовує компоненти Delphi та структури GetDIBits та SetDIBits, за допомогою яких створюється BitMap.

Функції GetDIBits (SetDIBits) призначені для видалення (занесення) бітів даного точкового малюнка та копіювання їх до буферу як DIB, використовуючи заданий формат.

### WebGL [8].



В даній роботі реалізовано візуалізацію води в реальному часі, використовуючи технологію WebGL. Перед користувачем басейн і сфера з перерізом, яка взаємодіє з водою. Вода має властивості відбиття і заломлення, присутній також ефект каустики. Технологія WebGL з розширенням OES\_texture\_float поки працює тільки в Google Chrome, тому переглянути дану роботу можна тільки в цьому браузері.

Користувач може курсором миші малювати водні бризки, обертати басейн, рухати сферу, додавати джерело світла і включати гравітацію.



### Симулятор води [9].

Програма реалізує алгоритм анімації появи кіл на воді після падіння краплі на водну поверхню. У програмі використовується бібліотека OpenGL.

Отже, програма не складна, схожа на попередні програми, та бути корисною при вивченні розділу «Гідродинаміки». Вона має недолік, що стосується підбору відображення водної поверхні, унаслідок чого користувач немає чіткого уявлення поверхневих хвиль.

Одним із результатів виконання магістерської роботи став сайт «Візуалізація поверхневих хвиль», в якому зібрано посилання на програмні продукти, що реалізують візуалізацію поверхневих

хвильових рухів рідини, та список літератури, присвяченої хвильовим процесам у рідинах. Адреса сайту: <http://alexandrbykov.ucoz.com/> (Рис. 1).

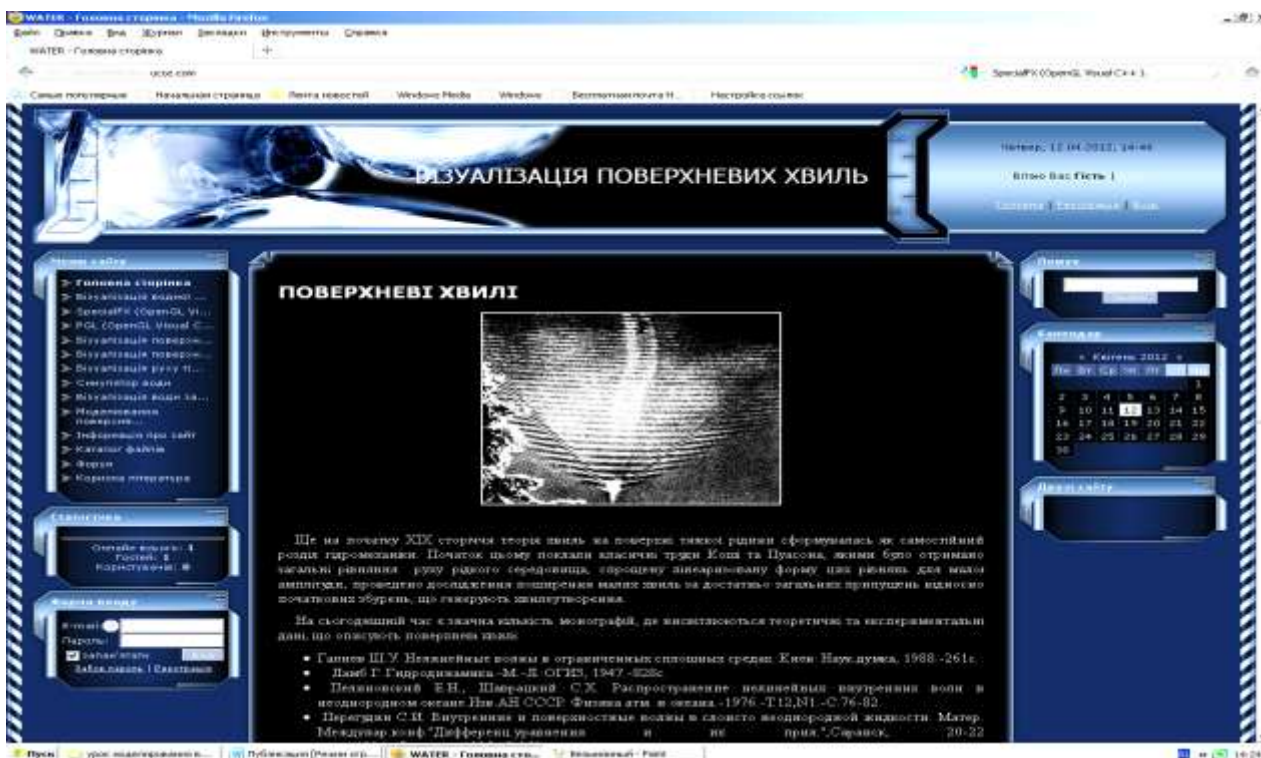


Рис. 1. Головне вікно сайту «Візуалізація поверхневих хвиль»

*Список використаних джерел:*

1. Сретенский Л.Н. Теория волновых движений жидкости. – М. Наука, 1977. – 815 с.
2. Селезов И.Т. Моделирование волновых и дифракционных процессов в сплошных средах. – К.: Наук. думка, 1989. – 204 с.
3. [http://www.3dmir.ru/s\\_tutor/tutorial/1.html](http://www.3dmir.ru/s_tutor/tutorial/1.html)
4. <http://3deasy.ru/>
5. <http://www.studfiles.ru/dir/cat32/subj117/file4377/view36168.html>
6. <http://www.gamedev.ru/code/articles/?id=4205>
7. <http://www.cracklab.ru/pro/cpp.php?r=graph&d=zfrt965>
8. <http://bus-online.com.ua/img/WebGL.htm>
9. [http://ishodniki.ru/list/delphi/delphi\\_graphics/](http://ishodniki.ru/list/delphi/delphi_graphics/)





## РОЗДІЛ 2: МЕТОДИКА НАВЧАННЯ



### ВИКОРИСТАННЯ ІНТЕРАКТИВНИХ ТЕХНОЛОГІЙ СИТУАТИВНОГО МОДЕЛЮВАННЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Олеся Бузян

*Науковий керівник – кандидат фізико-математичних наук, доцент Ю.В. Яременко*

В процесі вивчення математики перед вчителем завжди постають питання:

- Як організувати процес навчання таким чином, щоб забезпечити виконання умов розвитку та самореалізації особистості учня в процесі навчання?
- Як, працюючи в умовах класно-урочної, системи поліпшити ефективність навчання математики, домогтися високого інтелектуального розвитку учнів, гарного засвоєння знань?

Досягти цього у великій мірі можна застосовуючи в процесі вивчення математики сучасних інноваційних технологій, до яких відносяться інтерактивні технології навчання. Вони перетворюють звичайний урок в інтерактивний.

Інтерактивне навчання – спеціальна форма організації пізнавальної діяльності, яка має конкретну передбачувану мету – створити комфортні умови навчання, за яких кожен учень відчуває свою успішність та інтелектуальну спроможність [1].

Проблеми застосування в шкільному навчальному процесі інтерактивних прийомів навчання вивчалися В. Сухомлинським, Ш. Амонашвілі, В. Шаталовим, Є. Ільїним та іншими педагогами-новаторами.

До основних груп прийомів інтерактивного навчання відносяться [2]:

I. *Інтерактивні технології кооперативного навчання:* «Акваріум», «Карусель», робота в парах, робота в малих групах, ротатійні трійки.

II. *Технології колективно-групового навчання:* «Ажурна пилка», «Дерево рішень», «Мікрофон», мозковий штурм.

III. *Технології ситуативного моделювання:* розігрування ситуації за ролями, симуляції або імітаційні ігри, спрощене судове слухання.

IV. *Технології опрацювання дискусійних питань:* дебати, дискусія в стилі телевізійного ток-шоу, «Займи позицію», «Неперервна шкала думок», «Метод ПРЕС», тощо.

Детальніше розглянемо технології ситуативного моделювання, дослідженням яких займалися О.Пометун, О.Пехота та інші.

*Спрощене судове слухання* дає учням можливість розіграти судове слухання з конкретної справи (теми уроку). Цей процес проводиться за участі таких учасників: суддя, обвинувач, обвинувачуваний, прокурор, адвокат і свідки. Таким чином урок математики можна провести, залучаючи до активної роботи максимальну кількість учнів класу.

Для прикладу наведемо розроблений урок з використанням методу спрощеного судового слухання.

**Тема уроку:** Похідна суми, добутку і частки функцій.

**Мета:** Вивчення теорем про похідні суми, добутку і частки функцій, формування умінь учнів у знаходженні похідних; розвивати пам'ять та логічне мислення; виховувати увагу та самостійність, вміння працювати в колективі.

**Тип:** урок засвоєння нових знань, умінь та навичок.

**Обладнання:** плакат з надписом «Суд над похідною суми, добутку та частки функцій», три окремі столи для судді, прокурора і адвоката, таблиця із зображенням основних правил диференціювання.

**Хід уроку:**

*Лунають слова: «Встати, суд іде!».* Заходить суддя і два засідателі (в ролі судді – вчитель математики, засідателі – учні).

**Суддя.** Шановні пані та панове, судове засідання оголошую відкритим. Слухається справа похідної суми, добутку і частки функцій. В суд надійшла заява учениці 11-го класу, Вознюк Тетяни. Слово позивачу.

**Позивач.** Ваша честь. Шановні засідателі. Коли я вперше зіткнулась з цією, так званою «похідною», то я просто нічого не зрозуміла. Але потім вона мене здивувала і насторожила. По-перше, послухайте, що скривається під її ім'ям: *Похідною* функції  $y = f(x)$  в точці  $x_0$  називається границя відношення приросту функції до приросту аргументу при умові, що приріст аргументу прямує до нуля, а границя існує. Мені здається, що вона взагалі переховується під чужим ім'ям, живе за чужим паспортом, дуже небезпечна для математики, як науки, і взагалі я вважаю, що її необхідно прибрати зі шкільного курсу математики і відправити на довічне ув'язнення в найвіддаленіший куток нашої планети.

**Суддя.** Шановні пані та панове, суду необхідно розібратись в цій справі і вирішити, що ж робити з цією похідною, винести справедливий вирок. Слово надається прокурору.

**Прокурор.** Мені довелось проробити велику роботу, щоб установити походження похідної. Сам термін «похідна» уперше зустрічається у француза Луа Арбогаста в його книзі «Обчислення похідних», опублікованої в Парижі в 1800 р. Цим терміном відразу ж став користуватися і Лагранж. Термін цей швидко ввійшов у загальний ужиток. Ну а стосовно похідної суми, добутку і частки функцій всіх попрошу зафіксувати:

**Похідна суми дорівнює сумі похідних.**  $(f(x)+g(x))' = f'(x)+g'(x)$

**Приклад.** Знайдіть похідні функцій:

а)  $y = x^3 - x^2 + x - 4$ ;                                      б)  $y = x^6 + \operatorname{tg}x - \operatorname{ctg}x$ .

**Похідна добутку двох функцій дорівнює сумі добутків кожної функції на похідну другої функції.**  $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

**Приклад.** Знайдіть похідні функцій:

а)  $y = x \sin x$ ;    б)  $y = (x-1)(x+2) \cos x$ .

**Якщо функції  $f(x)$  і  $g(x)$  мають похідні в точці  $x_0$ , то й функція  $y = \frac{f(x)}{g(x)}$**

**матиме похідну в точці  $x_0$ .**  $\left( \frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$ .

**Приклад.** Знайдіть похідні функцій:      а)  $y = \frac{x^3}{x^2 + 1}$ ;                                      б)  $y = \frac{x^3}{\sin x}$ .

В мене все. Слово надається свідкам.

**Суддя.** Слово надається першому свідку.

**Перший свідок.** Я можу показати як працюють ці правила знаходження похідних суми, добутку та частки функцій. (Розв'язує на дошці кілька прикладів.

Знайти похідні функцій:

1.  $y = \cos x + \sin x + 5$

2.  $y = 5x^5 + 6x^2 + 2x - 7 \operatorname{tg}x$ ;

3.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .

**Суддя.** Слухаємо показання другого свідка.

**Другий свідок.** Ця похідна не однократно виступала співучасницею в скоєнні таких вчинків, як розв'язування задач з математики, фізики, економіки, хімії. Можу представити докази, пане суддя.

(Свідок демонструє приклади задач з математики, фізики, економіки, хімії, при розв'язуванні яких використовується похідна).

### Задача № 1

Тіло, масою 2 кг рухається прямолінійно за законом  $S(t) = t^2 + t + 1$ .  $S(t)$  вимірюється в сантиметрах, час  $t$  – в секундах. Знайти:

- діючу силу;
- кінетичну енергію тіла через 2 с після початку руху.

### Задача № 2

Знайдіть, при яких значеннях параметра  $a$  дотична до графіка функції  $y = x^3 + ax^2$  у точці з абсцисою  $x_0 = -1$  проходить через точку  $M(3;4)$ .

### Задача № 3

Залежність між витратами виробництва  $y$  і обсягом продукції  $x$ , що випускається, визначається функцією  $y = 50x - 0,05x^3$  (грош.од.). Визначити середні та граничні витрати за умови, що обсяг продукції 10 одиниць.

**Прокурор.** Зі сторони обвинувачення є ще один свідок.

**Третій свідок.** Якась загадкова і не зрозуміла ця похідна. В одних випадках вона може виявляти геометричний зміст в інших випадках фізичний. Ось, будь-ласка, представляю Вашій увазі перевірені факти:

**Геометричний зміст похідної:** значення похідної  $f'(x_0)$  функції  $f$  в точці  $x_0$  дорівнює значенню кутового коефіцієнта дотичної до кривої  $y = f(x)$  у точці з абсцисою  $x_0$ . Рівняння дотичної до кривої  $y = f(x)$  у точці  $M(x_0, y_0)$  має вигляд:  $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ .

**Фізичний зміст похідної:** похідна від шляху за часом дорівнює миттєвій швидкості руху матеріальної точки.

Мені здається, що ці факти треба ще раз детально вивчити і прийняти до уваги. Мені здається, що все це навіює певні сумніви.

**Прокурор.** Враховуючи вище сказане я прошу виключити похідну зі шкільного курсу математики.

**Суддя.** Ми вислухали одну сторону. А тепер надамо слово захисту.

**Адвокат.** Я не буду сперечатись з тим, що ми почули про похідну. Все це чиста правда. Так, вона має геометричний та фізичний зміст, а щодо розв'язування задач з її участю з математики, фізики, економіки, хімії, то це тільки полегшує даний процес (представляє розв'язки задач, що були пред'явленні останнім свідком). Ну що я можу ще додати? Все нами почуте і побачене дозволяє мені вважати, що підсудну потрібно оправдати і ні в якому разі не виключати зі шкільного курсу математики.

### Задача № 1

Тіло, масою 2 кг рухається прямолінійно за законом  $S(t) = t^2 + t + 1$ .  $S(t)$  вимірюється в сантиметрах, час  $t$  – в секундах. Знайти:

- діючу силу;
- кінетичну енергію тіла через 2 с після початку руху.

### Розв'язання:

$$V(t) = S'(t), V(t) = 2t + 1$$

$$\text{При } t = 2 \text{ с, } V(t) = 2 * 2 + 1 = 5(\text{см/с})$$

$$a(t) = V'(t), a(t) = (2t + 1)' = 2(\text{см/с}^2) = 0,02(\text{м/с}^2)$$

$$F = ma, F = 0,04(H)$$

$$E_k = \frac{mv^2}{2}, E_k = 0,0025(\text{Дж})$$

### Задача № 2

Знайдіть, при яких значеннях параметра  $a$  дотична до графіка функції  $y = x^3 + ax^2$  у точці з абсцисою  $x_0 = -1$  проходить через точку  $M(3;4)$ .

#### Розв'язання:

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

$$f(x_0) = -1 + a$$

$$f'(x) = 3x + 2ax$$

$$f'(-1) = 3 - 2a$$

$$y = -1 + a + (3 - 2a)(x + 1)$$

$$y = (3 - 2a)x - a + 2$$

$$m.M \in y, \text{ то } 4 = (3 - 2a)3 - a + 2 \Rightarrow a = 1$$

### Задача № 3

Залежність між витратами виробництва  $y$  і обсягом продукції  $x$ , що випускається, визначається функцією  $y = 50x - 0,05x^3$  (грош.од.). Визначити середні та граничні витрати за умови, що обсяг продукції 10 одиниць.

#### Розв'язання:

Функція середніх витрат (на одиницю продукції) виражається відношенням

$$y_{\text{ср}} = \frac{y}{x} = 50 - 0,05x^2; \text{ при } x=10 \text{ середні витрати (на одиницю продукції) дорівнюють}$$

$$y_{\text{ср}} = (10) = 50 - 0,05 \cdot 10^2 = 45 \text{ (грош.од.)}. \text{ Функція граничних витрат виражається похідною}$$

$y'(x) = 50 - 0,15x^2$ ; при  $x=10$  граничні витрати складають  $y'(x) = 50 - 0,15 \cdot 10^2 = 35$  (грош.од.). Отже, якщо середні витрати на виробництво одиниці продукції складають 45 грош. од., то граничні витрати, тобто додаткові затрати на виробництво додаткової одиниці продукції за умови даного рівня виробництва (обсягу продукції, що випускається 10 од.), складають 35 грош. од.

**Суддя.** Підсудна, що ви можете сказати в свій захист? Вам надається останнє слово.

**Підсудна.** Ні! Я себе винною не вважаю. Я обіцяю бути зрозумілою для всіх учнів, опрацювати з ними всі свої формули і допомагати їм розв'язувати задачі з моєю участю. Але важливо також те, що учні, з моєю допомогою можуть отримати багато гарних оцінок, якщо зрозуміють визначення похідної, правила диференціювання і використання похідної при розв'язуванні задач.

**Вирок суду:** Шановні пані та панове! Суд вирішив:

1. Підсудну оправдати;
2. Похідну ні в якому разі зі шкільного курсу не виключати;
3. Всім вивчити параграф 7 і виконати вправи 174 (а-в), 176.

На цьому засідання суду оголошую закритим. Всім дякую.

За час проходження педагогічної практики у Плетеноташлицькій ЗОШ І-ІІІ ст. нами була розроблена серія уроків з теми «Похідна та її застосування», на яких використовувалися методи з різних груп інтерактивних технологій, такі як «ажурна пилка», «мозковий штурм», «мікрофон», «спрощене судове слухання», «доміно», «карусель». Усі уроки були апробовані на педагогічній практиці. В результаті покращилися не тільки навчальні здобутки учнів, але

й зросли продуктивність їхньої діяльності та зацікавленість на уроках. Спочатку учнів приваблюють інтерактивні технології організації навчання, а згодом захоплення формою переростає у зацікавлення самим предметом. Отже, застосування інтерактивних технологій – гарний спосіб покращити ефективність навчання математики в школі.

*Список використаних джерел:*

1. Пометун О.І. Інтерактивні технології навчання: [наук.-метод. посібн.] / О.І.Пометун, Л.В.Пироженко. – К.: Видавництво А.С.К., 2004. – 192 с.
2. Пехота О.М. Освітні технології / Пехота О.М. – К.: Видавництво А.С.К. 2002. – 253 с.

**ВИВЧЕННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ В ОСВІТНІХ ЗАКЛАДАХ ПЕНІТЕНЦІАРНОЇ СИСТЕМИ**

*Дмитро Зленко, Юрій Гуртовий*

*У статті розглянуто можливість підвищення ефективності засвоєння математичного матеріалу в освітніх закладах пенітенціарної системи. Проводиться побудова такої моделі навчально-виховного процесу, що підпорядковується основним принципам і поняттям пенітенціарної педагогіки.*

*On this article considers the possibility of increasing the efficiency of mathematical learning materials in educational institutions of the penitentiary system. A building such a model of the educational process that is subject to fundamental principles and the concept of penal pedagogy.*

**Ключові слова:** *освіта, особистість, пенітенціарна установа, теорія ймовірності.*

Постановка проблеми. Вивчення теорії ймовірностей у шкільному курсі пов'язане з реалізацією навчального матеріалу у шкільних підручниках. Враховуючи специфіку даної тематики, мусимо визнати, що методична література поки не задовольняє потреби освітян. Згідно підходів, викладених у переважній більшості навчально-методичних посібників, вважається, що головним при вивченні даної теми має стати практичний досвід учнів, тому навчання бажано починати з питань, в яких потрібно знайти вирішення поставленої проблеми на тлі реальної ситуації. Специфіка викладання в школах при пенітенціарних установах полягає в тому, що більшість учнів старші 25-35 років і тому мають інший життєвий досвід на який потрібно спиратися. Іншою проблемою є те, що завданням курсу є формування корисних навичок, а вміння доводити теореми до таких навичок не відноситься, тому в процесі навчання не слід доводити всі теореми, а звільнений час використати на розв'язування задач.

Як показала практика, учні шкіл при пенітенціарних установах у зв'язку з тим, що більшість з них досягла зрілого віку, в недостатній мірі оволодівають теоретичними знаннями. Ця проблема виникає через наявність ряду особливостей:

1. Через невідповідність між змістом навчання та власними вподобаннями і життєвим досвідом учнів, вони не отримують достатньої мотивації своєї діяльності, що згубно впливає на якість засвоєння ними матеріалу.
2. Оскільки в засуджених рівень освіти порівняно нижчий, ніж в іншого населення і є значні перерви в навчанні, то необхідні додаткові педагогічні і виховні заходи для залучення засуджених до навчання, на перший план висувається індивідуальний підхід до навчання і виховання.
3. Загальноосвітнє навчання засуджених здійснюється в середовищі злочинного світу, і певний вплив на молодь можуть робити особи старшого віку і неодноразово засуджені.
4. У зв'язку з особливостями перебігу навчально-виховного процесу при пенітенціарних установах учням не задається домашнє завдання, тому і вивчення і закріплення матеріалу повинно проводитись тільки на уроці.

**Мета дослідження** – визначити фактори, що підвищують ефективність засвоєння теорії ймовірності в закладах освіти при пенітенціарних установах.

**Завдання дослідження:**

1. Опрацювати методичні дослідження даної проблеми.
2. Визначити фактори, що підвищують ефективність засвоєння теорії ймовірності в закладах освіти при пенітенціарних установах.
3. Запровадити їх на практиці і визначити ефективність.

**Експеримент.** Практика вчителів математики ВЗШ №38 при ВК №6 показала, що рівень запам'ятовування засудженими простих математичних правил і формул, навіть за неодноразового повторення, становить близько 40-50%. Більш складні формули запам'ятовує лише 20-25% учнів.

Нами були визначені критерії підвищення мотивації навчальної діяльності засуджених:

1. Безпосередній зв'язок навчального матеріалу з життєвим досвідом засуджених.
2. Наближення розв'язуваних учнями завдань до реальних побутових проблем.
3. Колективне вирішення поставлених задач.
4. Надання можливості самостійно обирати спосіб розв'язання задачі, наявність альтернативних шляхів до досягнення мети, серед яких засуджені обирають той, що є на їхню думку найоптимальнішим. При появі труднощів учні, проаналізувавши їх причину, можуть повернутись на початок і на основі цього досвіду обрати інший метод розв'язання задачі.
5. Стимулювання засуджених до навчання заохоченнями з боку адміністрації виправних закладів.

Пропонуємо приклади, на яких використовувались визначені критерії підвищення мотивації навчальної діяльності засуджених.

Задаємо учням таке завдання:

*Кидаємо два кубики. Які з наступних подій неможливі, випадкові, достовірні?*

A: на кубиках випало однакове число очок.

B: сума очок на кубиках не перевершує 12.

C: сума очок на кубиках дорівнює 11.

Пропонуємо розібрати це завдання усно, колективним обговоренням і підказуємо учням, що результат будь-якого кидання можна описати двома числами, що випали на кубиках. Наприклад, (3,1) означає, що на першому кубіку випало число 3, а на другому – 1. Колективним обговоренням приходимо до висновку що, при випаданні (1,1) подія A відбувається, а при виході (1,2) – не відбувається. Значить, подія A випадкова. Подія B відбувається при будь-якому результаті: адже кожне з двох чисел на кубіку не перевершує 6, а значить, їх сума не перевищує 12. Тому подія B достовірна. Подія C відбувається при випаданні (5,6), але не відбувається при випаданні (2,2). Значить, вона випадкова.

Наступне завдання приводимо теж на прикладі двох гральних кубиків, попередньо наголосивши, що випадання будь-якої кількості очок на одному кубіку не залежить від кількості очок на другому кубіку. Тому ймовірність випадіння певного числа очок на двох кубиках обраховується за формулою:  $P(A,B)=P(A)*P(B)$ .

Ділимо учнів на кілька команд і пропонуємо порахувати ймовірності того, що випаде на обох кубиках випаде парна кількість очок, що на обох кубиках випадуть шістки. З цим завданням команди швидко справляються і приходять до висновку, що ймовірність випадання парних очок на обох кубиках дорівнює  $1/9$ , а ймовірність випадання двох шісток дорівнює  $1/36$ . Далі ускладнюємо завдання і пропонуємо одній команді назвати кількість очок, які випали, а іншій команді порахувати ймовірність випадання більшого числа очок і сказати чи доцільно за таких умов робити ставку. Наприклад, перша команда загадує, що сума випавши очок дорівнює 8. Порахувавши учні приходять до висновку, що ймовірність перевищити їхній результат становить 18% і доцільніше буде не підтримувати ставку.

**Висновки.** Застосовуючи колективне вирішення поставлених задач, а також використовуючи безпосередній зв'язок навчального матеріалу з життєвим досвідом засуджених, ми дійшли висновку, що результат засвоєння навчального матеріалу з використанням даних прийомів при вивченні простих математичних правил і формул значно зростає і становить близько 65%.

**Список використаних джерел:**

1. Бевз Г.П., Бевз В.Г. Математика 11 клас. – Київ, 2011. – 318 с.
2. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра 9 клас. – Харків, 2009. – 317 с.
3. Синьов В.М. Основи пенітенціарної педагогіки і психології. – Біла Церква, 2003. – 101 с.

**ЛАНЦЮГОВІ ДРОБИ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ**

**Інна Карлова**

**Науковий керівник – кандидат фізико-математичних наук, доцент Л.В. Ізюмченко**

Теорія ланцюгових дробів вивчає спеціальний алгоритм, який є одним з основних засобів аналізу, теорії ймовірностей, механіки і, особливо, теорії чисел. Їх можна з успіхом застосовувати до розв'язання невизначених рівнянь виду  $ax+by=c$ . Основна проблема при розв'язанні таких рівнянь в тому, щоб знайти який-небудь частинний розв'язок. За допомогою ланцюгових дробів можна вказати алгоритм для відшукування такого частинного розв'язку. Нескінченні ланцюгові дроби можуть використовуватись для розв'язання алгебраїчних і трансцендентних рівнянь [1; 2].

Реалізуючи основну мету курсу математики в середній школі, необхідно водночас створювати умови для розвитку кожної особистості з урахуванням її нахилів та природних обдарувань. Застосування варіативного компоненту навчального плану загальноосвітньої школи відкриває для цього достатньо можливостей. Розширення кола спецкурсів, факультативів та курсів за вибором дозволяє ознайомити учнів із деякими загальними математичними ідеями, показати роль застосування математики у практичній діяльності.

Для класів з поглибленим вивченням математики пропонується факультативний курс «Вступ до теорії чисел. Ланцюгові дроби та їх застосування». Цей курс розрахований на учнів 9-10 класу і має за мету ознайомлення учнів з такими розділами математики, які дозволяють суттєво розширити дослідницький потенціал обдарованої дитини, поглибити її знання про основні положення та поняття теорії чисел, на яких базується вивчення багатьох інших розділів природничих дисциплін, підвищити інтерес до вивчення предмета, показати роль ланцюгових дробів у розв'язуванні прикладних задач математики, фізики, хімії, астрономії, природознавства. Теоретичною основою факультативу є основи теорії подільності, теореми теорії чисел, алгоритм Евкліда, властивості складених чисел, особливості розкладу як раціональних так і ірраціональних чисел у ланцюговий дріб, поняття про рівняння з двома змінними та його розв'язок. Зміст програми курсу органічно пов'язаний зі змістом основного навчального матеріалу шкільного курсу математики і водночас має самостійний характер.

У природничих науках математика є не лише галуззю загальноосвітніх знань, а й методом наукового пізнання. Тому навчання математики в класах природничо-математичного профілю вимагає більш поглибленого, у порівнянні з академічним, рівня її вивчення. Разом з тим, курс математики для цих класів відрізняється від академічного не стільки обсягом знань, якими мають оволодіти учні, скільки рівнем його обґрунтованості, абстрактності, загальності, прикладної спрямованості.

З метою створення необхідних умов для більш повної реалізації освітньої, розвивальної та виховної складових навчання математики, врахування інтересів, здібностей, потреб та можливостей учнів, у профільних природничо-математичних класах у повному

обсязі має бути використаний потужний потенціал варіативної складової навчального плану, яка передбачає вивчення факультативних курсів.

Саме таку мету переслідує запропонована програма факультативного курсу «Вступ до теорії чисел. Ланцюгові дроби та їх застосування». Цей курс складається з невеликих за змістом навчальних модулів, враховує різноманіття інтересів і можливостей учнів, поглиблює та розширює основний курс математики у відповідності до обраного профілю навчання та сприяє розвитку математичних знань та умінь у прикладних сферах діяльності, знайомить учнів з основами майбутніх професійних знань. Програма дозволить підвищити свої шанси на успіх учасникам олімпіад та конкурсів, а також буде корисною всім, хто цікавиться елементарною математикою.

Програма розрахована на 35 годин навчального часу із тих годин варіативної складової Типового робочого навчального плану, що призначені для вивчення факультативів та спецкурсів з математики для математичного, фізичного та фізико-математичного профілів навчання. Її матеріал розподілено за такими змістовими лініями: числа; рівняння; функції. Програма містить чотири теми. Кожна з чотирьох тем розкривається через сукупність теоретичних та практичних навчальних занять. Основна увага приділяється практичній спрямованості курсу (відношення теоретичних та практичних занять складає 2:3), тому дозволяє навчити учнів основним прийомам розв'язування деяких типів конкурсних та олімпіадних задач.

Наведемо приклади типових завдань з даної теми.

**Приклад 1.** Потрібно побудувати зубчасту передачу за допомогою двох шестерень з кількістю зубців, що дорівнює відношенню  $\frac{587}{113}$ . Чи можна технічне здійснення передачі виконати заміною відношення кількості зубців шестерень відношенням з меншим чисельником та знаменником, але з похибкою, що не перевищує 0,0005 [3].

*Розв'язання.*

Задача зводиться до заміни даного дроби підхідним дробом з похибкою заміни, що не перевищує 0,0005. Розкладаємо даний дріб у неперервний та складаємо підхідні дроби:  $\frac{5}{1}, \frac{26}{5}, \frac{187}{36}, \frac{587}{113}$ .

Якщо взяти наближення дроби  $\frac{587}{113} \approx \frac{26}{5}$ , то похибка наближення буде  $\frac{1}{5 \cdot 36} = \frac{1}{180} \approx 0,006$ , що більше заданої. Тому відношення  $\frac{26}{5}$  не задовольняє умову. Візьмемо дріб  $\frac{187}{36}$ . Знаходимо похибку наближення:

$$\frac{1}{36 \cdot 113} = \frac{1}{4068} \approx 0,0003 < 0,0005.$$

Отже, можна побудувати передачу за допомогою зубчастих коліс з меншою кількістю зубців, що технічно можливо (похибка не перевищує задану), вона є більш практичною та міцнішою.

**Приклад 2.** Розв'язати діофантове рівняння  $61x + 48y = 3$ .

*Розв'язання.*

Розклавши  $\frac{61}{48}$  у ланцюговий дріб, матимемо:

$$\frac{61}{48} = [1; 3, 1, 2, 4].$$

Підхідними дробами для ланцюгового дроби  $[1; 3, 1, 2, 4]$  є:  $\frac{1}{1}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{14}{11}, \frac{61}{48}$ .



Передостаннім підхідним дробом є  $\frac{P_3}{Q_3} = \frac{14}{11}$ .

Отже, загальним розв'язком у цілих числах заданого рівняння є

$$x = (-1)^3 \cdot 3 \cdot 11 + 48t = -33 + 48t; \quad y = (-1)^4 \cdot 3 \cdot 14 - 61t = 42 - 61t, \quad t \in \mathbb{Z}.$$

У цьому загальному розв'язку  $x_0 = -33$ ,  $y_0 = 42$ . Узявши у формулах  $t=1$ , дістанемо частинний розв'язок  $x_1 = 15$ ,  $y_1 = -19$ , і загальний розв'язок заданого рівняння можна записати так:

$$x = 15 + 48t, \quad y = -19 - 61t, \quad t \in \mathbb{Z}.$$

Орієнтовне тематичне планування факультативного курсу:

**Тема I.** Вступ до теорії чисел, 2 години. Завдання і методи теорії чисел. Історичний розвиток поняття про число.

**Тема II.** Ланцюгові дроби та наближення раціонального числа, 14 годин. Подільність цілих чисел. Ділення з остачею. Найбільший спільний дільник двох чисел. Різні способи знаходження НСД. Алгоритм Евкліда. Властивості НСД. Основні теореми про подільність. Означення ланцюгового дроби. Запис раціонального числа у вигляді ланцюгового дроби. Розклад числа в ланцюговий дріб за допомогою алгоритму Евкліда. Підхідні дроби та їх властивості. Наближення раціонального числа за допомогою підхідних дробів. Розв'язування задач. Ланцюгові дроби і календар.

**Тема III.** Застосування ланцюгових дробів до наближених обчислень ірраціональних чисел, 9 годин. Запис ірраціонального числа у вигляді ланцюгового дроби. Число  $\pi$  та різні ступені його наближення за допомогою ланцюгових дробів. Різні способи представлення ірраціонального числа у вигляді ланцюгового дроби. «Золотий переріз», наближене значення  $e$ . Застосування властивостей ланцюгових дробів до розв'язування задач. Розв'язування нетипових видів рівнянь. Розрізання прямокутника заданих розмірів на квадрати. Комбінація провідників різних опорів. Задача оптимізації кутової швидкості обертання.

**Тема IV.** Застосування властивостей ланцюгових дробів до розв'язування діофантових рівнянь, 10 годин. Діофантові рівняння. Необхідна умова існування розв'язку рівняння  $ax+by=c$ . Залежність між загальним розв'язком рівняння  $ax+by=c$  та підхідними дробами розкладу  $a/b$ . Задачі, що зводяться до розв'язування діофантових рівнянь виду  $ax+by=c$ . Розв'язування задач. Рівняння виду  $x^2-Ay^2=1$  та всі його розв'язки. Задачі, що зводяться до розв'язування діофантових рівнянь виду  $x^2-Ay^2=1$ . Загальний випадок розв'язання діофантових рівнянь другого степеня з двома невідомими. Розв'язування рівнянь. Узагальнення та систематизація методів розв'язування діофантових рівнянь першого та другого степенів.

Орієнтовні теми рефератів:

1. Розвиток поняття про число.
2. Ланцюгові дроби. Розклад раціонального числа в ланцюговий дріб.
3. Запис ірраціонального числа у вигляді ланцюгового дроби.
4. Наближення числа  $\pi$  за допомогою ланцюгових дробів.
5. Ланцюгові дроби та календар.
6. Розв'язування діофантових рівнянь за допомогою ланцюгових дробів.

Факультативний курс «Вступ до теорії чисел. Ланцюгові дроби та їх застосування», крім освітньої підготовки учнів, сприятиме розвитку міжпредметних зв'язків курсів алгебри, геометрії, початків математичного аналізу, фізики, природознавства, наповненню курсу математики задачами практичного змісту.

#### Список використаних джерел:

1. Завало С.Т., Костарчук В.М., Хацет Б.І. Алгебра і теорія чисел, ч. 2. – К.: Вища школа, 1976. – 384 с.
2. Бородін О.І. Теорія чисел. – К.: Радянська школа, 1965. – 262 с.

## **КОНГРУЕНЦІЇ У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ**

*Ірина Кльоз*

*Науковий керівник – кандидат фізико-математичних наук, доцент Л.В.*

*Ізюмченко*

Теорія конгруенцій має велике теоретичне та практичне значення для багатьох наук, зокрема арифметики. Конгруенції застосовуються до встановлення ознак подільності, розв'язування діофантових рівнянь та ін. Факультативний курс «Теорія конгруенцій» є одним із способів вивчення конгруенцій, що дозволяє систематизувати знання і застосовувати ці знання до розв'язання різних завдань алгебри. Курс пропонуємо проводити у 8–9 класі, розрахований він на 17 годин. Форма контролю – залік.

Головна мета вивчення курсу: оволодіння арифметичними методами застосування теорії конгруенцій. Ціль реалізується виконанням наступних завдань:

- сформулювати в учнів поняття про конгруенції,
- прищепити учням навички розв'язування лінійних діофантових рівнянь;
- прищепити учням навички в застосуванні конгруенцій до розв'язання різних завдань алгебри;
- закріпити й поглибити навички розв'язування олімпіадних задач за допомогою конгруенцій.

У результаті вивчення курсу «Теорія конгруенцій» учень повинен:

- володіти теоретичним матеріалом, необхідним для розв'язування задач;
- уміти розв'язувати різні задачі на застосування конгруенцій;
- уміти розв'язувати олімпіадні задачі, що зводяться до складання діофантових рівнянь та їхніх систем чи використовують властивості конгруентних чисел.

Розглянутий факультативний курс «Теорія конгруенцій» не входить у звичайну програму загальноосвітніх середніх шкіл. У курсі алгебри частково розглядаються тільки окремі питання. Тому ми пропонуємо його вивчати в класах з поглибленим вивченням математики на факультативних заняттях та спецкурсах з математики для математичного, фізичного та фізико-математичного профілів навчання.

Факультативні заняття не є новим для наших шкіл видом занять, вони вводяться з метою поглиблення знань з природничих і гуманітарних наук, а також розвитку різнобічних інтересів і здібностей учнів [3]. Протягом багатьох років у нашій країні йде більша творча робота з визначення змісту, розроблення методів і кращих шляхів організації факультативних занять. У результаті експериментальної роботи підготовлені й опубліковані різні програми, навчальні посібники для учнів і методичні посібники для вчителів. Факультативи – це невеликі спеціальні курси, що знайомлять учнів з деякими областями сучасної математики.

Особливості факультативних занять.

1. Факультативний курс являє собою систему декількох тем, частково пов'язаних між собою. Кожна з них призначена для розвитку основних ідей шкільної математики, її понять, методів. Отже, факультативні заняття важливо співвідносити з основним курсом математики.

2. Наступність у відношенні до багатьох форм позакласної й позашкільної роботи з математики. Тобто факультативи по математиці доповнюють кружки, заняття заочних шкіл новим змістом, новими підходами до його розкриття, зв'язаністю викладу та ін.

3. Факультативні заняття надають більше можливостей підготовки до олімпіад, математичних змагань, конкурсів, навчання в Малій академії наук учнівської молоді.

Методи навчання на факультативних заняттях.

При виборі методів і прийомів навчання на факультативних заняттях необхідно враховувати зміст факультативного курсу, рівень розвитку й підготовленості учнів, їхній

інтерес до тих або інших розділів програми факультативу. На факультативах по математиці можуть використовуватися різноманітні форми й методи проведення занять: опорні конспекти, практичні роботи, обговорення завдань по додатковій літературі, доповіді учнів, написання рефератів, екскурсії.

Більшу користь приносить підготовка учнями рефератів (нижче пропонуються теми для рефератів). Виконання такого роду роботи необхідне для розвитку навичок самоосвіти, задоволення індивідуальних інтересів учнів. Необхідно при цьому, щоб підготовлені реферати заслухувалися всіма й обговорювалися в обов'язковому порядку. Для рефератів необхідно підбирати теми, по яких є легкий доступ до літератури. Для проведення практичних робіт учитель складає рекомендації, за допомогою яких визначається мета роботи, завдання для учнів, порядок виконання практичної роботи. Завдання доцільно підбирати диференційовано, а при підведенні підсумків можна показати результати діяльності всієї групи в цілому [2].

Орієнтовне тематичне планування факультативного курсу

**Тема 1. Вступ.** Теорія чисел: мета та завдання. Історія розвитку поняття про число.

**Тема 2. Подільність цілих чисел.** Поняття і властивості подільності цілих чисел. Ділення з остачею. Найбільший спільний дільник двох чисел. Алгоритм Евкліда. Властивості НСД. Взаємно прості числа. Найбільше спільне кратне двох чисел. Прості числа та їх властивості. Решето Ератосфена. Основна теорема арифметики.

**Тема 3. Конгруенції.** Конгруентні числа. Властивості конгруенції. Розв'язування лінійних конгруенцій. Розв'язування задач на використання конгруенцій.

**Тема 4. Арифметичні застосування конгруенцій.** Встановлення ознак подільності. Встановлення довжини періоду десяткового дробу. Перевірка правильності арифметичних дій. Розв'язування лінійних діофантових рівнянь. Розв'язування олімпіадних задач на складання діофантових рівнянь. Розв'язування олімпіадних задач.

Теми рефератів:

1. Історія розвитку поняття про число.

2. Різні способи знаходження НСД.

3. Відомості з історії теорії конгруенцій.

4. Розв'язування лінійних конгруенцій [1].

5. Розв'язування лінійних діофантових рівнянь [1].

6. Розв'язування олімпіадних задач на складання діофантових рівнянь.

Розглянемо декілька завдань різного ступеня складності, що можуть бути розглянуті на заняттях.

**Приклад 1.** Перевірити, чи ділиться число 265467566 на 7, 11, 13.

Розв'язання. Розіб'ємо число на тріади, знайдемо альтернативну суму:

$566 - 467 + 265 = 364$ , дане число  $364 = 7 \cdot 52$ ,  $364 = 11 \cdot 33 + 1$ ,  $364 = 13 \cdot 28$  – ділиться на 7 і 13, не ділиться на 11. Тому і початкове число не ділиться на 11, ділиться на 7 і 13.

**Приклад 2.** Розв'язати рівняння в цілих числах  $13x + 17y = 55$ .

Розв'язання. Оскільки  $(13, 17) = 1$ , то рівняння має цілочисельні розв'язки. Перепишемо рівняння у вигляді  $13x = 55 - 17y$ , оскільки  $y$  – ціле, то  $13x \equiv 55 \pmod{17}$ . Домножимо конгруенцію на 3, врахувавши, що  $55 \equiv 4 \pmod{17}$ , маємо  $39x \equiv 12 \pmod{17}$ . Так як  $39 \equiv 5 \pmod{17}$ ,  $12 \equiv -5 \pmod{17}$ , то  $5x \equiv -5 \pmod{17}$ ,  $x \equiv -1 \pmod{17}$ . При  $x_0 = -1$  з початкового рівняння отримаємо  $y_0 = 4$ , а тоді  $x = -1 + 17t$ ,  $y = 4 - 13t$ , де  $t$  – довільне ціле число.

**Приклад 3.** Довести, що число виду  $9^n + 1$ , де  $n \in \mathbb{N}$ , не може закінчуватися більш, ніж одним нулем [1].

Доведення. Якщо число закінчується двома і більше нулями, то воно ділиться на 4, розглянемо конгруенцію за модулем 4:

$9 \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow 9^n \equiv 1^n \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow 9^n + 1 \equiv 1 + 1 \equiv 2 \pmod{4}$ , тобто  $9^n + 1$  не ділиться на 4.

**Приклад 4.** Якою цифрою закінчується число  $7^{777}$ ?

Розв'язання. Розглянемо останні цифри чисел:  $7^1 \equiv 7 \pmod{10}$ ,  $7^2 \equiv 9 \pmod{10}$ ,  $7^3 \equiv 3 \pmod{10}$ ,  $7^4 \equiv 1 \pmod{10}$ , звідки  $7^{4k} \equiv 1 \pmod{10}$ ,  $7^{4k+1} \equiv 7 \pmod{10}$ . Оскільки  $777 = 4 \cdot 194 + 1$ , тобто число виду  $4k+1$ , то  $7^{777}$  закінчується цифрою 7.

**Приклад 5.** (XVI Всеукраїнська заочна математична олімпіада журналу «У світі математики», 2012 рік). Двоє фокусників показують такий фокус. Перший фокусник виходить з кімнати. Другий фокусник дістає колоду із 100 карт, занумерованих числами 1, 2, ..., 100 та просить трьох глядачів вибрати по одній карті. Подивившись на вибрані кожним з глядачів карти, він додає до них ще одну карту з колоди. Глядачі тасують ці чотири карти та звуть першого фокусника. Він дивиться на чотири карти та вгадує, яку з них вибрав перший глядач, яку другий та яку – третій. Довести, що фокусники можуть домовитися між собою так, аби завжди вгадувати карти.

Розв'язання. Оскільки у кінцевому варіанті буде 4 різні карти (4 числа), то можливих розташувань чисел 1-го, 2-го, 3-го гравців ( $x_1, x_2, x_3$ ) та фокусника ( $x_4$ ) є  $4! = 24$  способи: наприклад:  $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$  – перший спосіб,  $x_1 < x_2 < x_4 < x_3$  – другий, і т.д.,  $x_4 < x_1 < x_2 < x_3$  – 19-ий, ...,  $x_4 < x_3 < x_2 < x_1$  – 24-ий. Оскільки усього карт – 100, а вибраних гравцями карт – три, то при будь-якому виборі карт гравцями обов'язково знайдеться підряд вільних місць під 24 карти (див. рис. 1, 2), серед яких треба вибрати одну фокуснику.

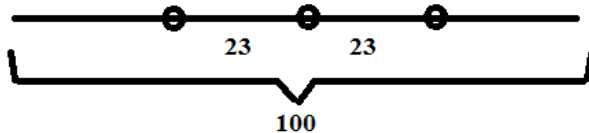


Рис. 1

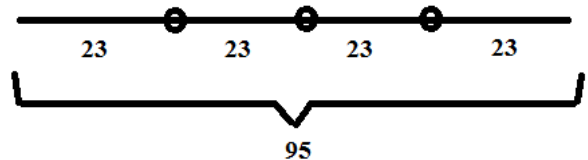


Рис.2

Нехай 1-ий гравець обрав число 31, другий 42, а третій 43. Тоді є вільних 24 числа як попереду цього ряду чисел, так і позаду (достатньо одного варіанту). Нехай другий фокусник обирає з першого набору 24-ох чисел собі число (усі ці числа є різнозалишковими при діленні на 24); число  $x_4$  фокусника є найменшим з усіх чотирьох чисел (варіанти 19-24), далі він дивиться на розташування чисел усіх гравців і обирає серед цих варіантів прийнятний (19-ий варіант). Його задача вивести число  $19 \pmod{24}$  для іншого фокусника. Це можна, зробити, так:  $31 \equiv 7 \pmod{24}$ ,  $42 \equiv -6 \pmod{24}$ ,  $43 \equiv -5 \pmod{24}$ , тобто сума чисел, обраних трьома гравцями  $31 + 42 + 43 \equiv -4 \pmod{24}$ . Оскільки треба вивести число 19, то серед перших 24-ох чисел він вибирає число 23, і тоді сума усіх чотирьох чисел є  $19 \pmod{24}$ . Інший фокусник заходить і бачить числа 23, 31, 42, 43, знаходить їхню суму за модулем 24:  $23 + 31 + 42 + 43 \equiv -1 + 7 - 5 - 6 \equiv -5 \equiv 19 \pmod{24}$  і каже: найменше число – фокусника, наступне – першого гравця, і т.д. (згідно домовленості).

У результаті дослідження було з'ясовано, що задачі з теорії конгруенцій, у тому числі задачі на подільність, прості числа, діофантові рівняння використовуються у процесі розв'язування різних типів задач; стало зрозуміло, чому з давніх-давен і по сьогодні розділ математики «Теорія чисел» привертає увагу багатьох людей, які всю свою професійну діяльність присвятили вивченню основ математики. Адже в житті зустрічаються безліч таких задач, що приводять до теоретико-числових задач та потребують розв'язання, а тому можна вважати, що це розділ математики, який знаходиться в стадії свого розвитку і має великі перспективи.

**Список використаних джерел:**

1. Грибанов В.У., Титов П.И. Сборник упражнений по теории чисел. – Москва: Просвещение, 1964. – 145 с.

2. Джалилова И. К. Факультативные занятия по математике как ведущая форма профильной дифференциации в оптимизации учебно-воспитательного процесса. – [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://festival.1september.ru/articles/517247/>
3. Островерхова Н.В. Анализ урока: концепції, методики, технології. – [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://osvita.ua/school/technol/726/>

## **МЕТОД ПРОЕКТІВ У ФОРМУВАННІ ДОСЛІДНИЦЬКО-ПОШУКОВИХ УМІНЬ СТУДЕНТІВ**

*Наталія Непомняца*

*Науковий керівник –доктор педагогічних наук, професор В.А. Кушнір*

Проблема оптимізації навчання у вищому навчальному закладі, посилення його пізнавального потенціалу, стимулювання дослідницько-пошукової активності й самостійності студентів на сьогоднішній день залишається досить актуальною.

Сучасна вища освіта передбачає новий підхід до підготовки фахівців, особливо вчителів, які в подальшому повинні вміти сформувати в учнів такі ж уміння, компетенції у навчанні. Тому саме в процесі професійної підготовки фахівців необхідно організувати навчальний процес таким чином, щоб підготувати самостійного, творчо орієнтованого педагога через розробку і запровадження в навчальний процес системи завдань, залучення студентів до проектної діяльності, що сприяє формуванню дослідницько-пошукових умінь, розвитку самостійності та творчості.

Метою нашого дослідження є визначення ролі методу проектів у формуванні дослідницько-пошукових умінь студентів. Об'єктом вивчення є дослідницько-пошукова діяльність студентів. Предметом – метод проектів. Організація дослідницько-пошукової діяльності розглядається як процес залучення студентів до засвоєння ними методів і засобів наукового дослідження; планування, дослідження (висунення гіпотез, розроблення плану дослідження визначення його об'єкта і предмета); використання теоретичних та емпіричних методів, вивчення та здійснення різноманітних варіантів пошуку інформації, коли всі дії спрямовані на розроблення дидактичних матеріалів, які можуть застосовуватися у майбутній професійній діяльності, все це реалізується під час практичних занять та лекцій.

**Аналіз основних досліджень та публікацій:** Використання методу проектів розглядається в працях Є.С. Полат [1], Г.К. Селевка [2], В.В. Гузеєва [3]. В основу методу проектів покладено розвиток таких умінь, як самостійно конструювати свої знання та орієнтуватися в інформаційному просторі, дослідницько-пошукова діяльність [1]. Поняття дослідницько-пошукової діяльності розглядається як діяльність, що забезпечує формування наукового світогляду у студентів, розвиток творчого мислення та індивідуальних здібностей (активність у самостійному пошуку, ініціативність тощо), формування навичок самостійної дослідницької діяльності, застосування теоретичних знань у своїй практичній діяльності, розширення наукової ерудиції, формування в них творчого пізнавального пошуку – нових форм, методів, засобів пізнання дійсності.

Метод проектів набув великої популярності завдяки раціональному поєднанню набутих теоретичних знань і можливостей їх практичного застосування для розв'язання конкретних проблем [5].

Проте метод проектів та формування дослідницько-пошукових умінь є досить новими поняттями, які залишаються відкритими для досліджень.

**Виклад основного матеріалу.** Поняття “дослідницько-пошукова діяльність” є досить новим у педагогіці. Воно розглядалося такими науковцями, як І.Б.Карнаухова [4] та О.П.Павленко [7]. Роль дослідницько-пошукової діяльності в навчальному процесі вищої школи постійно зростає, адже вона забезпечує перехід від навчальної діяльності до науково-дослідної. Це відбувається через те, що дана діяльність містить майже всі компоненти наукового пошуку, створення нового продукту з характерними ознаками науково-дослідницької роботи.

Ефективність дослідницько-пошукової діяльності студентів визначає контроль за її виконанням, кінцевим результатом та присутність мотивації. Даним умовам задовольняє метод проектів.

Метод проектів передбачає досягнення поставленої мети через детальне дослідження проблеми і її завершення цілком реальним, відчутним практичним результатом, оформленим тим або іншим чином. Можна сказати, що це метод навчання, зміст навчання, форма організації навчального процесу, а також філософія освіти [6].

Навчальна діяльність, організована за проектною технологією, має дослідницько-пошукову спрямованість та передбачає поетапне планування роботи: визначення цілей і завдань проекту, способів їхньої реалізації та представлення результатів діяльності, аналіз та оцінювання отриманих результатів та проекту в цілому. Метод проектів фактично являє собою сукупність дослідницьких, пошукових, проблемних методів, творчих по своїй суті.

За І.Б. Карнауховою [4] метод проектів сприяє: формуванню пошуково-дослідницьких умінь збирати необхідну інформацію, використанню для роботи нових інформаційних технологій; підвищенню мотивації навчання та самонавчання – актуалізації незатребуваних знань і стимуляції набуття нових знань; виробленню навичок ефективного використання комп'ютера в своїй подальшій професійній діяльності; організації творчої діяльності студентів; формування проектної культури (знань і умінь визначення потреб і можливостей діяльності при виконанні проекту, вибір оптимальної ідеї та її дослідження, планування, організації і виконання роботи з реалізації проекту, оцінки і його презентації); структуруванні знань шляхом встановлення між предметних зв'язків.

У сучасних умовах метод проектів є реальним засобом розвитку особистості студента. Робота над проектом дає необмежені можливості для розвитку та саморозвитку студента, передбачає творчу діяльність, формування дослідницько-пошукових умінь, які розглядаються як цілеспрямована система дій, що ґрунтується на раніше засвоєних знаннях, уміннях і навичках і дозволяє особистості переносити принципи дослідницького підходу на різні сфери діяльності.

На основі розглянутих підходів організації проектної діяльності рами був розроблений власний проект "Можливості Maple у розв'язуванні диференціальних рівнянь" для ефективного формування вмінь дослідницько-пошукової діяльності студентів.

Мета даного проекту полягала в підвищенні ефективного здійснення дослідницько-пошукової діяльності з використанням методу проектів. Формування дослідницько-пошукових умінь відбувається саме тоді, коли студенти на основі знань, умінь і навичок з інноваційних методів навчання, здобутих у ВНЗ, розробляють власні вправи з новим змістом, урізноманітнюють види навчальної діяльності як одну з умов розвитку особистості, намагаються слідкувати за новинками інноваційного навчання й використати їх у навчальному процесі.

Для досягнення мети вирішувалися такі завдання: сформувані у студентів поняття про дослідницько-пошукову діяльність, про інформаційно-комунікаційні технології, ознайомити з можливостями збільшення ефективності від застосування ІКТ у дослідницькій діяльності, розвинути дослідницько-пошукові навички.

Завдання даного проекту полягали у дослідженні студентами можливостей використання пакету Maple для:

- 1) перевірки розв'язків диференціальних рівнянь;
- 2) відшукування похідних та інтегралів;
- 3) відшукування коренів характеристичного рівняння, зокрема наближених значень, що спрощує виконання проміжних дій, надає студентам нові інструменти й спонукає їх до дослідницько-пошукової діяльності.

Студенти здійснювали дослідницько-пошукову діяльність із використанням ІКТ; самостійно знаходили інформацію у мережі Інтернет, здійснювали її обробку; розробляли матеріали на основі власних досліджень.

**Висновки і перспективи подальших досліджень**

Метод проектів у формуванні дослідницько-пошукових умінь спрямований на роботу з інформацією, її пошук, аналіз, структурування, трансформування у дидактичний продукт (кожна з цих дій реалізується у проектно-технологічній діяльності студентів: організаційно-підготовчому етапу відповідає пошук та аналіз інформації, конструкторському і технологічному етапу – структурування та трансформування у дидактичний продукт).

Отже, участь в проектах може позитивно впливати на пошуково-дослідницьку діяльність студентів, бо надає змогу підтримувати пізнавальний інтерес до навчального матеріалу у вигляді різноманітних заохочень, зокрема, можливості побачити результати своєї роботи. Діяльність студентів навчальна і водночас самостійна, бо вимагає пошуку та творчого підходу до поставленої мети, тобто застосування творчо-пошукових методів навчання, що в свою чергу вимагає активності студентів у роботі.

**Список використаних джерел:**

1. Новые педагогические информационные технологии в системе образования / Е.С. Полат и др.; Под ред. Е.С. Полат. – М.: Изд. центр «Академия», 2000. – 272 с.
2. Селевко Г.К. Современные образовательные технологии. – М.: Народное образование, 1998. – 256 с.
3. Гузев В.В. Образовательная технология: от приёма до философии.– М.: Сентябрь, 1996. – 112с.
4. Карнаухова И.Б. Поисково-исследовательская деятельность как средство развития творческой самостоятельности студентов в процессе профессиональной подготовки : дис. канд. пед. наук: 13.00.08 / Ирина Борисовна Карнаухова. – М., 2003 – 158 с.
5. Морзе Н.В. Метод проектів та підготовка вчителів до його використання/ Н.В. Морзе // Критичне мислення: Зб. наукових праць. – Харків. – 2002. – С. 72-79.
6. Косогова О. Метод проектів: [посібник]/ О. Косогова. – Х.: Веста: Видавництво «Ранок», 2008. – 114 с.
7. Павленко О.П. Формування творчої особистості гімназиста у пошуково-дослідницькій діяльності : автореф. дис. ... на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук : 13.00.09 "Теорія навчання" / О.П. Павленко. – Луцьк, 2005. – 21 с.

**ВИКОРИСТАННЯ ADVANCED GRAPHER ПРИ ВИВЧЕННІ ГРАФІКІВ ФУНКЦІЙ**

**Олександр Олійник**

*Науковий керівник – доктор педагогічних наук, професор В.А.Кушнір*

В даний час є достатня кількість прикладних програм, призначених для побудови на площині графіків функцій, заданих математичними формулами, це GRAN, Advanced Grapher, Maple, Matlab, Mathcad та інші. Їх використовують як для наукових дослідницьких, так і для освітніх цілей. У вітчизняній методичній практиці також є значний досвід як розробки, так і викори стання у навчальному процесі з математики педагогічних програмних засобів (ППЗ) моделюючого спрямування [5, 4].

У статті розглядаються деякі засоби програми Advanced Grapher (далі AG), корисні при вивченні графіків функцій у школі. Розглядуваний програмний продукт має достатній інструментарій для підготовки учнів до інтенсивного використання математичних методів у практичній та науковій діяльності, особливо стосовно графічних побудов. Використовуючи ADVANCED GRAPHER, можна будувати графіки алгебраїчних і тригонометричних функцій, досліджувати функції, знаходити їх похідну або первісну. За допомогою програми легко обчислюються координати точок перетину графіків, обчислюються площі замкнених фігур, встановлюються рівняння дотичних до графіка даної функції в зазначених точках [1].

Відомо, що уроки, присвячені вивченню розташування графіків функцій у системі координат, вимагають побудови значної кількості графіків: чим більше буде побудовано

графіків, тим краще учні засвоять матеріал. Але виникає суттєва проблема – учні під час уроку просто не в змозі побудувати в зошитах достатню кількість графіків, тобто виникає необхідність автоматизувати, пришвидшувати процес побудови і аналізу графіків. У цьому випадку на допомогу приходять відповідні ППЗ, за допомогою яких можна досліджувати функції (знаходити екстремуми, точки перетину з осями координат, знаходити аналітичні вирази для похідних та будувати їх графіки, знаходити рівняння дотичних та нормалей у вказаних точках та побудова їх графіків, обчислювати визначений інтеграл від указаних функцій).

Ефективним застосування програми ADVANCED GRAPHER може бути при вивченні наступних розділів математики:

- розташування графіків лінійних функцій (7 клас);
- графічний спосіб розв'язування систем лінійних рівнянь (7 клас);
- графічний спосіб розв'язування рівнянь (8 клас);
- побудова графіка квадратичної функції (9 клас);
- графічний спосіб розв'язування систем рівнянь (9 клас);
- знаходження дотичної до графіка функції (10 клас);
- дослідження функції за допомогою похідної та побудова графіка функції (11 клас);
- знаходження площі фігури (11 клас).

Крім того, програму успішно можна використовувати на заняттях факультативних та елективних курсів.

Вивчення функцій та їх графіків починається в курсі алгебри 7 класу. Учні знайомляться з лінійною функцією, її графіком – прямою, опановують вміння побудови графіків. Звичайно, на цьому етапі програма ППЗ не потрібні. Застосувати їх доцільно при вивченні взаємного розташування графіків лінійних функцій.

В роботі ми розглядаємо методику використання програми Advanced Grapher при побудові графіків функцій, що містять модуль.

**Тема:** Побудова графіків функцій виду  $y = f(|x|)$ ;  $y = |f(x)|$ ;  $y = |f(|x|)|$ ;  $y = |f_1(x)| + |f_2(x)| + \dots + |f_n(x)|$ .

**Мета:** навчити учнів будувати графіки функцій з модулем; закріпити вивчений матеріал у ході виконання вправ.

Щоб навчитися будувати такі графіки, треба для початку вміти будувати графіки елементарних функцій, а також твердо знати й розуміти визначення модуля числа. Доцільно розглядати побудову графіків у наступній послідовності:

- 1)  $y = f(|x|)$ ; 2)  $y = |f(x)|$ ; 3)  $y = |f(|x|)|$ ; 4)  $y = |f(x)| + |g(x)| + \dots$ ; 5)  $|y| = f(x)$ ; 6)  $|y| = |f(x)|$ .

Побудову графіків слід здійснювати двома способами:

- 1) на основі визначення модуля;
- 2) на основі правил (алгоритмів) геометричного перетворення графіків функцій.

**Приклад 1:** Побудова графіка функції  $y = f(|x|)$ .

$$y = |x| = f(|x|) = \begin{cases} f(x), & \text{при } x \geq 0, \\ f(-x), & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Отже, графік функції  $y = f(|x|)$  складається із двох графіків:  $y = f(x)$  – у правій півплощині та  $y = f(-x)$  – у лівій півплощині. Виходячи із цього, можна сформулювати правило (алгоритм) побудови. Графік функції  $y = f(|x|)$  отримується із графіка функції  $y = f(x)$  у такий спосіб: при  $x \geq 0$  графік зберігається, а при  $x < 0$  частина графіка відображається симетрично відносно осі ОУ.

**Приклад 1а.** Побудувати графік функції  $y = 2|x| - 2$ .

$$1\text{-й спосіб: } y = 2 \cdot |x| - 2 = \begin{cases} y = 2 \cdot x - 2, & \text{при } x \geq 0, \\ y = -2 \cdot x - 2, & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

2-й спосіб:

- а) побудувати графік функції  $y = 2x - 2$  для  $x > 0$ .

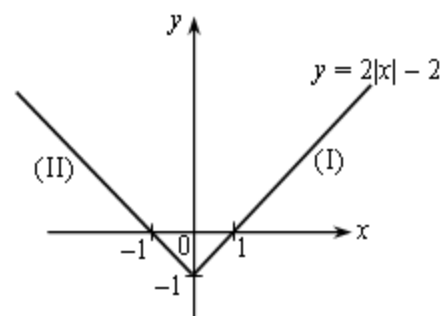


Рис. 1.



б) побудувати його ліву частину для  $x > 0$ , симетрично побудованої щодо осі  $OY$  (рис.1).

**Приклад 2:** Графік функції  $y = |f(x)|$ .

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x), & \text{де } f(x) \geq 0, \\ f(-x), & \text{де } x < 0. \end{cases}$$

Алгоритм побудови графіків функції  $y = |f(x)|$  такий:

- побудувати графік функції  $f(x)$ .
- відобразити частину графіка, що лежить під віссю  $OX$ , симетрично відносно неї.

**Приклад 2а.** Побудувати графік функції  $y = |x - 2|$  ([7]).

1-й спосіб:  $y = |x - 2| = \begin{cases} y = x - 2, & \text{при } x \geq 0, \text{ (I)} \\ y = -x + 2, & \text{при } x < 0. \text{ (II)} \end{cases}$

2-й спосіб:

- побудувати графік функції  $y = x - 2$ .
- відобразити симетрично відносно осі  $OX$  частину графіка, розташовану під нею (рис.2).

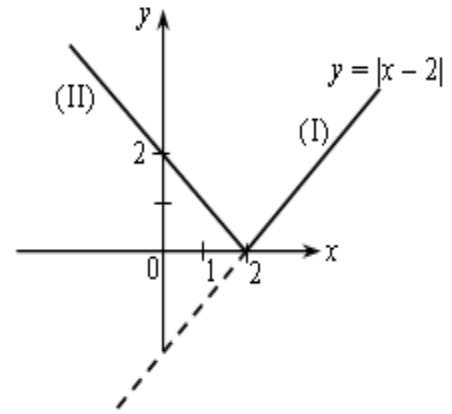


Рис. 2.

**Приклад 3.** Побудова графіка функції  $y = |f(|x|)|$ .

Щоб побудувати графік функції  $y = |f(|x|)|$ , треба спочатку побудувати графік функції  $y = f(x)$  при  $x > 0$ , потім при  $x < 0$  побудувати зображення, симетричне йому відносно осі  $OY$ , а потім на проміжках, де  $f(|x|) < 0$ , побудувати зображення, симетричне графіку  $f(|x|)$  відносно осі  $OX$ .

**Приклад 3а.** Побудувати графік функції  $y = |1 - |x||$ .

1-й спосіб:  $y = |1 - |x|| = \begin{cases} y = 1 - x, & 1 \geq x \geq 0, \\ y = 1 + x, & x > 1 \\ y = 1 + x, & -1 \leq x < 0 \\ y = 1 - x, & x < -1. \end{cases}$

2-й спосіб:

- побудувати графік функції  $y = 1 - x$ .
- відображуємо графік функції  $y = 1 - x$  відносно осі  $OY$  (при  $x = 0$ ). Отримуємо графік функції  $y = 1 - |x|$ ,
- графік функції  $y = |1 - |x||$  отримуємо із графіка функції  $y = 1 - |x|$  відображенням симетрично відносно осі  $OX$  нижньої частини графіка [2, 3].

Якщо вчитель не має можливості провести заняття в комп'ютерному класі, то програма ADVANCED GRAPHER дозволяє набрати цілу серію карток і роздрукувати їх, створюючи тим самим власну базу методичних матеріалів.

За допомогою проектора на великому екрані зручно показувати всі переміщення графіка: розтягування, стиснення, переноси вздовж координатних осей в динаміці послідовних дій.

ADVANCED GRAPHER можна використовувати і на позакласних заняттях, і під час розв'язування завдань вступних іспитів до ВНЗ, оскільки програма дозволяє будувати криві, задані параметричними рівняннями або рівняннями в полярних координатах, зображати на площині області, які є розв'язками нерівностей.

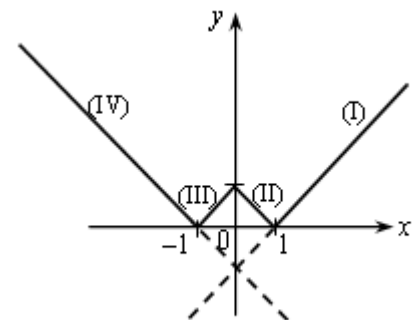


Рис.3.

*Список використаних джерел:*

1. Азевич А.І. ADVANCED GRAPHER на уроці і після нього // Математика в школі. – № 6, 2001.
2. Алгебра: Підручник для учнів 11-х класів загальноосвітніх навчальних закладів. Академічний рівень, профільний рівень. / А.Г. Мерзляк та ін. – К.: «Гімназія», 2011.
3. Бевз Г. П. Алгебра: Проб. підруч. для 7-9 кл. серед. шк. – К.: Освіта, 1996. – 303 с.
4. Горох О. Комп'ютер на уроці математики // Математика. – 2007. – №2. – С. 9-12.
5. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики: Посібник для вчителів. – К.: Техніка, 1997. – 303 с.
6. Коваленко В. Г., Тесленко І. Ф. Проблемний підхід до навчання математики. – К.: Рад. шк., 1985. – 87 с.
7. Шунда Н. М. Функції та їх графіки: Посібник для вчителів. – 2-ге вид., доп. – К.: Рад. шк., 1983. – 190 с.

**ВИВЧЕННЯ ЕЛЕМЕНТАРНОЇ ГЕОМЕТРІЇ НА ЗАСАДАХ ІДЕЙ ФУЗІОНІЗМУ**

*Роман Осауленко*

*Науковий керівник – кандидат педагогічних наук, доцент В.В. Вдовенко*

Знання та вміння з геометрії, геометрично-графічна культура та просторове мислення є сьогодні професійно значущими для багатьох сучасних спеціальностей. Геометричне освіта та просторове мислення – фундамент, який формує в сучасній людині прагнення до наочної інтерпретації складних явищ, виховує дослідника в області професійних знань.

І. Якіманська просторове мислення визначає, як вид розумової діяльності, який забезпечує створення просторових образів та оперування ними в процесі розв'язку практичних і теоретичних задач. Це складний процес, що містить в собі не тільки логічні (словесно-понятійні) операції, але й значну кількість дій, серед яких розпізнавання об'єктів, які представлені реально або зображених різними графічними засобами, створення на основі цього адекватних образів та оперування ними. У розвитку просторового мислення І. Якіманська відмічає наступні критичні точки:

- перехід від двохвимірного простору до трьохвимірного і навпаки;
- перехід від наочних зображень до умовно-символьним і навпаки;
- перехід від фіксованої точки відліку (координат), до системи, де вільно переміщується точка відліку [4].

Однією з важливих проблем побудови шкільного курсу геометрії є співвідношення двох розділів: планіметрії та стереометрії. Історично цю проблему намагалися вирішити трьома шляхами:

- вивчення планіметричного та стереометричного матеріалу відбувається послідовно;
- з найважливішими стереометричними відомостями учнів знайомлять у процесі навчання планіметрії;
- викладання планіметрії та стереометрії відбувається злито.

Ідея зближення або повного злиття планіметрії та стереометрії в школі лежить в основі фузіоністичної концепції. Саме такий підхід, на думку багатьох сучасних методистів з математики та психологів, дозволяє подолати одну з критичних точок розвитку просторового мислення, а саме – перехід від двохвимірного простору до три вимірного та у зворотному напрямку. Але, на жаль, цей напрямок, не дивлячись на значний історичний шлях, ще не розроблено повністю.

Термін фузіонізм походить від латинського слова fusio – злиття. Саме так в ХІХ столітті називали спільне викладання різних шкільних предметів, наприклад, фізики і математики, хімії та біології. Фузіонізмом також називали злите (об'єднане) викладання декількох розділів математики: алгебри і геометрії; геометрії та арифметики, нарешті, планіметрії і стереометрії.

Одна з перших згадок про злиге викладання планіметрії і стереометрії представлено в відомому плані Ж. Даламбера (Д'Аламбера). Автор повстав проти традиційного курсу, який викладався за "Началами" Евкліда, й запропонував новий підхід щодо вивчення геометрії. Новий курс носив більш практичний характер і містив елементи спільного викладу "Начал" планіметрії та стереометрії.

Особливої уваги, на думку Даламбера, заслуговують завдання на вимірювання величин (площ, об'ємів) та використання різних рухів. Основними принципами доведень повинні бути принцип накладання, метод меж і теорія пропорцій (наприклад, теорема про рівність добутку крайніх і середніх членів). Вимагаючи від курсу геометрії простоти і ясності викладу, Даламбер разом з тим підкреслював важливість чіткості та точності доведень.

План Даламбера став відомий в Росії. Він справив незабутнє враження на М. І. Лобачевського, якому дуже сподобалася ідея злитого викладання плоскої і просторової геометрії. У 1823 році ним було написаний підручник "Геометрія", який історики і математики називають одним з перших фузіоністських курсів геометрії. Книга містить наступні глави: 1. Вимірювання ліній. 2. Про кути. 3. Про перпендикуляри. 4. Вимірювання тілесних кутів. Про правильні многокутники й тіла. 5. Про рівності трикутників. 6. Про вимірювання прямокутників. 7. Про вимірювання трикутників та інших фігур (трапецій і паралелограмів.). 8. Про паралелограми. 9. Про вимірювання призм. 10. Про вимірювання пірамід і всіх тіл, обмежених площинами. 11. Вимірювання кола і площі круга. 12. Про вимірювання об'ємів циліндра та конуса, поверхонь прямого циліндра і прямого конуса. 13. Про величину об'єму і поверхні кулі [3].

У книзі розглядаються питання геометрії на площині і відразу пропонуються аналогічні твердження, що відносяться до простору. Наприклад, у другому розділі подаються коло-круг і сфера-куля. У третій – розглядається взаємне розташування площин, а в четвертій – кути між мимобіжними прямими і тілесні (многогранні) кути. Тут же представлені трикутник і тетраедр, многокутник і многогранник, правильний многокутник і правильний многогранник. Важливо зазначити, що даний курс, як підкреслено в передмові, призначений для читачів, які вже засвоїли основний шкільний курс геометрії.

Великою заслугою М.І. Лобачевського є те, що він написав не просто теоретичну статтю з викладом ідей фузіонізму, а розробив і представив єдиний фузіоністський курс геометрії. Але, на жаль, у першій половині XIX століття фузіонізм ще не був популярним в Росії, і робота М.І. Лобачевського практично залишилася непоміченою. У той же час ці ідеї були досить поширеними в Західній Європі. Цьому значною мірою сприяли дослідження французького математика Г. Монжа, зокрема, його роботи з нарисної геометрії.

У 1825 році відомий французький математик Ж. Жергонн в одній із статей відстоював необхідність злитого викладання планіметрії та стереометрії. На його думку, розподіл геометрії на плоску і просторову є неприродним, і цей розподіл негативно впливає на розумовий розвиток учнів. До речі, сучасні дослідники розвитку різних видів мислення також вважають неприродним розділення геометрії на плоску та просторову. У таблиці 1 наведено запис аналогічних тверджень, які використовував Жергонн [3].

Таблиця 1.

1. Колом називається множина всіх точок площини, однаково віддалених від даної точки, що належить цій же площині.	Сферою називається множина всіх точок простору, однаково віддалених від даної точки.
2. Навколо будь-якого трикутника можна описати коло і притому тільки одне. У будь-який трикутник можна вписати коло і до того ж тільки одне.	Навколо будь-якого тетраедра можна описати сферу і притому тільки одну. У будь-який тетраедр можна вписати сферу і притому тільки одну.
3. Многокутник називається правильним, якщо у нього рівні всі сторони і рівні всі кути.	Многогранник називається правильним, якщо всі його грані є правильними многокутниками і всі його двогранні кути рівні.

У другій половині XIX століття фузіонізмом в геометрії стали захоплюватися в Італії. Наприклад, в 1884 році вийшли "Елементи геометрії" туринського професора Р. Паолі. В цій праці чітко проведена ідея злитого викладання планіметрії і стереометрії. У передмові автор говорить про те, що багато аналогій існує між деякими плоскими і просторовими фігурами і що, вивчаючи їх окремо один від одного, ми відмовляємося бачити те, що дає повна аналогія між ними і повинні повертатися до зайвих повторень. Наприклад, у цій книзі спільно вивчається матеріал про лінійні та двогранні кути; многокутники і многогранники; коло і колу; площі і об'єми тощо.

Підтримував ідею фузінізму при викладанні геометрії й відомий математик Ф. Клейн. Він писав, що здавна було прийнято як у школі, так і в університеті спочатку вивчати геометрію площини, а вже потім, зовсім окремо, геометрію простору, але при цьому "геометрію простору часто занадто урізають, і ... здатність до просторової інтуїції, з якою учні приходять до школи, втрачається. На противагу цьому фузіоністи хочуть із самого початку одночасно трактувати площину і простір..., щоб не починати зі штучного обмеження нашого мислення двома вимірами" [2].

Наприкінці XIX століття ідеї фузіонізму стали надзвичайно популярні в Росії. У цей час у нас розпочалася одна з найрадикальніших реформ шкільної освіти. Найбільш серйозним змінам при цьому зазнав курс математики. Своєрідним підсумком руху за реформу були Всеросійські з'їзди викладачів математики.

Перший з'їзд проходив в Петербурзі з 27.12.1911 р. по 03.01.1912 р., а другий рівно через два роки в Москві. На них вперше вчителі і вчені-математики мали можливість обговорити найважливіші проблеми викладання математики в школі. Представниками були О.М. Астряб, С.А. Богомолів, Н.А. Извольський, А.Р. Кулишер, К.Ф. Лебединцев, С.І. Шохор-Троцький та багато ін.

Результати з'їздів дивують великою кількістю цікавих ідей, знахідок, вирішення проблем, багато з яких актуальні і в наші дні. Це безпосередньо стосується і зазначеної вище проблеми фузіонізму при викладанні курсу геометрії. Особливий інтерес представляє перший з'їзд, який дійшов до висновку про необхідність злиття планіметрії та стереометрії в курсі початкової геометрії, що передувє вивченню систематичного курсу, що й знайшло відображення в його резолюції. Однак було відзначено, що в основному курсі геометрії, де має відбуватися чітка систематизація навчального матеріалу, злиття курсів планіметрії і стереометрії недоцільно, оскільки це веде до порушення основоположних педагогічних принципів систематизації і послідовності навчання. Більш того, в систематичних курсах не слід змішувати різні розділи математики, наприклад, алгебру і геометрію, оскільки в таких фузіоністських курсах неможливо забезпечити послідовне і безперервне вивчення навчального матеріалу кожного з них.

Серед сучасних дослідників також є прихильники фузіоністичної ідеї викладання геометрії. Так Ю. Буличева стверджує, що 1) у старшому шкільному віці формується абстрактно-теоретичне мислення, але його розвиток не може йти у відриві від наочно-образного мислення, продукт якого – образ збагачує думку, розгляд зв'язків між плоскими і просторовими фігурами в даному віці доцільно здійснювати в двох напрямках: властивості плоских фігур вивчати на просторових об'єктах, а вивчення просторових фігур будувати на основі узагальнення досвіду з плоскими об'єктами; 2) психолого-педагогічними умовами для реалізації взаємопов'язаного вивчення властивостей плоских і просторових фігур у процесі викладання геометричного матеріалу для старшокласників є: а) збагачення свідомості учнів системою наочних і стійких уявлень просторових форм, накопичення їх геометричного досвіду, в тому числі за рахунок формування в учнів розуміння якісних відмінностей між моделлю об'єкта і самим об'єктом, між матеріальними та ідеальними моделями фігур, використання комплексу дій над різними моделями фігур: споглядання, безпосередні маніпуляції, розумові операції, б) переважання в структурі геометричної діяльності старшокласників конструктивного, інтуїтивного компонентів; це досягається за рахунок включення в геометричний матеріал конструктивних означень плоских і просторових фігур,

задач на конструювання фігури (плоскої і просторової), на моделювання геометричної ситуації, лабораторних робіт, які передбачають конструктивну діяльність з многогранниками, експериментальне вивчення паралельних проєкцій плоских і просторових фігур, виявлення умов, що обумовлюють ці проєкції, в) використання в процесі навчання аналогії, яка дозволяє переносити результати, отримані в просторі на площину і, навпаки; 3) ефективність реалізації взаємопов'язаного вивчення властивостей плоских і просторових фігур у системі викладання геометричного матеріалу полягає: а) у чіткому розумінні учнями загальних закономірностей побудови курсу геометрії, б) в усуненні дублювання при викладі навчального матеріалу, пов'язаного з вивченням властивостей плоских і просторових фігур, в) у забезпеченні ефективних програм курсу геометрії, оскільки традиційні програми властивостей плоских фігур є досить штучними, г) в обліку вікових особливостей учнів при вивченні геометричного матеріалу, наприклад, в процесі моделювання та конструювання многогранників [1].

Отже, можна зробити висновок, що використання ідей фузіонізму під час вивчення шкільної математики є доцільним, особливо в старших класах, зокрема на підсумкових уроках, та під час навчання студентів елементарної математики (зокрема її розділу – геометрії), адже більшість студентів уже мають певну геометричну базу. Сучасні комп'ютерні технології можуть служити основою для формування нового підходу при створенні методики розвитку просторового мислення учнів у процесі навчання геометрії на засадах фузіонізму, що і було втілено нами у створеному авторському курсі розвитку просторового мислення.

#### *Список використаних джерел:*

1. Бульчева Ю.В. Методика взаємозв'язаного изучения свойств плоских и пространственных фигур в системе преподавания геометрического материала в технических колледжах: Автореф. дис. ... канд. пед. наук. – Астрахань, 2006. – [Ел. ресурс] – Режим доступу: <http://www.dissercat.com/content/metodika-vzaimosvyazannogo-izucheniya-svoistv-ploskikh-i-prostranstvennykh-figur-v-sisteme-p>
2. Глейзер Г.Д. «Эрлангенская программа» Феликса Клейна и её влияние на реформирование математического образования // The teaching of mathematics. – 1999. – Vol. 2. – P. 119-129. [Електронний ресурс] – Режим доступу: <https://docs.google.com/viewer?a=v&q=cache:ZQPMQR0hZNkJ:lib.mi.sanu.ac.rs/files/journals/tm/3/tm224.pdf>
3. Методика обучения геометрии: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В.А. Гусев, В.В. Орлов, В.А. Панчишина и др. / Под ред. В.А. Гусева. – М.: Академия, 2004. – 368 с.
4. Якиманская И.С. Развитие пространственного мышления школьников: Автореф. дис. доктора психолог. наук. – М., 1980. – 16 с.– [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://www.childpsy.ru/dissertations/id/20264.php>

### **ЕЛЕМЕНТИ ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАННЯ З АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ**

*Альона Пецун*

*Науковий керівник – кандидат фізико-математичних наук, доцент Ю.В. Яременко*

Реалії сьогодення свідчать про те, що практично усі сфери життя сучасної людини зазнали суттєвих змін внаслідок впливу комп'ютерних інформаційних технологій. Сфера освіти також не виняток. Одним з найяскравіших проявів інформатизації освіти є поява нової форми навчання – дистанційної.

До появи комп'ютерів так називали заочне, кореспондентське, домашнє навчання, екстернат, – форми, для яких характерне навчання на відстані. У сучасному сенсі дистанційне навчання – це освітній процес, у якому значна частина викладання здійснюється

викладачем (або групою викладачів), віддаленим у просторі і/або у часі від учня (групи учнів) [4].

Дистанційне навчання передбачає активний обмін інформацією між учнями і викладачем та учнів між собою при максимальному використанні сучасні засобів інформаційних та телекомунікаційних технологій.

Основними передумовами дистанційного навчання є [2]:

- значне поширення засобів комп'ютерної техніки серед населення;
- зниження вартості послуг на підключення та використання глобальної мережі Інтернет, її ресурсів та сервісів;
- бурхливий розвиток інформаційних технологій;
- суттєве поглиблення процесів впровадження інформаційних технологій в освітню практику;
- потреба в неперервному навчанні людини, "навчанні впродовж життя".

Найбільш поширеною формою дистанційного навчання нині є дистанційне навчання, засноване на комп'ютерних телекомунікаційних мережах із використанням мультимедійної інформації, а також із використанням комп'ютерних відео конференцій. Однак на практиці використовуються й інші, старіші форми, такі як дистанційне навчання, засноване на комп'ютерних телекомунікаційних мережах в режимі обміну файлами; дистанційне навчання, засноване на інтерактивному телебаченні; дистанційне навчання, засноване на сполученні інтерактивного телебачення і комп'ютерних телекомунікаційних мереж.

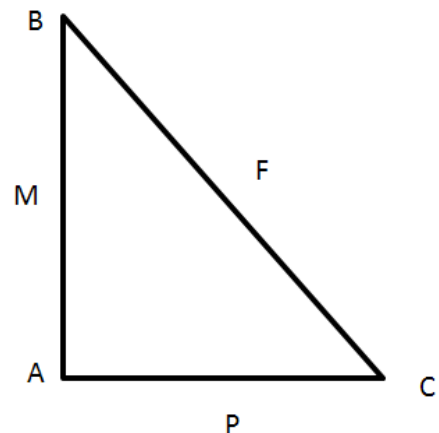
Метою даної роботи є розробка дистанційного курсу з аналітичної геометрії.

В організації вивчення курсу аналітичної геометрії доцільно використовувати наступні блоки відомостей [3]:

- ✓ мотиваційний (найближчі цілі вивчення курсу, особливості та завдання курсу аналітичної геометрії, місце і роль аналітичної геометрії серед інших математичних дисциплін);
- ✓ інформаційний (теоретичний матеріал);
- ✓ практичний (запитання і завдання до теоретичного матеріалу, приклади розв'язування задач, набір задач для самостійного розв'язування, прикладні та практичні задачі, дослідницькі задачі, завдання до задач, розподіл задач за практичними заняттями);
- ✓ контролюючий (тести для самоперевірки, індивідуальні завдання);
- ✓ довідковий (словник термінів, список літератури тощо).

Для контролюючого блоку відомостей з теми: "Елементи векторної алгебри" ми пропонуємо такий тест:

1. Дано трикутник ABC. M, F, P – середини сторін AB, BC, AC відповідно. Знайти пари рівних векторів.



1.  $\vec{AP}$  і  $\vec{MC}$ ;
  2.  $\vec{AP}$  і  $\vec{MC}$ ;  $\vec{AM}$  і  $\vec{MB}$ ;
  3.  $\vec{AP}$  і  $\vec{MC}$ ;  $\vec{AM}$  і  $\vec{MB}$ ;  $\vec{MF}$  і  $\vec{AP}$ ;
  4.  $\vec{AP}$  і  $\vec{MF}$ ;  $\vec{AM}$  і  $\vec{MB}$ ;  $\vec{MF}$  і  $\vec{AP}$ ;  $\vec{AM}$  і  $\vec{PF}$ ;
  5.  $\vec{PA}$  і  $\vec{MF}$ ;  $\vec{AM}$  і  $\vec{BM}$ ;  $\vec{MF}$  і  $\vec{AP}$ ;  $\vec{AM}$  і  $\vec{PF}$ ;
2. Вектори  $\vec{a} = \sqrt{3}\vec{p} + 2\vec{q}$  та  $\vec{b} = \sqrt{12}\vec{p} + 4\vec{q} \dots$ 
    1. Колінеарні;
    2. Рівні;
    3. Протилежні;
    4. Інший варіант \_\_\_\_\_

3. У паралелограмі ABCD  $\vec{AB} = \vec{a}$ ,  $\vec{DC} = \vec{a} - \vec{b}$ . Знайти вектор  $\vec{b}$

1. $\vec{CB}$ ;	2. $\vec{AD}$ ;	3. $\vec{AC}$ ;	4. $\vec{BA}$ ;	5. $\vec{CD}$ .
-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

4. Дано вектор  $\vec{a} = (3; -1; 2)$ ;  $\vec{b} = (7; 6; -1)$ . Знайти координати вектора  $\vec{g} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$

1. (-31; 20; -3);	2. (10; 36; 11);	3. (31; 20; 3);	4. (-10; -36; -11).
-------------------	------------------	-----------------	---------------------

6. Дано вектори  $\vec{a} = (3; -1)$ ;  $\vec{b} = (3 - \alpha; 9 + \alpha)$ . При якому значенні  $\alpha$  ці вектори колінеарні?

1. 6;	2. 0;	3. -6;	4. 2.
-------	-------	--------	-------

7. Дано вектор  $\vec{b} = (3; -1; -2)$  Знайти координати одиничного вектора співнаправленого з вектором  $\vec{b}$ .

1. $(\frac{3}{\sqrt{14}}; \frac{-1}{\sqrt{14}}; \frac{-2}{\sqrt{14}})$ ;	3. $(3\sqrt{6}; -\sqrt{6}; -2\sqrt{6})$ ;
2. $(\frac{3}{\sqrt{6}}; \frac{-1}{\sqrt{6}}; \frac{-2}{\sqrt{6}})$ ;	4. $(3\sqrt{14}; -\sqrt{14}; -2\sqrt{14})$ ;

8. Дано вектори  $\vec{a} = (4; -2; 5)$ ;  $\vec{b} = (-1; 3; -4)$  Знайти косинус кута між ними.

1. 1;	2. -1;	3. 0,5;	4. 0.
-------	--------	---------	-------

9. Знайти модуль вектора  $|\vec{AB} + \vec{BC}|$ , якщо  $\vec{AB} = (2; 4; 1)$ ,  $\vec{BC} = (5; 3; -2)$ .

1. $3\sqrt{22}$ ;	2. $\sqrt{11}$ ;	3. $\sqrt{33}$ ;	4. $3\sqrt{11}$ .
-------------------	------------------	------------------	-------------------

10. Перша координата вектора рівна 5,  $|\vec{a}| = \sqrt{34}$ . Знайти другу координату вектора.

1. 3;	2. -3;	3. 59;	4. 4.
-------	--------	--------	-------

11. На площині дані вектори  $\vec{a} = (2; -1; 1)$ ,  $\vec{b} = (-3; 1; 5)$ . Обчисліть  $(\vec{a} - \vec{b})(\vec{a} + \vec{b})$ .

1. -26;	2. -27;	3. -28;	4. -29.
---------	---------	---------	---------

Важливим в організації дистанційного навчання є надання диференційованої допомоги студенту. Це можливо реалізувати, якщо варіювати детальність викладення теоретичного матеріалу, рівень його наукової строгості. Для здійснення диференційованого дистанційного навчання аналітичної геометрії для студентів, що розпочинають курс, необхідно провести анкетування з метою встановлення цілей, які студент переслідує, вивчаючи курс, домінуючих мотивів його навчальної діяльності, рівня базових знань з математики та елементів аналітичної геометрії, наявного досвіду розв'язування задач з курсу аналітичної геометрії, рівня самостійності студента, стилю навчально-пізнавальної діяльності.

#### Список використаних джерел:

1. Вассалатій Ю.В. Організація самостійної роботи у профільній школі (матеріали спецкурсу): навчальний посібник студентів фізико-математичного факультету спеціальності «Математика\*» - Кіровоград: Видавництво «Код», 2012. - 278 с.
2. Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики: навчальний посібник/ В.В.Корольський, Т.Г. Крамаренко, С.О. Семеріков, С.В. Шокалюк; науковий редактор академії АПН України, д.пед.н., проф. М.І.Жалдак. – Кривий ріг: Книжкове видавництво Киреевського, 2009. – 324 с.
3. Коломієць О.М. Елементи дистанційного навчання аналітичної геометрії. //Didactics of mathematics: Problems and Investigations. – Issue # 24. – 2005. – P.111-115. – [Електронний ресурс.] – Режим доступу: [http://www.nbuv.gov.ua/portal/Soc\\_Gum/Dmpd/2005\\_24/\\_24/111-115%2024\\_2005.pdf](http://www.nbuv.gov.ua/portal/Soc_Gum/Dmpd/2005_24/_24/111-115%2024_2005.pdf)
4. Морзе Н.В. Методика навчання інформатики: Навч. посібник: У 4-х частинах /За ред. акад. М.І.Жалдака. – Ч.1: Загальна методика навчання інформатики. – К.: Навчальна книга, 2003. – 254 с.

## **ФОРМУВАННЯ ЛОГІЧНОГО МИСЛЕННЯ В УЧНІВ З ВИКОРИСТАННЯМ РІЗНИХ СПОСОБІВ ДОВЕДЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ТВЕРДЖЕНЬ**

*Лілія Полока*

*Науковий керівник – доктор технічних наук, професор З.Ю.Філер*

Одним з основних завдань, що стоять перед сучасною школою, є навчання учнів самостійно мислити, виховання активного ставлення до здобування знань, розвиток їх інтелектуальних і творчих здібностей.

Проблемі формування прийомів розумової, в тому числі і логічної, діяльності присвячені праці Є.М.Кабанової-Меллер, Н.О.Менчинської, В.І.Решетникова, Н.Ф.Тализіної, А.В.Усової.

Однак аналіз досвіду вчителів та власний досвід роботи під час практики вчителем математики свідчать про наявність суперечностей між необхідним рівнем логічних умінь та рівнем їх сформованості; необхідністю творчого підходу до застосування логічних умінь та формалізмом в організації навчання; наявністю індивідуальних особливостей у навчальній діяльності кожної дитини та традиційною системою викладання; необхідністю створення максимально сприятливих умов для розвитку і саморозвитку особистості учня та репродуктивним характером навчання. Розглянуті суперечності потребують розв'язання шляхом виявлення причин низького рівня розвитку логічного мислення учнів та пошуком можливостей спеціальної організації навчального процесу для їх усунення.

Доведення математичних тверджень – одне із важливих форм навчальної діяльності, що сприяє розвитку мислення учнів, особливо творчого та логічного. Доводячи твердження, учні свідомо і міцно засвоюють систему математичних знань, навичок і вмінь, набувають навичок самостійної роботи, умінь раціонально і творчо застосовувати математичні знання.

Для навчання учнів доведення математичних тверджень, залежно від новизни, яку несе для учнів дане доведення, від рівня знань і умінь учнів, від наявності часу, відведеного на вивчення розглядуваної теореми, може бути використаний один із методичних прийомів: аналіз і вивчення готових доведень, проведених учителем біля дошки або викладених у підручнику, з метою їх подальшого відтворення; самостійна побудова доведення учнями за аналогією з вивченими доведеннями; учитель (чи сильніші учні) вказують спосіб (прийом) доведення, а доведення учні проводять самостійно; самостійний пошук і проведення доведень тверджень курсу.

Проведений аналіз дозволяє виділити види задач, які сприяють розвитку умінь старшокласників доводити твердження (схема 1).



## Схема 1. Види задач, які сприяють розвитку вміння доводити



У шкільному курсі математики учні ознайомлюються з такими методами доведення: синтетичним, аналітичним, аналітико-синтетичним, методом доведення від супротивного, повної індукції, математичної індукції, методами геометричних перетворень (центральної симетрії, осової симетрії, повороту, паралельного перенесення, гомотетії і подібності), алгебраїчним методом, окремими випадками якого є векторний і координатний.

Робота вчителя, спрямована на розвиток в учнів вміння доводити твердження, передбачає вміння формування в учнів користуватися основними методами доведення, усвідомлення ними суті цих методів.

У більшості шкільних підручників і авторів наводять лише один із способів доведення теорем. Але ж доведення теоретичного факту кількома способами розвиває розумову діяльність учнів, сприяє кращому засвоєнню, повторенню попереднього матеріалу. Тому в роботі планується показати, як на прикладі однієї теореми, доводячи її різними способами, можна, по-перше, розвивати аналітичне мислення учнів, вміння застосовувати набуті знання в різних ситуаціях, знаходити оригінальні підходи до доведення теорем, а по-друге, повторити великий обсяг навчального матеріалу. Наприклад, розглянемо доведення властивості бісектриси трикутника: бісектриса трикутника ділить протилежну сторону на відрізки, пропорційні двом іншим сторонам.

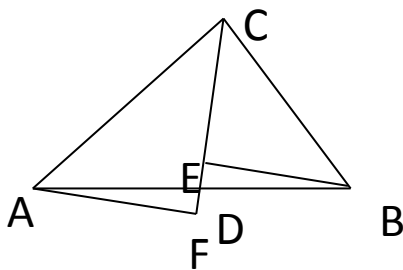


Рис. 1.

У підручнику Погорелова Геометрія 7-9 [4] пропонуються такий спосіб доведення:

**1 спосіб.** Нехай  $CD$  – бісектриса довільного трикутника  $ABC$  (Рис. 1). Опустимо з вершини  $A$  і  $B$  перпендикуляри  $AF$  і  $BE$  на пряму  $CD$ . З подібності трикутників  $ACF$  і  $BCE$  випливає пропорційність сторін  $\frac{AC}{BC} = \frac{AF}{BE}$ . Прямокутні трикутники  $ADF$  і  $BDE$  також подібні  $\frac{AF}{BE} = \frac{AD}{BD}$ . Звідси  $\frac{AC}{BC} = \frac{AD}{BD}$ .

Але теорему можна довести і іншими способами:

**2 спосіб.** Нехай  $CD$  – бісектриса. Проведемо через точку  $D$  пряму, паралельну стороні  $AC$  (Рис. 2). Тоді по теоремі Фалеса  $\frac{AD}{BD} = \frac{CF}{FB}$ . З подібності трикутників  $ABC$  і  $DBF$  маємо  $\frac{AC}{CB} = \frac{FD}{FB}$ , і так як  $CF=FD$ , то  $\frac{AC}{BC} = \frac{CF}{FB}$ . Отже,  $\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC}$  (два відношення рівні  $\frac{CF}{FB}$ ).

**3 спосіб.** За теоремою синусів: з трикутника DCB,  $\frac{DB}{\sin \alpha} = \frac{CB}{\sin \beta}$  (Рис. 2). З трикутника ACD,  $\frac{AD}{\sin \alpha} = \frac{AC}{\sin \gamma}$ .  
Оскільки  $\gamma = 180 - \beta$ , тоді  $\sin \gamma = \sin \beta$ . Звідси  $\frac{AC}{AD} = \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha}$ ;  $\frac{CB}{DB} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$ , отже  $\frac{AC}{AD} = \frac{CB}{DB}$ .

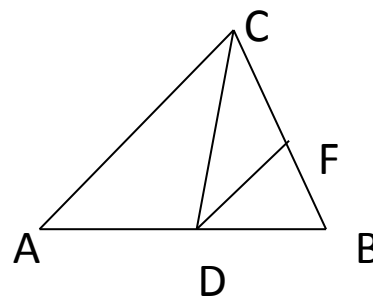


Рис. 2.

Так при цих трьох доведеннях властивості бісектриси трикутника можемо спиратися на: 1) ознаки подібності трикутників; 2) ознаки паралельних прямих; 3) теорему Фалеса; 4) теорему синусів. Тому при доведенні теореми, можна пригадати велику кількість матеріалу.

Пошуки нових способів доведень теореми спонукають учня до творчого застосування знань, умінь та навичок, виявляють варіативність його мислення, здатність самостійно орієнтуватися у нестандартній ситуації.

Тому планується уточнити методичні прийоми і форми опанування старшокласниками методів доведення, провести цілеспрямований пошук та добір способів навчання з метою підвищення рівня вмінь учнів доводити твердження і, як наслідок, підвищення рівня успішності і якості знань старшокласників. З'ясувати, які типи задач впливають на розвиток умінь старшокласників доводити твердження і якою має бути послідовність цих задач. Проаналізувати структуру інтегративного образу математичного речення у контексті використання різних способів його доведення. Розробити методику формування логічного мислення з використанням інтегративного образу математичного речення.

Планується розробити систему задач, які можна доводити декількома способами та розробити інтегративні образи до кожного з методів, дослідити змістові лінії, які використовуються при доведенні; розробити методику розвитку вмінь студентів доводити твердження, що сприятиме інтеграції навчання, активізації пізнавальної діяльності учнів, підвищенню успішності і якості їх математичної підготовки.

#### *Список використаних джерел:*

1. Серєда В.Ю. Математична логіка в шкільному курсі математики. – Київ : Радянська школа, 1984. – 144 с.
2. Кугай, Н.В. Розвиток умінь старшокласників доводити твердження у процесі вивчення алгебри та початків аналізу: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / Бєвз Валентина Григорівна ; Національний педагогічний ун-т ім. М.П. Драгоманова. – К., 2007. – 17 с.
3. Далінгер В.А. Обучения учащихся доказательству теорем. – Омск: ОДПІ, 1990. – 127 с.
4. Погорелов О.В. Геометрія: Підручник для 7-11 кл. серед. шк. – К. Освіта, 1993. – 351с.

### **РОЗВИТОК ДОСЛІДНИЦЬКИХ ЗДІБНОСТЕЙ УЧНІВ ПРИ ВИВЧЕННІ АСТРОНОМІЇ**

*Тарас Полтавець*

*Науковий керівник – кандидат фізико-математичних наук, доцент  
О.В.Волчанський*

Астрономічні знання – один з найважливіших компонентів наукової картини світу. Втім, астрономія істотно відрізняється від інших галузей природознавства: в її основі лежить спостереження. В той час, як фізик чи хімік можуть штучно створювати умови дослідження, і з'ясувати, як зміна цих умов впливає на перебіг досліджуваного процесу, астроному залишається лише констатувати факти. Однак це не зменшує значення астрономії для формування наукового світогляду школярів.

Залишаючись фундаментальною наукою, сучасна астрономія, має величезне прикладне значення і безпосередньо пов'язана з науково-технічним прогресом людства.

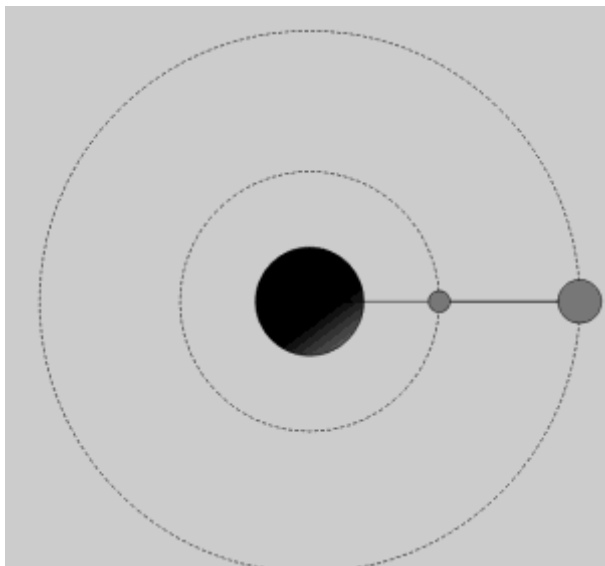
Необхідність початкової астрономічної освіти учнів середніх навчальних закладів визнається всіма сучасними педагогами і вченими-методистами [1, 2].

Зміст навчання повинен відповідати розвитку сучасного природничого стилю мислення учнів, формуванню в них наукового світогляду й відповідної наукової картини світу, розвитку їх творчих здібностей, підвищенню їх культурного й освітнього рівня, надавати можливість виробляти практичні вміння й навички, необхідні в повсякденному житті та в подальшому навчанні. В основі вивчення астрономії в школі повинен лежати матеріал, засвоєння якого буде забезпечувати формування основних понять про Всесвіт, ролі людини і людства у Всесвіті, фізичних процесах і явищах, впливі космічних процесів, тіл і явищ на виникнення і перебіг процесів і явищ в літосфері, гідросфері й атмосфері Землі та їх вплив на земну біосферу та розвиток людства, виникнення і розвиток життя й розуму на Землі та у Всесвіті.

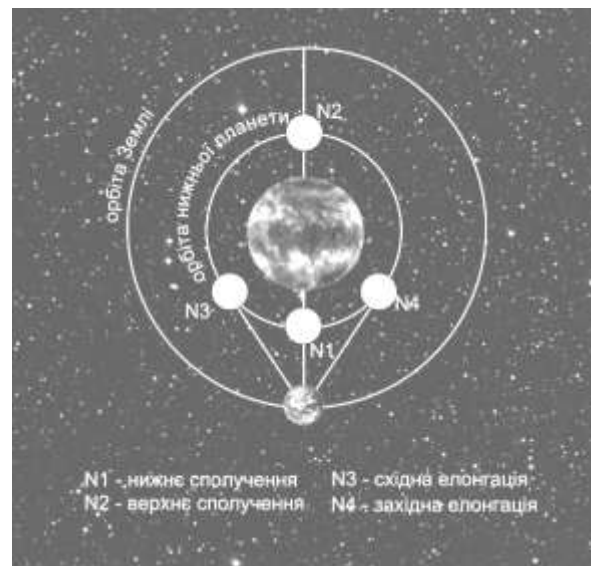
Робота написана на основі аналізу наукової і науково-методичної літератури з різних аспектів викладання астрономії у ЗНЗ не лише нашої держави, а й інших держав. В ній розглянуто загальній окремі питання викладання астрономії в середній школі.

Навчати учнів астрономії стає складною задачею, адже в більшості класів на рік заплановано лише 17 годин астрономії. Тому вчитель повинен давати великий обсяг матеріалу за обмежений час. Актуальним є питання підвищення інтенсивності викладання навчального матеріалу та покращення сприйняття його учнями. З цією метою нами розроблено програмний продукт, який можна використовувати при вивченні розділу «Небесна механіка». Продукт потребує лише наявності комп'ютера, за допомогою якого вчитель може наочно показати матеріал на прикладі навчальної моделі, інтенсифікуючи вивчення. У дипломній роботі детально викладена методика вивчення деяких розділів курсу астрономії, наводяться різні варіанти поурочного планування курсу, інструкції до проведення деяких уроків та відповідного до них програмного засобу.

Нижче подано фрагмент опису розробленого програмного забезпечення.



Мал. 1



Мал. 2

*Фрагмент вікна роботи розробленого програмного засобу.*

На мал.1 зображено модель руху планет. Натискаючи кнопку «Старт» головного вікна програми, учні та вчитель спостерігають рух 2 планет навколо Сонця. При проходженні певних положень, відкладаються позначення, що відповідають деяким явищам. Дана модель наочно показує періоди обертання планети (справжній та видимий) навколо Сонця, вказує на їх відмінність за значенням, а також конфігурації планет. Проходячи через певні положення програма зупиняється, для того щоб вчитель міг пояснити явище яке відбулось, і після натиснення кнопки «Продовжити» програма продовжує свою роботу.

Ця модель за декілька секунд моделює явища, які тривають роки, з її використанням учні краще вникають в суть цих явищ. Розглянуті динамічні моделі конфігурацій планет можна узагальнити на об'єднаній схемі поданій в одній з розроблених презентацій (мал.2).

Продукт написаний мовою програмування Python з використанням графічного модуля Qt і скомпільований. Це робить його незалежним від стороннього програмного забезпечення, він легко поміщається на флеш-накопичувач і не потребує інсталювання. На даному етапі програмний засіб вдосконалюється, розширюється його функціонал. Також розроблено інші моделі та електронні презентації.

Із досвіду використання засобу можемо зробити висновок, що реалізація такого підходу покращує усвідомлення учнями досліджуваних явищ, полегшує викладання вчителю, а також інтенсифікує процес вивчення астрономії за відведений програмою час.

#### *Список використаних джерел:*

1. Румянцев А.Ю. «Методика преподавания астрономии в средней школе: Курс лекций по методике преподавания астрономии для учителей физики и астрономии и студентов физико-математических факультетов педагогических вузов». – Магнитогорск: МаГУ, 2005. – 575 с.
2. Методика преподавания астрономии в средней школе: Пособие для учителя / Б.А. Воронцов-Вельяминов, М.М. Дагаев, А.В. Засов и др. – М.: Просвещение, 1985. – 240 с.
3. Климишин И.А. «Астрономия». – Львів: «Світ», 1993. – 384 с.

### **ОРГАНІЗАЦІЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ МАЙБУТНІХ ВЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ В УМОВАХ ЗАСТОСУВАННЯ ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАННЯ**

*Юлія Потерайко*

*Науковий керівник – доктор педагогічних наук, професор В.А. Кушнір*

Сучасна система освіти має бути спрямована не тільки на здобуття нових знань, але і, внаслідок постійного швидкого їхнього оновлення, формувати у студентів потребу у неперервному самостійному оволодінні знаннями, вміннями і навичками самоосвіти, а також самостійний і творчий підхід до знань протягом всього активного життя. Цим вимогам відповідає дистанційна форма навчання – нова організація освітнього процесу, що базується на принципі самостійного навчання студента та заснована на використанні сучасних ІКТ. Дистанційне навчання зараз проникає у всі ланки освіти починаючи зі старшої школи. Зокрема, за допомогою дистанційного навчання можна організувати самостійну роботу або ж контроль за початковою діяльністю студентів.

Незважаючи на значну кількість досліджень, присвячених самостійній роботі, проблема її організації у студентів вищих навчальних закладах в умовах дистанційного навчання майже не розглядалась. Так, у теорії і практиці мають місце великі розходження, пов'язані з трактуванням ключового поняття – «самостійна робота студентів». Не розкриті достатньою мірою зв'язки і відношення між метою організації самостійної роботи студентів вищого навчального закладу і способами її реалізації, не розроблені практичні рекомендації з організації самостійної роботи студентів в умовах дистанційного навчання.

Недостатньо уваги приділено теоретико-методологічним засадам розвитку дистанційного навчання, філософському, історико-педагогічному аспектам зарубіжного досвіду, специфіці розвитку предметно-орієнтовної компетентності вчителів, принципам та методам дистанційного навчання.

**Постановка завдання.** У зв'язку з цим, мета нашого дослідження полягає у розробці методики використання можливостей дистанційного навчання для організації самостійної роботи студентів.

**Виклад основного матеріалу.** Самостійна робота студента є основною формою опанування навчального матеріалу у час, вільний від обов'язкових занять. Вона повинна бути спрямована на систематизацію, поглиблення та закріплення отриманих знань, умінь

шляхом самостійного вивчення посібників нормативної та законодавчої літератури, розв'язання ситуаційних та проблемних задач, виконання практичних завдань, курсових та дипломних проєктів тощо.

Значну допомогу в організації самостійної роботи студентів можуть надати комп'ютерні засоби навчання. Однак, як зазначає З.І.Слепкань: “Запровадження нових інформаційних технологій навчання не повинно бути самоціллю. Воно має бути педагогічно виправданим, розглядатись передусім з погляду педагогічних переваг, які воно може забезпечити порівняно з традиційною методикою навчання” [5, 99].

Самостійна робота студентів – це сукупність різноманітних навчальних прийомів і дій, за допомогою яких вони самостійно закріплюють і поглиблюють раніше набуті теоретичні знання, практичні навички й уміння, а також оволодівають новими [2, с.344].

Сучасні підходи до самостійної роботи студентів як до провідної, а у найближчому майбутньому й основної форми навчання, в умовах інформаційного суспільства вимагають розробки нового змісту, принципів, методів, форм і засобів реалізації процесу організації самостійної роботи студентів.

Встановлено, що в реальних умовах досить часто застосовуються такі методи і прийоми самостійної роботи, які призводять до зниження мотивації самостійної навчальної діяльності, гальмуючи розвиток у студента уміння самостійно виконувати навчальні дії, зменшуючи можливість самостійного переходу від постановки навчального завдання до адекватної навчальної дії, від навчальної дії до відповідного їй самоконтролю і самооцінки. Отже, проблема організації самостійної роботи студентів постає реальним практичним завданням, яке потребує вирішення, а необхідність розробки комплексу завдань, спрямованих на підвищення ефективності цього процесу, вимагає перебудови організації навчально-виховного процесу, орієнтованого на досягнення цієї мети засобами дистанційного навчання.

Організацію самостійної роботи студентів можна здійснити за допомогою розробки спеціальних курсів, метою яких є підвищення якості навчальних умінь студентів [1].

Відповідно до навчального плану та чинної програми з лінійної алгебри на самостійну роботу студента відведено майже 45% бюджетного часу. В умовах такого скорочення аудиторних годин на вивчення дисциплін необхідно розширити питання про самостійне вивчення деяких тем. Відбір матеріалу для самостійного опрацювання студентами проводився на основі наступних принципів:

- доступність для самостійного вивчення;
- зв'язок матеріалу з тематикою практикуму;
- готовність студентів до самостійного пошуку при їхній зацікавленості тематикою;
- наявність у студентів мотиваційного настрою вивчення теми через її необхідність, корисність, значущість тощо.

Враховуючи вищенаведене, нами запропоновано такі питання для самостійного опрацювання:

- операції над матрицями;
- обчислення визначників методом зниження порядку;
- розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь методом оберненої матриці;
- метод Жордана-Гаусса.

У процесі організації аудиторної та самостійної роботи студента необхідно поєднувати репродуктивну та продуктивну роботу за такими принципами:

- постановка перед студентом пізнавального чи практичного завдання;
- повторення студентом вивченого раніше матеріалу, набуття нових знань, узагальнення знань;
- виконання роботи відповідно до плану на основі теоретичних та практичних знань, умінь та навичок, самоперевірка та аналіз отриманого результату;
- контроль викладача за виконанням завдання, аналіз та коригуючий вплив за необхідністю;

- презентація студентом результатів своєї роботи.

Для вирішення вищезазначених завдань для студентів був розроблений дистанційний курс з Лінійної алгебри (<http://m2.kspu.kg.ua/>). Дистанційний курс передбачає індивідуалізований процес передавання і засвоєння знань, умінь, навичок і способів пізнавальної діяльності студента, який відбувається за опосередкованої взаємодії віддалених один від одного учасників навчання у спеціалізованому середовищі, створеному на основі сучасних інформаційно-комунікаційних технологій. Доступ до курсу здійснюється в режимі on-line через мережу Інтернет. Курс розроблений у спеціалізованому програмному середовищі Moodle, що є платформою підтримки дистанційного навчання або e-learning платформою.

До складу дистанційного курсу входять: питання для опрацювання, вправи, задачі, тестові завдання, індивідуальні завдання, термінологічний словник, довідкова інформація, список літератури.

#### **Приклади тестових завдань:**

**Питання 1:** Перемножити матриці:  $\begin{vmatrix} 3 & -4 & 2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{vmatrix}$

*Варіанти відповіді:*

- 1) Правильної відповіді немає;      2) 8;      3) 5;      4) 0;      5) 4.

**Питання 2:** Знайдіть лінійну комбінацію  $C = 3A - 4B$ , матриць  $A$  і  $B$ , якщо:

$$A = \begin{vmatrix} 2 & -7 \\ 3 & 1 \\ 0 & 8 \end{vmatrix}, \quad B = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}.$$

*Варіанти відповіді:*

- 1) Неможливо утворити лінійну комбінацію матриць  $A$  і  $B$ ;      2)  $C=0$ ;      3)  $C = \begin{vmatrix} 7 & 5 \\ -6 & 3 \\ -8 & 0 \end{vmatrix}$ ;      4)  $C = \begin{vmatrix} -10 & -25 \\ 13 & -5 \\ 8 & 12 \end{vmatrix}$ ;      5)  $C=1$ .

**Висновки і перспективи подальших досліджень.** Самостійна робота в дистанційному курсі – це двосторонній процес діяльності тьютора (організація й управління) та студента (здобуття знань). Самостійність студента передбачає самоорганізацію діяльності; уміння самому організувати себе в процесі досягнення мети; уміння самостійно здійснювати управління своєю діяльністю (ставити мету і планувати, оцінювати й коригувати результати); уміння приймати й здійснювати рішення з корекції власних індивідуальних досягнень.

Проведені дослідження показують, що технології дистанційного навчання надають величезних можливостей для організації самостійної роботи студентів.

#### **Список використаних джерел:**

1. Вассалатій Ю.В. Організація самостійної роботи з математики у профільній школі (матеріали спецкурсу): Навчальний посібник студентів фізико-математичного факультету спеціальності 7.04020101 «Математика» - Кіровоград: Видавництво «Код», 2012. – 278 с.
2. Ягупов В.В. Педагогіка: Навч. осібник. – К.: Либідь, 2003. – 560 с.
3. Смирнова-Трибульская Е.Н. Основы формирования информатических компетентностей учителей в области ДО. Монография. – Херсон: Айлант, 2007. – 704 с.
4. Кухаренко В.М., та ін. Дистанційне навчання: умови застосування. Дистанційний курс: Навчальний посібник. 3-те вид. – Харків: НТУ «ХП», «Торсінг», 2002. – 320 с.
5. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підручник для студентів мат. спеціальностей пед. навч. закладів. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.

## ТРИЗНАЧНА ЛОГІКА ЯК ПРИКЛАД НЕКЛАСИЧНОЇ ЛОГІКИ

Євген Романенко, Володимир Євладенко

На початку ХХ ст. класична (двозначна) логіка почала піддаватися значній критиці і велася в різних напрямках. Результатом цієї критики стало дослідження цілого ряду нових розділів сучасної так званої *некласичної логіки (НЛ)* [1]. У ряді випадків виявилось, що реалізовані при цьому ідеї активно обговорювалися ще в античній і середньовічній логіці, але з часом були забуті. *НЛ* – це логічні системи, в основі яких лежить інше, ніж у класичній математичній логіці тлумачення традиційних логічних операцій: заперечення, кон'юнкції, диз'юнкції, імплікації та кванторів.

У 1908 р. голландський математик і логік Л.Брауер піддав сумніву необмежену застосовність в математичних міркуваннях класичних законів виключеного третього та подвійного заперечення, в результаті чого появилася *інтуїціоністська логіка* [2], основи якої були закладені А.Гейтінгом у 1930 р. Основний принцип інтуїціонізму: існування в математиці – це те ж саме, що *конструктивність* [3], тобто реальна можливість побудови математичного об'єкту. Опираючись на цей принцип, була розроблена *конструктивна логіка (КЛ)*. В *КЛ* дослідження обмежуються лише конструктивними об'єктами, існування яких вважається доведеним тільки тоді, коли вказується спосіб потенційно здійсненої побудови цих об'єктів. Основи *КЛ* були закладені в роботах Брауера, Гейтінга, Колмогорова, а за останні півстоліття вона успішно розвивається математичною школою Маркова та його учнями.

Ще у 1912 р. американський логік і філософ К.Льюїс звернув увагу на так звані «парадокси імплікації», характерні для формального аналога умовного висловлення у класичній логіці – матеріальної імплікації. Він розробив першу некласичну теорію логічного слідування, в основі якої лежало поняття *строкої імплікації*. Остання вільна від так званих парадоксів матеріальної імплікації: «з хибності випливає все що завгодно», «істина випливає з чого завгодно». На рубежі 20-х рр. ХХ ст. К.Льюїсом і Я.Лукасевичем були побудовані перші в сучасній логіці *модальні логіки* [4], які розглядали поняття *необхідності, можливості, випадковості* і т.п. Тим самим була відроджена тема модальностей, якою активно займалися ще Арістотель і середньовічні логіки. У цей же час почала складатися також *багатозначна логіка*, в якій висловлення є не тільки істинними чи хибними, але можуть приймати й інші істиннісні значення.

Легко просліджується зв'язок модальної логіки з *багатозначною логікою (БЛ)* [5], оскільки самою простою системою модальної логіки є *тризначна логіка*. Більшість систем модальної логіки тісно пов'язані також із *імовірнісною логікою* [6].

*Алетична логіка* – розглядає міркування, до складу яких входять модальні поняття типу: «*необхідно*», «*можливо*», «*випадково*» та їх різновиди.

*Аксіологічна логіка* (логіка оцінок) – має справу з поняттями типу: «гірше», «добре», «краще», «погано», «байдуже» тощо.

Близькими до модальних логік є *деонтична логіка (ДЛ)* [7] – логіка норм, в якій вводяться додатково оператори «*обов'язково*», «*дозволено*» і «*заборонено*», а також *часова логіка* (темпоральна), яка описує логічні зв'язки висловлювань про минуле, сучасне та майбутнє, одним з початкових операторів якої є оператор «*буде випадок, що...*».

Окремим розділом модальної логіки є *епістемічна логіка*, в якій розглядаються міркування, що включають поняття «*спростовано*», «*нерозв'язано*». «*доведено*», «*сумнівається*» та вивчаються модальності типу «*знаю*», «*вірю*», «*маю сумнів*» і відповідні вирази «*хтось знає, що...*», «*хтось вірить, що...*», «*хтось має сумнів у тому, що...*».

*Тризначна логіка (ТЛ)* – це логіка, яка поряд з висловленнями  $A$  і  $\bar{A}$  допускає третю можливість – невідомо,  $A$  або  $\bar{A}$ . Першою системою *ТЛ* є логіка, розроблена у 1920 р. Я.Лукасевичем. В ролі третього значення істинності судження він ввів значення, що

виражається словами «*можливо*», «*нейтрально*». Таке значення висловлення розглядалось ще в аристотелівській логіці як наближення до істинності або хибності в міру виявлення їх відповідності реальній ситуації.

В тризначному численні Бочвара змінні, якими позначаються висловлення, можуть приймати значення «*істинне*», «*хибне*» і «*нісенітниця*». В тризначній логіці Кліні в ролі третього значення істинності використовуються слова «*не визначено*», «*невідомо*», «*не істотно*». Пізніше Лукасевич запропонував *чотирьохзначну і багатозначну логіку (БЛ)*, на базі яких були детально розроблені *k-значні логіки* [5]. В багатозначній логіці значенням істинності висловлення може бути будь-яке дійсне число в проміжку від 0 до 1. Значення істинності в *БЛ* може розглядатися як імовірність правильності твердження. Висловлення, які завжди набувають значення 1, є тавтологіями цієї логіки. Незалежно від Лукасевича у 1921 р. систему багатозначної логіки побудував і Е.Пост.

Прикладом багатозначної логіки є *імовірнісна логіка (ІЛ)* [6], яка досліджує висловлення, що приймають не тільки два значення істинності (0 і 1), а множину степенів їх правдоподібності, тобто істиннісні значення висловлення містяться в проміжку від 1 до 0. Оскільки в *ІЛ* аналізуються висловлення, що приймають більше двох істиннісних значень, вона є одним із видів багатозначної логіки. Все, що знаходиться між істиною і хибністю, називається в імовірнісній логіці *гіпотезою (припущенням)*. А оскільки як в природничих, так і суспільних науках, у виробничій практиці та житті гіпотези займають важливе місце, то стає очевидним значення *ІЛ*.

Будуючи й досліджуючи різного роду кібернетичні моделі [7], також часто стикаються з неklasичними логіками. Так, наприклад, при прогнозуванні й діагностиці використовують деякі різновиди модальної логіки, при дослідженні роботи керуючих пристроїв – різні форми *часових логік, логіку запитань і відповідей* тощо.

Починаючи з 60-х років ХХ ст. американський вчений Л.Заде – автор теорії так званих *нечітких підмножин*, заклав основи *нечіткої логіки (НЛ)*, як одного з напрямів *неокласичної логіки* (новітньої неklasичної логіки). Її практичне призначення – дослідження проблем штучного інтелекту. Некласичні логіки не усувають класичну, вони вказують ряд напрямів, які розробляють нові проблеми логіки і відшуковують нові засоби і методи логічних досліджень, шляхи практичного застосування сучасної математичної логіки в науці і техніці.

Зіставлення основних ідей, що лежать у фундаменті двозначної класичної логіки, з одного боку, і різних гілок неklasичної логіки – з іншого, дозволяє ясніше зрозуміти загальні принципи підходу сучасної логіки до вивчення людського мислення.

Далі викладемо основи *тризначної логіки*, яка є окремим випадком *k-значної логіки*.

*K-значна логіка* ( $k > 2$ ) вводиться як узагальнення двозначної логіки. В цій логіці логічна функція може приймати не два значення (0 і 1), а  $k$  значень – від 0 до  $k-1$ . При цьому слід звернути увагу на дві обставини:

1) в  $k$ -значних логіках зберігаються багато властивостей і результатів, які мають місце в двозначній логіці (алгебри висловлювань);

2) в  $k$ -значних логіках мається цілий ряд положень (тверджень), які виявляють їх принципову відмінність від двозначної логіки. У зв'язку з цим деякі задачі не мають такого повного розв'язання як в алгебрі логіки, а інші задачі зовсім не допускають розв'язку.

Тризначна логіка, як частковий випадок  $k$ -значної логіки (при  $k=3$ ), є найпростішим розширенням бінарної логіки. Логічна змінна в ній може приймати три значення істинності: *істина*, *хибна*, *не визначена*, для яких використовують декілька варіантів позначень логічних констант, в результаті чого можна розглядати різні варіанти викладу тризначної логіки:

	1 варіант	2-й варіант	3-й варіант
Істина	1	1	2
Не визначено	1/2	0	1
Хибна	0	-1	0



Як відомо з комбінаторики, в  $k$ -значній логіці число різних наборів значень логічних змінних  $x_1, x_2, \dots, x_n$  рівне  $k^n$ , а число всіх функцій  $k$ -значної логіки, що залежать від  $n$  змінних рівне  $k^{k^n}$ . Це надзвичайно велике число, а тому переглянути і вивчити всі функції від  $n$  змінних реально неможливо. Уже в тризначній логіці ( $k = 3$ ) число різних функцій тільки від двох змінних ( $n=2$ ) дорівнює  $3^9 = 19683$ , детальне вивчення яких практично неможливе на відміну від 16 булевих функцій двох змінних. Тому в тризначній логіці зупинимось тільки на деяких основних (елементарних) функціях (операціях) від двох змінних, близьких до відповідних операцій алгебри висловлень.

В алгебрі висловлювань використовують п'ять логічних операцій: диз'юнкція, кон'юнкція, імплікація, еквівалентність і заперечення. Імплікація і заперечення в тризначній логіці означаються так, що коли аргументи приймають значення із множини  $\{0,1\}$ , то їхні значення співпадають із класичними їх означеннями (в двозначній логіці). Коли ж аргументи беруться із множини  $\{0, 1/2, 1\}$ , то ці операції довизначаються наступним чином (за Лукасевичем):

$$(1 \rightarrow 1/2) = (1/2 \rightarrow 0) = 1/2; (0 \rightarrow 1/2) = (1/2 \rightarrow 1/2) = (1/2 \rightarrow 1) = 1; \neg(1/2) = 1/2; \quad (a)$$

В двозначній логіці операції диз'юнкції, кон'юнкції і еквівалентності виражаються через імплікацію і заперечення, виходячи з таких рівносильностей:

$$A \vee B \equiv (A \rightarrow B) \rightarrow B; A \wedge B \equiv \neg(\neg A) \vee (\neg B); A \sim B \equiv (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A); \quad (б)$$

Це дає можливість за допомогою формул (а) спочатку задати таблицю диз'юнкції, користуючись першою із формул (б), а потім, користуючись наступними формулами із (б), задати таблиці кон'юнкції і еквівалентності. Відповідні таблиці вказаних логічних операцій в тризначній логіці мають вигляд:

$\neg$		$\wedge$				$\rightarrow$				$\vee$				$\sim$			
Заперечення		Кон'юнкція				Імплікація				Диз'юнкція				Еквіваленція			
A	$\neg A$	A\B	1	1/2	0	A\B	1	1/2	0	A\B	1	1/2	0	A\B	1	1/2	0
1	0	1	1	1/2	0	1	1	1/2	0	1	1	1	1	1	1	1/2	0
1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	0	1/2	1	1	1/2	1/2	1	1/2	1/2	1/2	1/2	1	1/2
0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1/2	0	0	0	1/2	1

В наведених таблицях аргументи логічних операцій (крім заперечення) знаходяться в першій колонці і верхньому рядку, а їх значення істинності – на перетині відповідної колонки і рядка.

Як відомо, в двійковій логіці мають місце рівносильності:

$$A \vee B \equiv A + B + A \wedge B \quad (1) \quad \text{та} \quad \neg A \equiv A + 1 \quad (2)$$

де операція  $+$  – сума за модулем два, а  $A, B$  – логічні змінні, які приймають значення із множини  $\{0,1\}$ . Якщо операції сума за модулем два і кон'юнкція задані, то на рівносильності (1) і (2) можна дивитися як на формули, за допомогою яких дається означення диз'юнкції і заперечення.

Важливою властивістю тризначних логік є те, що всі вони являють собою розширення класичної двозначної логіки в тому плані, що коли допустити, що логічні змінні не приймають третього значення істинності (1/2), то семантика формул в тризначній логіці така ж, як і в двозначній.

По аналогії з булевою алгеброю на множині  $\{0,1, 1/2\}$  можна ввести нову алгебру тризначної логіки з трьома операціями  $\vee, \wedge, \neg$ , таблиці істинності яких наведені вище.

Виходячи з таблиць істинності легко доводяться наступні закони тризначної логіки:

1. Комутативність:  $x_1 \vee x_2 \equiv x_2 \vee x_1$ ;  $x_1 \wedge x_2 \equiv x_2 \wedge x_1$ .
2. Асоціативність:  $x_1 \vee x_2 \vee x_3 \equiv x_1 \vee (x_2 \vee x_3)$ ;  $x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \equiv x_1 \wedge (x_2 \wedge x_3)$ .
3. Відсутність степенів тільки у випадку непарного числа співмножників:  
 $x \wedge x \wedge x \equiv x$ ;  $(\neg x) \wedge (\neg x) \wedge (\neg x) \equiv \neg x$ .
4. Відсутність коефіцієнтів при непарному числу доданків:  
 $x \vee x \vee x \equiv x$ ;  $(\neg x) (\neg x) (\neg x) \equiv \neg x$ .
5. Закон потрійного заперечення (аналог закону подвійного заперечення в булевій алгебрі):  $\neg(\neg(\neg(x))) \equiv x$ .

6. Аналог закону виключеного третього аристотелівської логіки:

$$x \vee (\neg x) \vee (\neg(\neg x)) \equiv 1/2.$$

7. Аналог закону несуперечливості класичної логіки:

$$x \wedge (\neg x) \wedge (\neg(\neg x)) \equiv 0.$$

8. Закони де Моргана:  $\neg(x1 \vee x2) \equiv (\neg x1) \wedge (\neg x2)$ ;  $\neg(x1 \wedge x2) \equiv (\neg x1) \vee (\neg x2)$ .

9. Операції з нулем і одиницею:

$$x \vee 0 \equiv x; x \wedge 1 \equiv x; x \vee 1/2 \equiv 1/2; x \wedge 0 \equiv 0; x \wedge 1/2 \equiv \neg(\neg(x \vee 1)).$$

Але закони поглинання в тризначній логіці уже не виконуються, тобто:

$$(A \vee (\neg A)) \wedge B \neq B; (A \wedge (\neg A)) \vee B \neq B.$$

Якщо в ролі логічних констант тризначної логіки вибрати такі (третій із вказаних вище варіантів): **2 (істина), 1 (не визначено), 0 (хибна)**, то в цій тризначній логіці основними є такі логічні операції (функції):

a1) додавання за модулем 3:  $(A+B)(\text{мод.}3)=A \oplus B$ ;

a2) множення за модулем 3:  $(A * B)(\text{мод.}3)=A \otimes B$  без врахування переносів;

a3) функція Вебба:  $A | B = (\max.(A,B) + 1)(\text{мод.}3)=(A \vee B) \oplus 1$ ;

a4) циклічне заперечення:  $\vec{A} = (A \oplus 1)(\text{мод.}3)$ ;

a5) диз'юнкція і кон'юнкція визначаються так:  $A \vee B = \max.(A,B)$ ;  $A \wedge B = \min.(A,B)$ .

a6) інверсія (заперечення):

x	0	1	2
$\neg x$	2	1	0

Функціонально повними у вказаній тризначній логіці будуть такі системи функцій:

1) система Поста: диз'юнкція та циклічне заперечення.

2) система Россера і Тьюкетта: характеристичні функції, диз'юнкція, кон'юнкція та логічні константи.

3) система Вебба: містить єдину функцію Вебба.

На відміну від бінарної логіки в тризначній логіці  $A \rightarrow B \neq (\neg A \vee B)$ . А тому ні один із наборів: {штрих Шиффера}, {стрілка Пірса}, { $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ } не буде функціонально повним в тризначній логіці (на відміну від бінарної логіки).

Відмітимо також, що будь-яка функція тризначної логіки може бути представлена у вигляді диз'юнкції характеристичних кон'юнкцій, яка називається тризначною диз'юнктивною досконалою нормальною формою (ТДДНФ), а також у формі кон'юнкцій характеристичних диз'юнкцій, яка носить назву тризначної кон'юнктивної досконалої нормльної форми (ТКДНФ).

В роботі дається короткий аналіз основних напрямків розвитку сучасної неklasичної логіки, зокрема k-значної логіки. Викладені основи тризначної логіки, яка є розширенням класичної двозначної логіки і є окремим випадком k-значної логіки. Розглядаються основні логічні операції тризначної логіки від двох логічних змінних, близькі до відповідних операцій алгебри висловлень. Доводяться основні закони (рівносильності) тризначної логіки і порівнюються з відповідними законами двозначної логіки. Виділяються функціонально повні системи у тризначній логіці.

#### Список використаних джерел:

1. Зиновьев А.А. Неклассическая логика. – М.: Наука, 1970.
2. Гейтинг А. Интуиционизм. Введение. – М.: Наука, 1965.
3. Марков А.А. О конструктивной математике. //Труды математического института им. В.А.Стеклова АН СССР. – М.: АН СССР, 1962, т. 67.
4. Кондаков Н.И. Логический словарь. – М.: Наука, 1971.
5. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. – М.: Наука, 1979.
6. Яглом А.М., Яглом И.М. Вероятность и информация. – М.: Наука, 1957.
7. Энциклопедия кибернетики. – К.: ГР УРЕ, 1973, т.1.

## МАТЕМАТИЧНИЙ ПАКЕТ MAPLE – ПОМІЧНИК ПРИ РОЗВ’ЯЗУВАННІ ДІОФАНТОВИХ РІВНЯНЬ

*Іван Тимофієнко*

*Науковий керівник – кандидат фізико-математичних наук, доцент О. М. Вороний*

Діофантові рівняння є одним із найцікавіших розділів математики – алгебри і теорії чисел. На жаль, шкільною програмою з математики не передбачено вивчення задач такого типу. Проте ці рівняння займають чільне місце на олімпіадах з математики (всіх етапів і в різних класах), математичних турнірах та інших інтелектуальних змаганнях. Крім цього, діофантовим рівнянням приділяють увагу на засіданнях математичних гуртків, на факультативних заняттях з математики, а також у науково-дослідницькій роботі учнів (студентів).

Дана стаття присвячена можливостям, які надає математичний пакет MAPLE при розв’язуванні різних типів діофантових рівнянь, та яким чином їх можна використовувати у навчальному процесі.

Першим кроком при вивченні діофантових рівнянь є, зазвичай, рівняння першого степеня з двома невідомими  $ax+by=c$ , де  $a, b, c$  – цілі числа. Такі рівняння почали розглядати математики ще в V столітті. Пізніше над ними працювали відомі математики Баше, Роль, Ейлер, Лагранж. Ці рівняння є повністю розв’язні. Якщо  $(x_0, y_0)$  – деякий розв’язок, то всі розв’язки можна знайти за формулами:  $x = x_0 + bk, y = y_0 - ak, k \in Z$ . Частинний розв’язок  $(x_0, y_0)$  можна знайти, застосовуючи ланцюгові дроби чи НСД, або іншими способами. Їх також можна розв’язувати, використовуючи вбудовану функцію пакету MAPLE – **isolve**, котра розв’язує рівняння в цілих числах і наводить рекурентні формули.

Проте більший інтерес викликають діофантові рівняння вищих степенів, над якими і зараз ведуться дослідження.

Другим кроком є діофантові рівняння другого степеня з двома невідомими

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey = f, \quad (1)$$

де  $a, b, c, d, e, f$  – цілі числа. Цей тип рівнянь був повністю розв’язаний не так давно – у XIX столітті. Основними способами їх розв’язування, які доступні школярам, є спосіб розкладання на множники лівої частини рівняння за умови, що його права частина – ціле число, та спосіб локалізації [1].

Якщо  $a = c = 0$ , то рівняння можна записати у вигляді

$$(bx + e)(by + d) = bf + ed. \quad (2)$$

У випадку, коли  $b = 0$ , рівняння (1), за певних умов, можна подати так:

$$(Ax - By)(Ax - By) = C, \quad (3)$$

де цілі числа  $A, B, C$  виражаються через коефіцієнти рівняння. Якщо, наприклад,  $C = C_1 \cdot C_2$ , то прирівнюючи множники лівої і правої частин рівняння, дістаємо систему двох лінійних рівнянь. Таким чином отримують рівносильну сукупність систем двох рівнянь з двома невідомими. При великих коефіцієнтах, кількість можливих систем може бути значною. У цих випадках можна використати MAPLE. Функція **isolve** дозволить зразу ж відшукати необхідні розв’язки діофантового рівняння і перевірити правильність їх відшукування, а функція **solve** дозволяє швидко розв’язувати системи лінійних рівнянь, що дозволяє заощаджувати час.

Для розв’язування рівнянь

$$ax^2 + cy^2 = f, \quad (4)$$

де  $a, c, f$  – цілі додатні числа, використовують спосіб локалізації змінних. Цей спосіб розв'язання полягає у визначенні множини, на якій, і тільки на якій, можуть бути розв'язки рівняння або його компоненти. Якщо, наприклад  $x \in [n, n+k]$ , то перебираючи кожне ціле значення  $x$  з цього проміжку, дістаємо  $k$  рівнянь з одною змінною  $y$ . Цілі розв'язки цих рівнянь з відповідними значеннями  $x$  будуть розв'язками діофантового рівняння.

За певних умов, виділяючи в рівнянні (1) квадрати двочленів, його можна звести до рівняння вигляду (4).

Спосіб локалізації можна застосувати до рівняння (1), розглядаючи його як квадратне рівняння відносно однієї з змінних, вважаючи іншу змінну цілим параметром. Розв'яжемо його відносно  $y$ :

$$y = \frac{-(bx+e) \pm \sqrt{D(x)}}{2c}, \text{ де } D(x) = (bx+e)^2 - c(ax^2 + dx + f). \quad (5)$$

Очевидно, що для існування розв'язків дискримінант  $D(x)$ , який квадратним тричленом відносно змінної  $x$ :

$$D(x) = (b^2 - 4ac)x^2 + 2(be - 2cd)x + (e^2 - 4cf), \quad (6)$$

повинен бути невід'ємним. Якщо  $b^2 - 4ac < 0$ , то  $D(x) \geq 0$  для  $x \in [x_1, x_2]$ , де  $x_1$  і  $x_2$  – корені квадратного тричлена (6). Отже, ми локалізували множину значень для змінної  $x$ . Оскільки шукаються розв'язки у цілих числах, то підставляючи цілі значення  $x \in [x_1, x_2]$  в (5), дістанемо відповідні значення  $y$ . Якщо деякому цілому  $x_0$  з проміжку  $[x_1, x_2]$  відповідає ціле число  $y_0$ , то пара чисел  $x_0, y_0$  буде розв'язком рівняння (1).

Отримати розв'язок можна, використавши вище згадані функції **solve** та **isolve**, чи виконуючи звичайні проміжні обчислення.

**Приклад 1.** Розв'язати рівняння

$$42x^2 + 8xy + 15y^2 + 23x + 17y - 4915 = 0.$$

**Розв'язання:** Використаємо вище згадані міркування і засоби пакету MAPLE:

```
> unassign('x', 'y', 'z', 'i', 'd');
A:=42:
B:=8:
C:=15:
D1:=23:
E:=17:
F:=-4915:
r1:=(B^2-4*A*C)*x^2+2*(B*E-2*C*D1)*x+(E^2-4*C*F)=0;
solve(r1):
evalf(%);
```

$$r1 := -2456x^2 - 1108x + 295189 = 0$$

$$-11.19105418, 10.73991412$$

Отже, ми локалізували множину значень  $x$ . Підставимо кожне з цілих чисел, які містяться на проміжку  $[-11; 10]$ , у формулу (5) і знайдемо відповідні значення  $y$ :

```
> i:=-11:
while i<11 do
x:=i;
y:=(-(B*x+E)+sqrt((B*x+E)^2-4*C*(A*x^2+D1*x+F)))/(2*C);
if (trunc(y)-y)=0 then print('x',x,'y',y) end if;
y:=(-(B*x+E)-sqrt((B*x+E)^2-4*C*(A*x^2+D1*x+F)))/(2*C);
if (trunc(y)-y)=0 then print('x',x,'y',y) end if;
i:=i+1;
```

od:

 $x, -11, y, -1$ **Відповідь:**  $(-11; -1)$ .

Наступний випадок рівняння (1), коли  $b^2 - 4ac = 0$ , є особливим, тому що вбудована функція MAPLE вже не відшукує розв'язки. Тому необхідно використати математичний алгоритм відшукування розв'язків, де обчислення займають досить багато часу. А завдяки MAPLE, в якому можемо виконувати всі проміжні обчислення, заощадить нам час. Крім того, є можливість реалізувати алгоритм повністю в математичному пакеті, і отримати програму, що розв'язує даний тип рівнянь і виконує одразу ж перевірку.

Цікавий випадком рівняння (1) є рівняння  $x^2 - dy^2 = 1$ , за умови, що  $d \neq n^2$ . Це рівняння називають рівнянням Пелля. Над цим рівнянням працювало багато талановитих математиків. Початкова задача формулювалася так: «Если дано произвольное число, которое не является квадратом, то найдется бесконечное множество таких квадратов, что если этот квадрат умножить на данное число и к произведению прибавить единицу, то результат будет квадратом» [3]. Таким був виклик Ферма, який він зробив іншим математикам у 1657 році, зокрема англійським. Відшукування частинних розв'язків рівняння Пелля здійснюють різними способами. Один із них використовує ланцюгові дроби, які самі по собі є неймовірно цікавими. Проте розкладання чисел в ланцюговий дріб – не проста об'ємна робота, під час якої легко допустити помилку. Завдяки MAPLE можна здійснювати розкладання ірраціональних чисел у ланцюговий дріб, використовуючи функцію **numtheory[cfrac]**. Ця функція швидко розкладає число на ланцюговий дріб з заданим кроком. А функція **numtheory [nthconver]** повертає значення ланцюгового дробу (відповідно до вказаного кроку) до звичайного.

**Приклад 2.** Знайти кілька розв'язків рівняння  $x^2 - 7y^2 = 1$  у цілих числах.

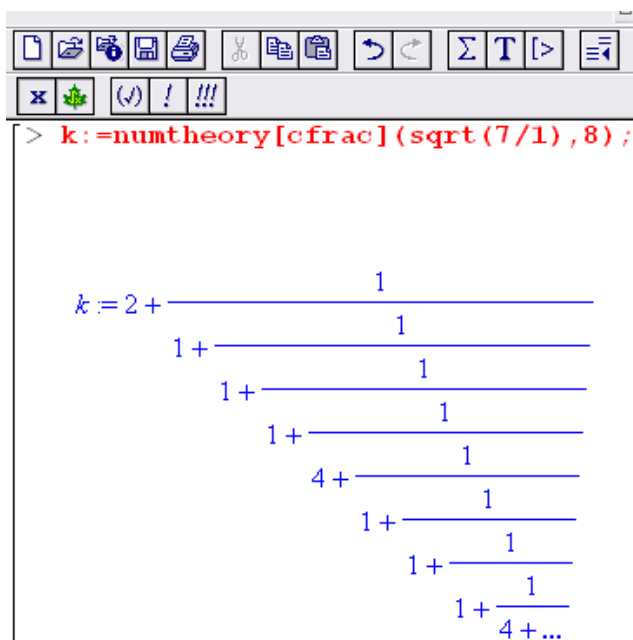


Рис. 1.

**Розв'язання:** Розкладемо  $\sqrt{7}$  у ланцюговий дріб (Рис.1), а потім обчислимо значення дробу на різних кроках, використовуючи MAPLE:

```
numtheory[nthconver](k, 2);
numtheory[nthconver](k, 3);
numtheory[nthconver](k, 4);
numtheory[nthconver](k, 5);
numtheory[nthconver](k, 6);
numtheory[nthconver](k, 7);
numtheory[nthconver](k, 8);
```

$$\frac{5}{2}; \frac{8}{3}; \frac{37}{14}; \frac{45}{17}; \frac{82}{31}; \frac{127}{48}; \frac{590}{223}.$$

Зробивши перевірку можливих розв'язків (за  $x$  приймаємо значення чисельника, за  $y$  – знаменника) встановлюємо, що:  $(8; 3)$  і  $(127; 48)$  є розв'язками рівняння.

**Відповідь:**  $(8; 3), (127; 48)$ .

Якщо говорити про діофантові рівняння вищих степенів, то загального алгоритму знаходження їх розв'язків не існує. Тому їх досліджують «індивідуально», тобто розглядається конкретне рівняння і для нього відшукуються способи розв'язання або доводиться, що воно не має розв'язків. Наприклад, для розв'язання рівняння типу  $Ax^2 + By^2 = Cz^n$  використовують комплексні числа [2, С. 243-254]. Однак алгоритми

відшукування розв'язків рівнянь  $Ax^2 + By^2 = Cz^2$  і  $Ax^2 + By^2 = Cz^3$ , хоч і схожі за міркуваннями, але різні. До того ж при відшуванні розв'язків необхідно розв'язувати діофантові рівняння менших степенів, і для заощадження часу знову корисним стане комп'ютер та математичний пакет MAPLE.

Розглянутий у статті матеріал може бути корисним вчителям математики у класах з поглибленим вивчення математики, керівникам математичних гуртків, вчителям інформатики. Зокрема, на прикладі діофантових рівнянь учням можна показати використання комп'ютера при розв'язуванні математичних задач; є стимул для вивчення різних математичних пакетів (у тому числі і MAPLE), які дозволяють значно заощаджувати час; відбувається інтеграція предмету інформатики в математику, що в результаті якісно впливає на розвиток учня, а саме – ознайомлює учня з різними методами розв'язування рівнянь та їх комбінування, дозволяє оволодіти одним із потужних математичних пакетів, розвиває мислення, підвищує мотивацію до навчання, тощо.

#### *Список використаних джерел:*

1. Вороний О.М. Готуємось до олімпіади з математики. – Х. : Вид. група «Основа», 2008. – 255 с.
2. Вибрані матеріали турнірів юних математиків України: Навчальний посібник / Укладач та загальний редактор К. В. Рабець, – Суми: СумДПУ ім. А.С.Макаренка, 2007. – 296 с.
3. Спивак А. Уравнение Пелля //Квант, 2002, №6. – С. 10-15.

### **РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РІВНЯНЬ З ЦІЛОЮ АБО ДРОБОВОЮ ЧАСТИНАМИ**

*Антоніна Черевченко*

*Науковий керівник – кандидат фізико-математичних наук, доцент О.М. Вороний*

Рівняння зі зміною під знаком цілої або дробової частин є порівняно новим видом рівнянь. Такі рівняння часто пропонують учасникам різних математичних змагань, зокрема учасникам математичних олімпіад. До введення ЗНО у деяких вузах вони пропонувались на вступних іспитах [2], [3]. Чим ці рівняння такі привабливі? По перше, тим що вони не потребують складної та громіздкої теорії, а по друге при розв'язуванні такого виду рівнянь розвиваються такі учнівські вміння: гнучкість логічного мислення, уміле застосування практичних навичок, увагу, вміння знаходити оптимальний спосіб розв'язання. Необхідно навчати учнів, які цікавляться математикою, розв'язувати рівняння з цілою або дробовою частинами. Основні способи розв'язування таких рівнянь описано в [1, с.86-122].

**Приклад 1.** Розв'язати рівняння  $[x^2 - 4x] = x - 6$ . ([3])

*Розв'язання.* За означенням цілої частини числа ліва частина рівняння є цілим числом при  $\forall x \in R$ , тому і права частина рівняння буде цілою. А це можливо лише за умови, коли  $x \in Z$ . Очевидно, що тоді і  $x^2 - 4x \in Z$ . Оскільки ціла частина цілого числа дорівнює числу, то після спрощення дістанемо рівняння

$$x^2 - 4x = x - 6 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0.$$

Дане рівняння є звичайним квадратним і має 2 розв'язки  $x_1 = 2$  і  $x_2 = 3$ .

Відповідь: 2; 3.

**Приклад 2.** Розв'язати рівняння  $\left[ \frac{x+3}{3} \right] = \frac{x-1}{2}$ .

(VII Донецька олімпіада, 1968р., 10 клас)

*Розв'язання.* Складаємо систему з цілим параметром.

$$\begin{cases} \left[ \frac{x+3}{3} \right] = k, \\ k \leq \frac{x+3}{3} < k+1, \\ k = \frac{x-1}{2}. \end{cases}$$

З третього рівняння системи виражаємо  $x$ :  $x = 2k + 1$ . (1)

Підставляємо в подвійну нерівність і знаходимо значення параметра, при яких система сумісна:

$$k \leq \frac{2k+1+3}{3} < k+1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2k+4}{3} \geq k \\ \frac{2k+4}{3} < k+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k \leq 4 \\ k > 1 \end{cases} \Rightarrow k \in \{2;3;4\}.$$

Підставляємо здобуті значення параметра в (1) і знаходимо відповідні значення  $x$ :  $x_1 = 5$ ,  $x_2 = 7$ ,  $x_3 = 9$ .

Відповідь: 5;7;9.

**Приклад 3.** Розв'язати рівняння  $x^2 - 7[x] + 10 = 0$ . ([2])

*Розв'язання.* Розв'яжемо дане рівняння двома способами: зведення до системи з цілим параметром і спосіб локалізації.

*1-й спосіб.* Використовуючи означення цілої частини, складаємо систему з цілим параметром

$$\begin{cases} [x] = k, \\ k \leq x < k+1, \\ x^2 - 7k + 10 = 0. \end{cases}$$

Знайдемо значення параметра, при яких система сумісна. Для цього з рівняння системи виражаємо  $x$ .

$$x = \pm\sqrt{7k-10}.$$

Підкореневий вираз завжди невід'ємний, то параметр  $k$  не може бути меншим за 2, а отже й  $x$  не може бути меншим за 2. Тому  $x = \sqrt{7k-10}$ . Підставляємо даний вираз у подвійну нерівність і розв'язуємо її:  $k^2 \leq 7k-10 < k^2 + 2k+1 \Leftrightarrow \begin{cases} k^2 - 7k + 10 \leq 0, \\ k^2 - 5k + 11 > 0 \end{cases} \Rightarrow k \in \{2,3,4,5\}$ .

При знайдених значеннях параметра  $k$  змінна  $x$  набуває значень 2,  $\sqrt{11}$ ,  $\sqrt{18}$ , 5

*2-й спосіб.* ОДЗ змінної  $x$  у даному рівнянні є множина всіх дійсних чисел. Оскільки рівняння має скінчену множину розв'язків, то вони належать деякому скінченному проміжку  $[a;b]$ , що є підмножиною ОДЗ. (Виділення такої підмножини ОДЗ називатимемо локалізацією ОДЗ). Для локалізації ОДЗ у рівнянні перейдемо до дробової частини, використовуючи означення дробової частини ( $\{x\} = x - [x]$ ):

$$x^2 - 7(x - \{x\}) + 10 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = -7\{x\}.$$

За властивістю дробової частини  $\{x\} \in [0;1)$  маємо

$$0 \leq \{x\} < 1 \Leftrightarrow -7 < -7\{x\} \leq 0 \Leftrightarrow -7 < x^2 - 7x + 10 \leq 0.$$

Розв'язуємо систему нерівностей і знаходимо проміжок на якому потрібно шукати розв'язки рівняння

$$\begin{cases} x^2 - 7x + 10 \leq 0, \\ x^2 - 7x + 17 > 0 \end{cases} \Rightarrow 2 \leq x \leq 5.$$

Якщо  $x \in [2;3)$ , то  $[x] = 2$ . Тому дістаємо рівняння  $x^2 - 4 = 0$ , з якого знаходимо  $x = 2$ . Аналогічним чином знаходимо розв'язки  $\sqrt{11}$ ,  $\sqrt{18}$ . Безпосередньою перевіркою встановлюємо, що 5 також є розв'язком рівняння.

Відповідь: 2,  $\sqrt{11}$ ,  $\sqrt{18}$ , 5.

Зауважимо, що локалізувати ОДЗ можна іншим способом. Для цього з рівняння системи потрібно виразити  $k$  через  $x$ :  $k = \frac{x^2 + 10}{7}$  і розв'язати подвійну нерівність:  $\frac{x^2 + 10}{7} \leq x < \frac{x^2 + 17}{7}$ .

**Приклад 4.** Розв'язати рівняння  $[x] + [2x] = 3$ . ([3])

*Розв'язання.* Позначимо  $[x] = k$ . Тоді  $[2x] = 3 - k$ . Враховуючи означення цілої частини числа, дістаємо систему двох подвійних нерівностей з цілим параметром  $k$ :

$$\begin{cases} k \leq x < k + 1 \\ 3 - k \leq 2x < 4 - k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k \leq x < k + 1, \\ \frac{3 - k}{2} \leq x < \frac{4 - k}{2}. \end{cases} \quad (2)$$

Ця система буде сумісною за умови:  $\begin{cases} k < \frac{4 - k}{2}, \\ \frac{3 - k}{2} < k + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3k < 4 \\ 3k > 1 \end{cases} \Rightarrow k = 1$ .

Підставляємо знайдене значення параметру в (2) і знаходимо значення  $x$ .

$$\begin{cases} 1 \leq x < 2, \\ \frac{3 - 1}{2} \leq x < \frac{4 - 1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq x < 2, \\ 1 \leq x < \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow x \in [1; \frac{3}{2}).$$

*Відповідь:*  $x \in [1; \frac{3}{2})$ .

**Приклад 5.** Розв'язати рівняння  $\{x\}^2 + 2\{x\} = 3x^2$ .

(ЛІІ Всеукраїнська олімпіада юних математиків, 2012 р., 9 клас)

*Розв'язання.* За властивістю дробової частини маємо

$$0 \leq \{x\} < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq \{x\}^2 < 1 \\ 0 \leq 2\{x\} < 2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq \{x\}^2 + 2\{x\} < 3 \Leftrightarrow 0 \leq 3x^2 < 3.$$

Розв'язуємо систему нерівностей

$$\begin{cases} 3x^2 \geq 0 \\ 3x^2 < 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 \geq 0 \\ x^2 < 1 \end{cases} \Rightarrow -1 < x < 1.$$

Ми локалізували ОДЗ. Тепер переходимо до пошуку розв'язків.

Якщо  $-1 < x < 0 \Rightarrow \{x\} = x + 1$  і рівняння матиме вигляд:

$$(x + 1)^2 + 2(x + 1) = 3x^2 \Rightarrow x = \frac{2 - \sqrt{10}}{2}.$$

Якщо  $0 \leq x < 1 \Rightarrow \{x\} = x$  і рівняння матиме вигляд.

$$x^2 + 2x = 3x^2 \Rightarrow x^2 = x \Rightarrow x = 0.$$

*Відповідь:*  $0, \frac{2 - \sqrt{10}}{2}$ .

**Приклад 6.** Розв'язати рівняння  $x^2 + 3x + 2 = [\cos x]$ . ([3])

*Розв'язання.* Розв'яжемо дане рівняння двома способами: графічним та способом локалізації. Почнемо зі способу локалізації. Локалізуємо ОДЗ. Оскільки  $-1 \leq [\cos x] \leq 1$ , то

$$-1 \leq x^2 + 3x + 2 \leq 1 \Rightarrow \frac{-3 - \sqrt{5}}{2} \leq x \leq \frac{-3 + \sqrt{5}}{2}.$$

Якщо  $\frac{-3 - \sqrt{5}}{2} \leq x < -\frac{\pi}{2}$ , то  $[\cos x] = -1$ . У цьому випадку дістаємо рівняння  $x^2 + 3x + 2 = -1$ , яке не має розв'язків. На проміжку  $[-\frac{\pi}{2}; \frac{-3 + \sqrt{5}}{2}]$  ціла частина  $\cos(x)$

дорівнює нулю. Розв'язуючи рівняння  $x^2 + 3x + 2 = 0$ , знаходимо два його розв'язки  $-2$  і  $-1$ , але тільки  $-1$  належить цьому проміжку, яка і є єдиним розв'язком даного рівняння.



Розглянемо графічний спосіб розв'язання. Побудуємо (Рис.1) графіки функцій  $y = x^2 + 3x + 2$  і  $y = [\cos x]$ . Абсциса  $-1$  єдиної спільної точки А цих графіків є розв'язком рівняння.

*Відповідь:*  $-1$ .

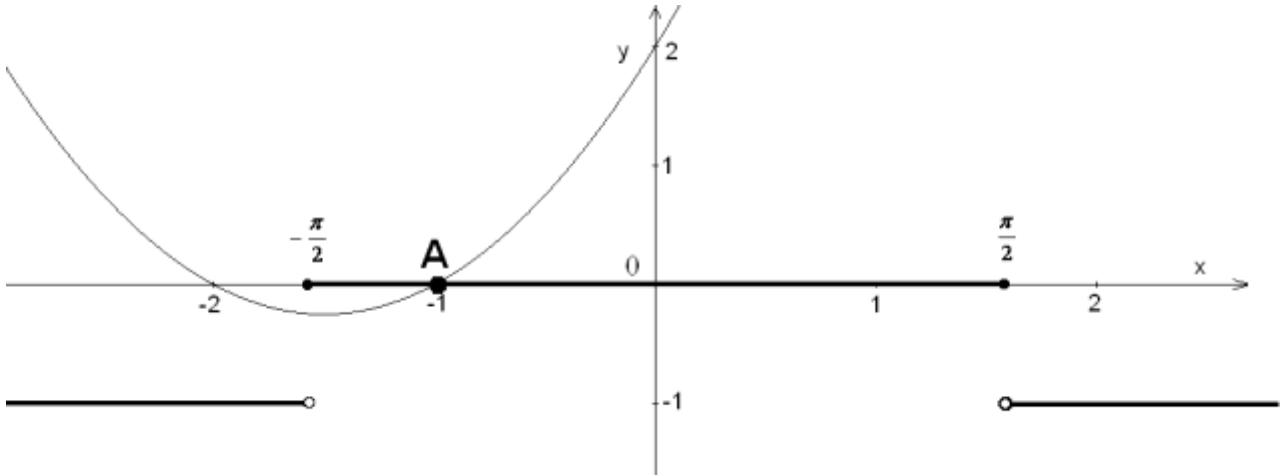


Рис. 1.

**Приклад 7.** Розв'язати рівняння  $\frac{1}{[x]^2} = \frac{1}{2|x|-1}$ . [3]

*Розв'язання.* Розв'яжемо дане рівняння графічним способом. Для цього (Рис.2) у системі координат  $xOy$  побудуємо графіки функцій  $y = [x]^2$  та  $y = 2|x|-1$  на множині

$$x = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; 0\right) \cup [1; +\infty).$$

Розв'язками рівняння є абсциси спільних точок А, В і С графіків. Абсциси перших двох точок дорівнюють відповідно  $-1$  і  $1$ . Для визначення абсциси точки С використаємо її ординату, яка дорівнює  $4$ . Точка С лежить на графіку функції  $y = 2|x|-1$  і її абсциса  $x$  додатна.

Тому  $x = \frac{5}{2}$  дістаємо з рівняння  $4 = 2x - 1$ . Знайдені розв'язки збігаються з розв'язками, які були знайдені першим способом.

*Відповідь:*  $-1, 1, \frac{5}{2}$ .

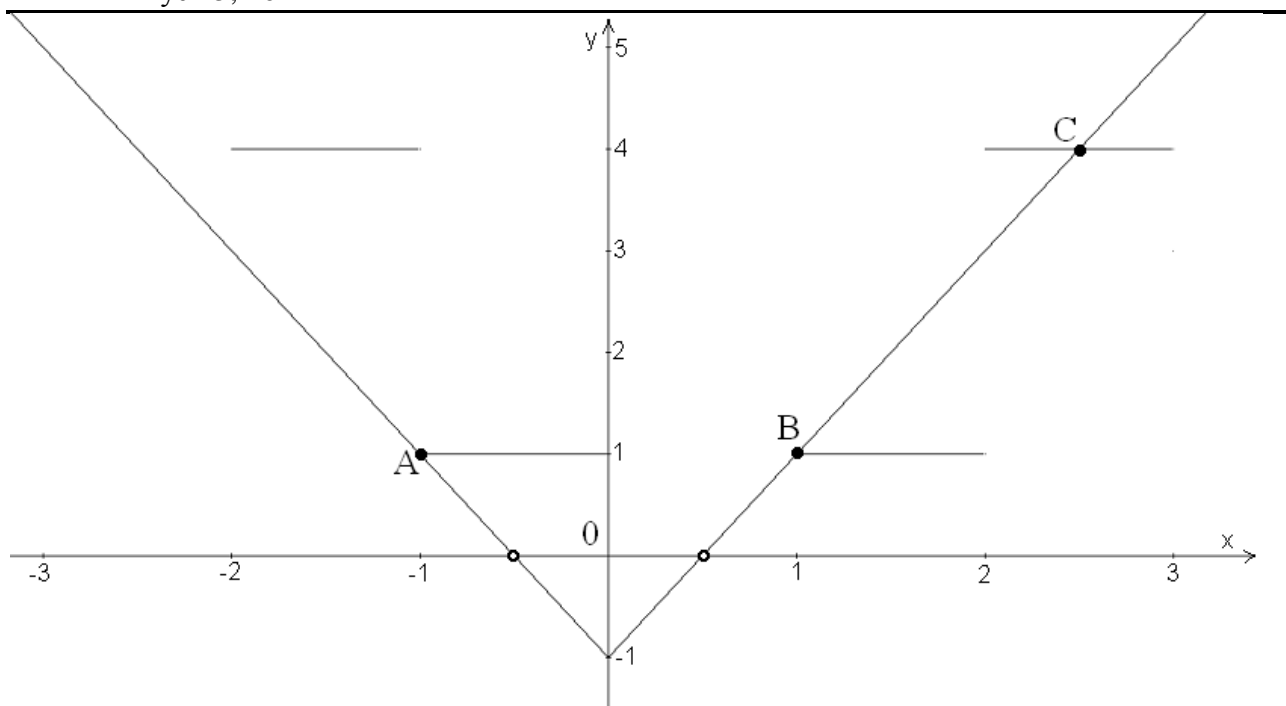


Рис. 2.

**Список використаних джерел:**

1. Вороний О.М. Готуємось до олімпіад з математики. – Харків, «Основа», 2009. –255 с.
2. Карагодова О.О., Черняк О. І. Збірник задач з математики з аналізом їх розв'язків: Посіб. для старшокласників та абітурієнтів. – К.: Т-во «Знання», КОО, 2000. – 332 с.
3. Ясінський В.В. Математика. Навчальний посібник для слухачів ІДП НТТУ «КПІ» /За ред. чл.-кор. НАН України В.С. Мельника. – К.: НТТУ «КПІ», 2004. – 400 с.

**ОРГАНІЗАЦІЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ЗАДАЧ З ВИКОРИСТАННЯМ  
ВЛАСТИВОСТЕЙ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ФУНКЦІЙ**

*Анна Чінчой*

*Науковий керівник – кандидат педагогічних наук, професор Р.Я.Різняк*

Математичні задачі є основними при вивченні курсу алгебри і математики взагалі, тому вміння їх розв'язувати є одним із основних вмінь, необхідних для набуття математичних компетентностей та розширення способів мислення учнів.

У самому загальному вигляді структуризація поля можливостей пошуку та створення алгоритму розв'язування конкретної задачі зводиться до розв'язання часткових проблем, зміст яких зазначений на схемі 1.

Наприклад, моделлю текстової математичної задачі може бути рівняння чи нерівність (система чи сукупність рівнянь чи нерівностей), або елементарна функція, яка описує відношення між елементами предметної області задачі; процес розв'язування полягає у послідовному перетворенні математичної моделі за допомогою еквівалентних перетворень до моменту її розв'язання (або повного дослідження). Трансляція отриманого розв'язку полягає у перетворенні отриманого результату на мову вихідної задачі.

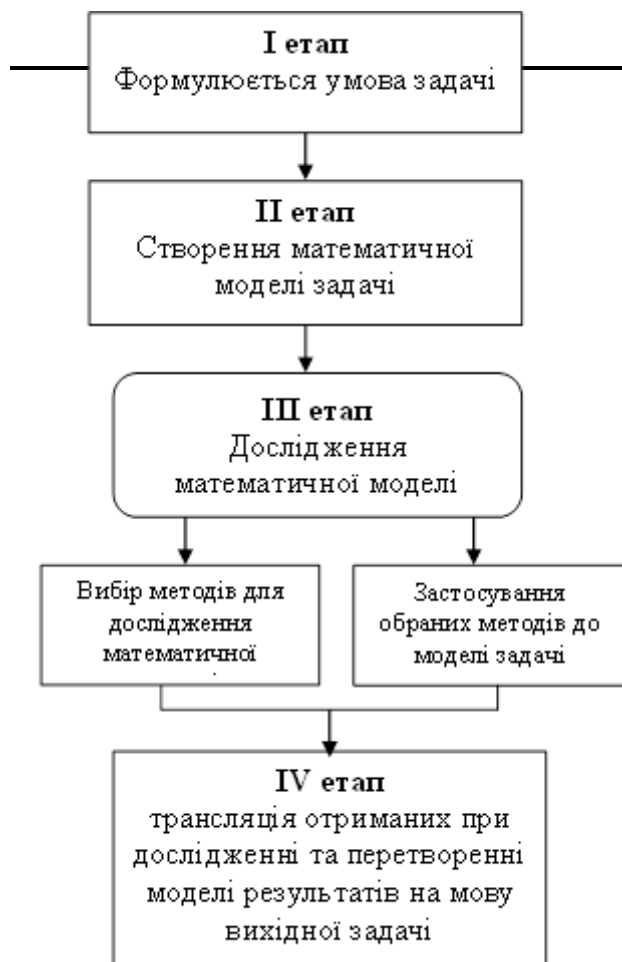


Схема 1. Етапи розв'язування задачі

функціональної лінії шкільного курсу математики на вдосконалення математичної підготовки учнів [1, 21]. Такий підхід доповнює традиційний. Запропонований нами підхід використання знань про властивості функцій та умінь дослідження цих властивостей різними способами при розв'язуванні математичних задач на основі евристичних алгоритмів має бути одним із різноманітних підходів, що сприяють формуванню умінь свідомо приймати рішення у процесі розв'язування математичних проблемних ситуацій. Наявність геометричної картини (рис. 1) дозволяє вчителю видозмінювати та трансформувати умову задачі та формувати в учнів елементи творчого та критичного мислення.

**Задача:** При яких значеннях параметра  $a$  рівняння  $4 \cdot x^2 - (3a+1) \cdot x - a - 2 = 0$  має корені, які належать відрізку  $[-1; 2]$ .

**Розв'язання: (I спосіб – аналітичний)** з постановки задачі можна виокремити такі умови  $D \geq 0$ , бо корені рівняння існують за вимогою задачі і абсциса знаходиться у межах відрізка  $[-1; 2]$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} D \geq 0 \\ f(-1) \geq 0 \\ f(2) \geq 0 \\ -1 < x_0 < 2 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} D = (3a+1)^2 + 16(a+2) \geq 0 \\ 4 + (3a+1) - a - 2 \geq 0 \\ 4 \cdot 4 - (3a+1) \cdot 2 - a - 2 \geq 0 \\ -1 < \frac{3a+1}{8} < 2 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} 9a^2 + 22a + 33 \geq 0 \\ 8a \geq -12 \\ -7a \geq -12 \\ -8 < 3a+1 < 16 \end{array} \right. ;$$

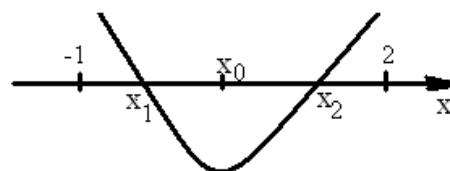


Рис.1

$$\left\{ \begin{array}{l} a \in \mathbb{R} \\ a \geq -\frac{3}{2} \\ a \leq \frac{12}{7} \\ -9 < 3a < 15 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} a \in \mathbb{R} \\ a \geq -\frac{3}{2} \\ a \leq \frac{12}{7} \\ -3 < a < 5 \end{array} \right.$$

Відповідь: при  $a \in [-\frac{3}{2}; \frac{12}{7}]$  рівняння має корені, що належать відрізьку  $[-1; 2]$ .

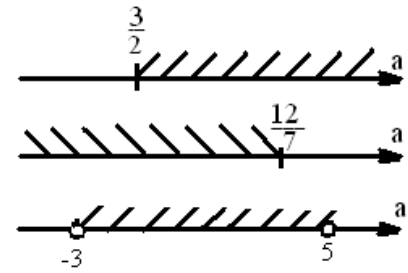


Рис. 2

**II спосіб – графічний:** Виразимо функцію  $a(x)$ .  $a = \frac{4x^2 - x - 2}{3x + 1}$

Проведемо дослідження властивостей функції та побудуємо її графік.

1. Множина значень функції:  $\mathbb{R}$

2. Нулі функції  $x = 0 \quad y = -2, y = 0 \quad x_1 = \frac{1 - \sqrt{33}}{8}, x_2 = \frac{1 + \sqrt{33}}{8}$

3. Асимптоти: Перевіримо графік функції  $a(x)$  на наявність похилих асимптот. Як відомо, похила асимптота функції  $a=a(x)$  задається формулою:  $a = kx + b$ , де

$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a(x)}{x}, b = \lim_{x \rightarrow \infty} [a(x) - kx]$ . Похила асимптота матиме вигляд  $-y = k \cdot x + b$

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}. k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - x - 2}{3x^2 + x} = \frac{4}{3}$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - kx,$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - x - 2}{3x + 1} - \frac{4}{3}x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 4x^2 - 3 \cdot x - 3 \cdot 2 - 4x(3x + 1)}{3(3x + 1)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-7 \cdot x - 3 \cdot 2}{9x + 3} = -\frac{7}{9}$$

Асимптота матиме вигляд  $-y = \frac{4}{3} \cdot x - \frac{7}{9}$ .

4. Побудуємо графік функції  $y = \frac{4x^2 - x - 2}{3x + 1}$

5. Знайдемо значення функції  $a(x)$  у точках  $x = -1$  і  $x = 2$ . Маємо:  $a(-1) = \frac{4 \cdot (-1)^2 - (-1) - 2}{3 \cdot (-1) + 1} = -\frac{3}{2}, a(2) = \frac{4 \cdot (2)^2 - 2 - 2}{3 \cdot 2 + 1} = \frac{12}{7}$ .

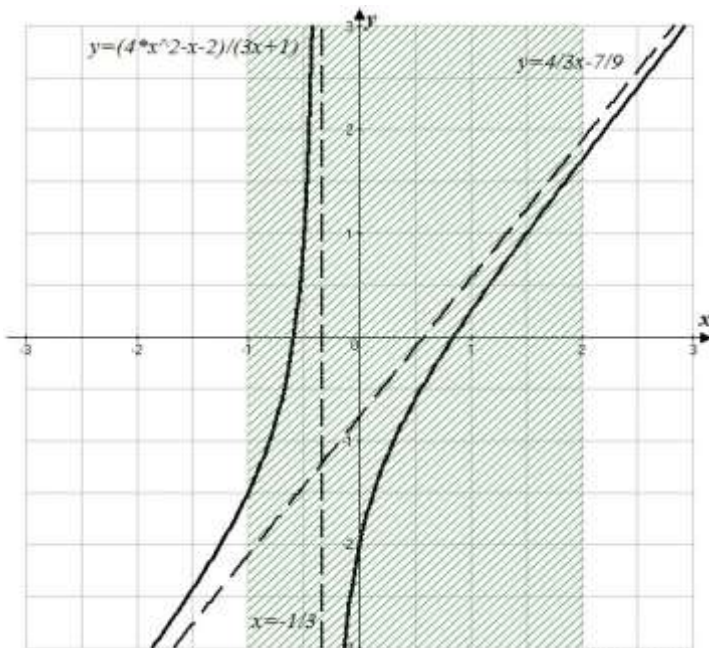


Рис. 3. Графічний розв'язок задачі

Відповідно до умови задачі корені рівняння знаходяться на відрізьку  $[-1; 2]$ , тому з рис. 3 можна з'ясувати, що при  $a \in [-\frac{3}{2}; \frac{12}{7}]$  рівняння має корені, що належать відрізьку  $[-1; 2]$ .

Відповідь: при  $a \in [-\frac{3}{2}; \frac{12}{7}]$  рівняння має корені, що належать відрізьку  $[-1; 2]$ .

Наведемо ще один спосіб розв'язування задачі. Пропонуємо скористатися прикладним комп'ютерним пакетом «Maple 15», за допомогою якого будуватимемо графік рівняння. Зауважимо, що, на нашу думку, це можна робити лише після того, як основні знання і уміння про

властивості функцій та основні способи їх використання до розв'язування математичних задач певною мірою в учнів уже сформовані.

**III спосіб:** Приклад програмного коду для розв'язання у Maple 15:

> solve((4·x<sup>2</sup> - (3·a + 1)·x - a - 2), a) виражаємо функцію  $a(x) = \frac{4x^2 - x - 2}{3x + 1}$

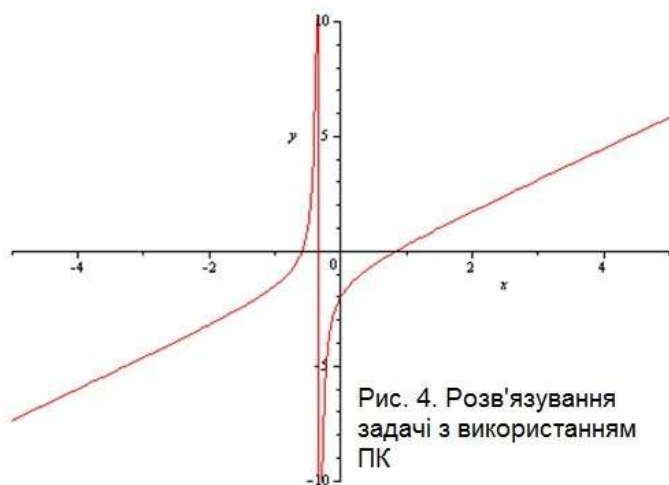


Рис. 4. Розв'язування задачі з використанням ПК

Знаходимо асимптоту

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x^2 - x - 2}{3x^2 + x} \right) = \frac{4}{3}$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x^2 - x - 2}{3x + 1} - \frac{4x}{3} \right) = -\frac{7}{9}$$

Асимптота матиме вигляд  $-y = \frac{4}{3} \cdot x - \frac{7}{9}$ .

$$\text{plot} \left( \frac{4x^2 - x - 2}{3x + 1}, x = -5..5, y = -10..10 \right)$$

$$x := -1; \quad a(-1) := \frac{4x^2 - x - 2}{3x + 1} = -\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$x := 2; \quad a(2) := \frac{4x^2 - x - 2}{3x + 1} = \frac{12}{7} \quad (2)$$

Відповідно до умови задачі корені рівняння знаходяться на відрізку  $[-1; 2]$ , тому з рис.4 і (1) і (2) можна з'ясувати, що при  $a \in [-\frac{3}{2}; \frac{12}{7}]$  рівняння має корені, що належать відрізку  $[-1; 2]$ .

Отже, наведені приклади використання властивостей функцій до розв'язування математичних задач у контексті умінь – складових процедурної компетентності учнів, тобто при розв'язанні I способом учень має проявити вміння використовувати на практиці алгоритми розв'язування типових задач, розв'язувати і передбачати процес і результат у своїй уяві, виконувати завдання від вхідних даних до передбачення вихідних; II спосіб передбачає вміння учня використовувати різні інформаційні джерела для пошуку процедур розв'язування типових задач (довідники); III спосіб ґрунтується на вмінні учня вірно обрати програму, яка полегшить процес розв'язування завдання, його ефективність і збільшить точність результатів.

#### Список використаних джерел:

1. Кушнір В.А., Кушнір Г.А., Ріжняк Р.Я. Інноваційні методи навчання математики / Науково-методичний посібник. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В.Винниченка, 2008. – 148 с.
2. Фіцула М.М. Педагогіка. Навчальний посібник для студентів вищих педагогічних закладів освіти. – Тернопіль: «Навчальна книга – Богдан», 1997. – 192 с.

## ГЕОМЕТРИЧНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

*Ірина Чопик, Володимир Євладенко*

Як відомо, центральною ідеєю сучасної математики є поняття функціональної залежності. В геометрії цю роль відіграють різні геометричні перетворення, які широко використовуються як в теоретичних дослідженнях, так і при доведенні теорем та розв'язуванні конструктивних задач, зокрема, задач на побудову за допомогою класичних інструментів – циркуля та лінійки.

В роботі дається виклад основ теорії геометричних перетворень площини, які покладені в основу теоретико-групового принципу побудови геометрії. По ходу викладу теорії геометричних перетворень вказується їх застосування при доведенні теорем та розв'язуванні задач. Що стосується застосувань геометричних перетворень в теоретичних дослідженнях, то слід відмітити, що ще в другій половині XIX ст. відомий німецький математик Ф.Клейн запропонував теоретико-груповий підхід до вивчення геометрії. За

Ф.Клейном немає єдиної геометрії, а їх існує стільки, скільки груп перетворень: геометрія групи рухів та її підгруп, геометрія подібних перетворень, афінна геометрія та геометрія групи проєктивних перетворень. Різні геометрії з теоретико-групової точки зору – це теорії інваріантів відповідних груп перетворень. Основний інваріант групи рухів – відстань між двома точками, групи подібних перетворень – відношення відстаней між двома точками, групи афінних перетворень – просте відношення трьох точок прямої, групи проєктивних перетворень – складне відношення чотирьох точок прямої. Кожна наступна геометрія включає попередню як частинний випадок.

З теоретико-групової точки зору елементарна геометрія (шкільна) вивчає геометрію групи рухів, геометрію групи подібних перетворень та частково афінну геометрію (при вивченні тих питань, де використовуються властивості паралельного проектування).

Крім теоретичних питань в роботі акцентується увага на використанні лінійних геометричних перетворень при розв'язуванні планіметричних задач на побудову за допомогою циркуля та лінійки. З цієї тематики розроблено факультативний курс, де передбачено вивчення матеріалу, суттєва частина якого детально не вивчається в шкільному курсі геометрії. Структура факультативу наступна:

1. На змістовному рівні формулюються конструктивні можливості циркуля та лінійки (відомі в теорії аксіоми циркуля та лінійки).

2. Дається перелік і пригадується план розв'язку так званих основних (найбільш простих) задач на побудову, до яких зводиться розв'язування більш складних задач: побудова на даній прямій відрізка, рівного заданому; поділ заданого відрізка навпіл; побудова кута, рівного заданому; поділ заданого кута навпіл; побудова прямої, яка проходить через задану точку паралельно заданій прямій; побудова прямої, яка проходить через задану точку і перпендикулярна до заданої прямої; поділ відрізка у заданому відношенні; побудова трикутника за його трьома елементами; побудова дотичної до заданого кола, яка проходить через задану точку.

Всі ці основні задачі на побудову розглядаються і в шкільному курсі планіметрії, а на факультативі тільки детально повторюються.

3. На прикладах пояснюється загальна (класична) схема розв'язування задач на побудову, яка складається з чотирьох етапів: аналізу, побудови, доведення та дослідження.

4. Далі пропонується розглянути такі методи розв'язування задач на побудову [1]:

- а) метод перетину фігур (метод геометричних місць точок);
- б) метод паралельного перенесення;
- в) метод обертання;
- г) метод осьової симетрії;
- д) метод гомотетії.

До кожного методу дається теоретичне обґрунтування, наводяться зразки розв'язування конкретних задач і вказується перелік задач для самостійного опрацювання.

Розв'язування конструктивних задач сприяє кращому розумінню і засвоєнню геометрії, розвитку логічного мислення, уяви, дає цікавий матеріал для дослідницької роботи учнів.

Акцентується увага на застосуванні сучасних інформаційних технологій до вивчення окремих розділів шкільної геометрії, зокрема аналізуються можливості використання педагогічного програмного засобу GRAN-2D[2], який відноситься до розряду програм динамічної геометрії та призначений для дослідження систем геометричних об'єктів на площині. Дана програма дозволяє оперувати на площині моделями геометричних об'єктів таких базових типів: *Точка*, *Лінія*, *Ламана*, *Коло*. При цьому типи *Точка* та *Лінія* діляться ще на відповідні підтипи.

Перелічені об'єкти можна створювати двома способами: або шляхом введення їх характеристик у вікні *Конструювання об'єкта*, або з екрану за допомогою мишки. Для створення об'єктів шляхом введення їх характеристик призначено послуги пункту меню *Об'єкт\Створити*. При активізації будь-якої з послуг вказаного пункту меню з'являється

вікно *Конструювання об'єкта* з вкладинкою, що відповідає типу обраного об'єкта. У вказаному вікні слід ввести параметри об'єкта, що створюється, та натиснути кнопку *Застосувати*. Після цього відповідний об'єкт буде створено і його зображення з'явиться у полі зображення.

GRAN-D зручний тим, що в будь-який момент можна зберегти створений об'єкт, а також завантажити раніше створені об'єкти та в разі необхідності вносити зміни до них. Програма дозволяє працювати в декартовій та полярній системах координат, змінювати масштаб зображення, користуватися підказками, при необхідності змінювати параметри об'єктів, обчислювати (в динаміці) відстані між точками та величини кутів.

За допомогою ППЗ GRAN-2D можна здійснювати різні геометричні перетворення площини, а саме: паралельне перенесення, поворот та деформацію об'єктів типу *Точка*, *Лінія*, *Ламана*, *Коло*. Параметри перетворення можна задавати як через введення координат вектора перенесення чи кута повороту у відповідні поля, так і графічно “з екрану”, користуючись мишкою.

Виходячи із вказаних можливостей програма GRAN-2D з успіхом використовується в процесі пошуку і розв'язування задач на побудову циркулем та лінійкою із застосуванням таких методів геометричних перетворень: метод перетину фігур (метод геометричних місць точок), метод паралельного перенесення, метод обертання, метод осової симетрії та метод гомотетії [3].

Комп'ютерна підтримка вивчення геометрії дає значний педагогічний ефект, значно спрощує процес відшукування розв'язків задач, полегшуючи, розширюючи та поглиблюючи вивчення і розуміння геометрії. Комп'ютер стає ефективним засобом навчально-виховного процесу, інструментом обробки і аналізу педагогічної інформації, інструментом управління та організації процесу навчання.

Впровадження у процес навчання нових інформаційних технологій (НІТ) відкриває нові можливості в навчанні математики, насамперед це проявляється в тому, що вони стають для учнів засобом пізнавальної діяльності (експериментування з метою перевірки своїх гіпотез, своїх розв'язків задач, порівняння з передбаченнями теорії). Це відповідає головним напрямкам оновлення змісту основних дисциплін загальноосвітньої школи – діяльністному підходу, педагогіці співробітництва, які змінюють як роль і місце вчителя в класі, так і характер пізнавальної діяльності учнів [4].

Результати досліджень можуть бути використані творчо працюючими вчителями як на уроках геометрії, так і в процесі проведення факультативних та гурткових занять, а також студентами фізико-математичних факультетів спеціальності «Математика» при вивченні вузівського курсу геометрії та методики викладання шкільного курсу геометрії.

#### **Список використаних джерел:**

1. Євладенко В.М., Паращук С.Д., Яременко Ю.В. Методичні вказівки до розв'язування задач на побудову – Кіровоград, КДПУ, 1992.
2. Жалдак М.І., Вітюк О.В. Комп'ютер на уроках геометрії: Посібник для вчителів, – К.: НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2003.
3. Овчар О. Геометричні побудови та методи розв'язування задач. (7-9кл.)//Математика. – 2006, №15.
4. Раков С.А., Олійник Т.О. Нові освітні технології у навчанні математики. – [Ел. ресурс] – Режим доступу: <http://www.pu.ac.kharkov.ua/kaphedras/mat.metodic/blok2/rozdil2,8.htm>. – 2007.

## НАБЛИЖЕНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ПЕРШОГО ПОРЯДКУ

*Олена Швець*

*Науковий керівник – доктор педагогічних наук, професор В.А. Кушнір*

При математичному моделюванні різноманітних процесів, явищ і залежностей часто доводиться мати справу з такими задачами, в яких невідомою є функція. Наприклад, для визначення закону швидкості руху за даним законом прискорення треба знайти швидкість як функцію часу з рівняння  $\dot{v}=a$ . Щоб знайти закон пройденого шляху за даним законом швидкості, треба визначити шлях як функцію часу з рівняння  $\dot{s}=at+v_0$ . Задача про закон охолодження тіла розв'язується за допомогою рівняння  $\dot{\theta}=-k(\theta-a)$ .

Отже, розглядаються рівняння, які крім незалежних величин і залежних від них шуканих функцій містять також похідні (диференціали) від невідомих функцій. Такі рівняння називають диференціальними, а знаходження невідомої функції – інтегруванням диференціального рівняння або зведенням до квадратур (тобто знаходження невідомої функції за допомогою інтегрування даних функцій).

Розробка методів інтегрування диференціальних рівнянь і дослідження властивостей їхніх розв'язків є предметом теорії диференціальних рівнянь.

Задачу визначення розв'язків диференціальних рівнянь через квадратури можна здійснити лише в окремих випадках, а для деяких простих типів диференціальних рівнянь, наприклад рівняння Ріккати,  $y' = ay^2 + bx^m$  ( $y' = \frac{dy}{dx}$ ), як довів Ж. Ліувіль, не можна визначити розв'язок через скінченне число знаків елементарних функцій та квадратур. Тому виникають задачі знаходження наближеного виразу для розв'язання диференціального рівняння.

Для досить обмежених класів диференціальних рівнянь можна дістати розв'язок в квадратурах і навіть в елементарних функціях. Тому постає важливе питання про побудову наближених розв'язків диференціальних рівнянь. Методи побудови їх з наперед заданою точністю називають наближеними методами інтегрування диференціальних рівнянь.

Теорія цих методів добре розвинена і є потужним апаратом дослідження процесів, описуваних диференціальними рівняннями, які не інтегруються в квадратурах. Вона розвивається в основному в двох напрямках: теорія аналітичних наближених методів інтегрування та теорія чисельних методів розв'язування диференціальних рівнянь.

Необхідність розв'язування диференціальних рівнянь стала одним з початкових та основних мотивів для розвитку як аналогових, так і цифрових обчислювальних машин. Чисельне рішення таких задач і зараз поглинає значну частину машинного часу, що надається сучасними ЕОМ. Мета цієї роботи – познайомити читача з чисельними та аналітичними методами розв'язання звичайних диференціальних рівнянь.

Аналітичні методи – це побудова наближених розв'язків диференціальних рівнянь із заданим ступенем точності у вигляді аналітичних виразів, тобто формул. Сюди відносять асимптотичні методи, метод послідовних наближень Пікара, метод степеневих рядів, рядів Фур'є та ін.

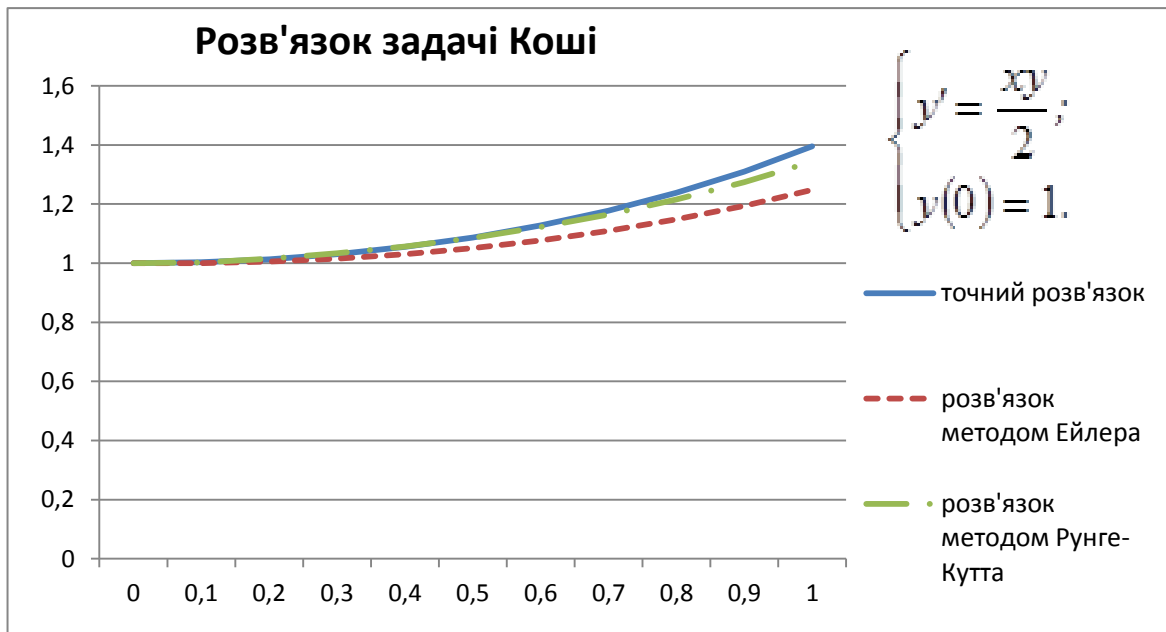
Чисельні методи інтегрування диференціальних рівнянь є основним інструментом доведення розв'язку диференціальних задач до числа. Серед них слід виділити метод ламаних Ейлера, метод Рунге-Кутта, метод Адамса, метод скінченних різниць.

Аналітичні і чисельні методи наближеного розв'язування диференціальних рівнянь органічно зв'язані, вони взаємно збагачують і доповнюють один одного. Цей взаємозв'язок дав розвиток так званому чисельно-аналітичному методу А. М. Самойленко [1].

Метою нашої роботи є ознайомлення з чисельними та аналітичними методами розв'язування звичайних диференціальних рівнянь. Об'єктом дослідження є розв'язування диференціальних рівнянь, а предметом – наближені методи їх розв'язування.



В даній роботі нами були проаналізовані основні методи наближеного розв'язування диференціальних рівнянь. Також були розв'язані приклади цими методами та графічно показано розбіжність отриманих результатів з точним розв'язком рівнянь. Ось один з них:



Щодо точності цих методів, то навіть з графіку видно, що метод Рунге-Кутта є більш точним, оскільки графік розв'язку цим методом більше наближається до точного розв'язку.

Створені програми для розв'язування диференціальних рівнянь методами Ейлера та Рунге-Кутта на мові програмування Pascal.

*Код програми для методу Ейлера:*

```

Program Ejler;
Uses Crt;
Var xn,xk,yn,h,x,y:real; i:integer;
Function f(x,y:real):real;
begin {тут прописуємо функцію f(x,y) }
  f:=(x*y)/2;
end;
Begin
  ClrScr;
  Writeln(' Розв'язання диференціального рівняння ');
  Writeln(' y`=(x*y)/2 методом Ейлера ');
  { Введення початкових даних }
  xn:=0; yn:=1; xk:=1; h:=0.1;
  { Виводимо заголовок таблиці }
  Writeln('-----');
  Writeln('| № | x | y |');
  Writeln('-----');
  { Починаємо розрахунок }
  x:=xn; y:=yn; i:=0;
  repeat
    y:=y+h*f(x,y);
    Writeln('|', i:2, '|', x:5:2, '|', y:7:4, '|');
    i:=i+1;
    x:=x+h;
  until x>=xk;
  Writeln('-----');
  Readln;
End.

```

*Код програми для методу Рунге-Кутта:*

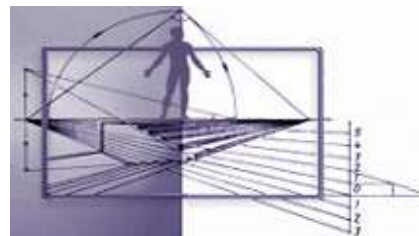
```

program runge_4;
uses crt;
var x0,x1,y0,h,k1,k2,k3,k4:real;
function fnf(x,y:real):real;
begin
  fnf:=x*y/2;
end;
procedure start;
begin
  clrscr;
  write('Введіть ліву границю проміжку інтегрування x0 = '); read(x0);
  write('Введіть праву границю проміжку інтегрування x1 = '); read(x1);
  write('Введіть початкову умову y0 = '); read(y0);
  write('Введіть крок інтегрування h = '); read(h);
  writeln('-----');
  writeln('|      X      |:34, ' |      Y      |':20);
  writeln('-----');
end;
procedure workout;
begin
  while (x0 <= x1) do
  begin
    writeln(x0:39:11,y0:20:11);
    k1:= h*fnf(x0,y0);
    k2:=h*fnf(x0 + h/2,y0 + k1/2);
    k3:= h*fnf(x0 + h/2,y0 + k2/2);
    k4:= h*fnf(x0 + h,y0 + k3);
    x0:= x0 + h;
    y0:= y0 + (k1 + 2*(k2 + k3) + k4)/6;
  end;
end;
procedure choice;
begin
  writeln;
  gotoxy( 16,23);write('Натисніть <Esc> для виходу ');
  readln;
end;
begin repeat start; workout; writeln; choice;
until readkey = #27;
end.

```

*Список використаних джерел:*

1. Шкіль М. І., Сотніченко М.А., Звичайні диференціальні рівняння. – К.:Вища шк., 1992. – 303 с.
2. Михлин С. Г., Смолицкий Х. Л., Приближенные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений. – М.: Наука, 1965. – 386 с.



## КОНТРОЛЬ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ З БІОЛОГІЇ

*Альона Андріяшевська*

*Науковий керівник – кандидат педагогічних наук, доцент Н.О.Пасічник*

Процес навчання в школі – системний, багатогранний процес, який складається з цілого ряду взаємопов'язаних елементів. Обов'язковим компонентом цього процесу є контроль знань, умінь та навичок, котрий повинен забезпечувати систематичне отримання об'єктивної інформації про хід навчально-пізнавальної діяльності учнів.

Проблема контролю завжди була актуальною для педагогічної теорії та шкільної практики. У педагогічній науці обґрунтовано і схарактеризовано сутність контролю, його види та функції (Ш. Амонашвілі, Ю. Бабанський, В. Євдокимов, Є. Перовський, Д. Румянцева, М. Фіцула, А. Хуторський, М. Ярмаченко та інші). Психологічним основам контролю присвячені роботи С. Рубінштейна, І. Зимньої, Л. Виготського та ін. Вивчалися й перевірялися форми і методи контролю, його специфіка з урахуванням конкретного предмета, віку дітей та типу навчального закладу (Н. Карапузова, О. Масалітіна, Л. Рибалко, Т. Солодка, Л. Титаренко, В. Шаталов та інші).

У навчанні контроль є найважливішою складовою частиною, оскільки він дає можливість і вчителю, і самому учню визначити якість засвоєння пройденого за певний період часу матеріалу, виявити успіхи та прогалини в навчанні; перевірити повноту знань, усвідомленість, міцність їх засвоєння, уміння їх застосовувати; привчити учнів до самоконтролю і стимулювати їх розумову активність тощо [1, с. 352]. Контроль знань учнів охоплює: перевірку – виявлення рівня знань, умінь та навичок; оцінку – вимірювання рівня знань, умінь і навичок; облік – фіксування результатів у вигляді оцінок у класному журналі, щоденнику учня, відомостях [1, с. 354].

Мета нашого дослідження – вивчити основні види контролю знань, умінь і навичок учнів з біології та експериментально апробувати тематичну контрольну роботу з визначеного предмету.

Видами оцінювання навчальних досягнень учнів з біології є поточне, тематичне, семестрове, річне оцінювання та державна підсумкова атестація. Поточне оцінювання здійснюється у процесі поурочного вивчення теми. Однією з форм поточного оцінювання є оцінювання виконання лабораторних і практичних робіт. Оцінювання практичних і лабораторних робіт з біології здійснюється на розсуд учителя і в залежності від способу виконання (демонстраційне, фронтальне, групою, індивідуальне) або у всіх учнів класу, або вибірково в окремих учнів. Тематичне оцінювання здійснюється на підставі результатів опанування учнями матеріалу теми відповідно до вимог навчальних програм. Окремий урок тематичної атестації, з метою здійснення відповідного оцінювання, не проводиться. Тематична оцінка виставляється з урахуванням поточних оцінок за різні види навчальних робіт (усних відповідей, лабораторних, практичних, самостійних, контрольних, творчих робіт) та навчальної активності школярів [5]. Обов'язковим є проведення однієї контрольної роботи в семестр.

В ході дослідження нами було розроблено та проведено тематичний контроль в формі тестових завдань, який передбачає: спрямовану перевірку основних знань з теми «Клітина» та рівня сформованості навчальних умінь. Він охоплює матеріал серії уроків і включає в себе як поточний контроль засвоєння матеріалу учнями, так і підсумковий – за всією темою, а його дані використовуються для кількісного і якісного аналізу засвоєння програмної теми. Завдання контрольної роботи спиралися не тільки на базові знання учнів, а й на вміння їх застосовувати. Тому на ряду із завданнями, які передбачають уміння учнів впізнавати

біологічні факти, поняття, терміни, властивості організмів, особливості процесів, були включені завдання, що вимагали від учнів вмінь описувати та характеризувати клітини та клітинні процеси, порівнювати й класифікувати, формулювати пояснення причинно-наслідкових зв'язків, висловлювати свою думку.

Оцінювання навчальних досягнень учнів, згідно з критеріями оцінювання дало змогу виявити, як учні засвоїли систему біологічних понять, істотні зв'язки та залежності між природними явищами й процесами.

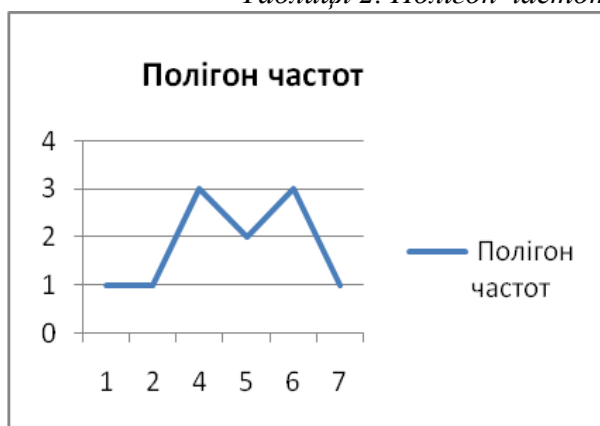
Тематичний предметний тест з біології, було проведено в Могутненській загальноосвітній школі I-III ст., в ньому взяли участь учні 10 класу. Даний тест складався з 12 завдань різних за формою тестових завдань, а саме: завдання за вибором правильної відповіді, завдання на встановлення відповідності, завдання з короткою відповіддю, завдання з розгорнутою формою відповіді.

За отриманими результатами ми провели математико-статистичну обробку даних відповідно до [2]. Основні результати статистичного аналізу наведено у таблицях 1-4.

Таблиця 1. Матриця результатів тестування

Учень	Питання										Бал
	6	9	5	7	10	4	8	12	11		
6	1	1	1	1	1	1	1	0	0	7	
1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	6	
3	0	1	1	1	1	0	1	1	0	6	
8	1	1	0	1	1	0	1	0	1	6	
2	1	1	1	1	0	1	0	0	0	5	
11	1	1	1	0	0	1	1	0	0	5	
5	0	1	0	1	1	1	0	0	0	4	
9	1	0	1	0	1	1	0	0	0	4	
10	1	1	0	1	0	0	0	1	0	4	
7	0	0	1	0	0	0	0	1	0	2	
4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
	8	8	7	7	6	5	4	3	2	50	

Таблиця 2. Полігон частот для розподілу балів та частотний розподіл балів



Кореляційний аналіз показав, що завдання № 12 має низький рівень кореляції, але його краще не видаляти з тестової контрольної роботи, так як воно розраховане на високий рівень знань, і виконують його лише сильні учні. Завдання під № 4, 5, 6, 11 виявилися некоректними, і для покращення тесту їх потрібно вдосконалити, так як рівень кореляції не є досить високим. Найкраще корелює завдання під № 9.

Аналіз значень коефіцієнта бісеріальної кореляції показує, що завдання № 8, 9, 10, 11 є валідними, тобто вдалими оскільки їх значення знаходиться в межах 0,3-0,8. На відміну від даних значень показники 4, 5, 6, 7 завдання є меншими від норми, тому дані тестові завдання

вважаються найменш вдалими, їх потрібно замінити або ж ускладнити. Для отримання більш достовірних результатів доцільно провести даний тест з більшою кількістю учнів.

Таблиця 3. Матриця коефіцієнтів кореляції завдань

	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	1	0,31053	0,149071	-0,06901	0,069007	0,149071	0,1	-0,43033	-0,55902
5	0,3105295	1	-0,03858	-0,17857	0,178571	-0,03858	0,069007	-0,13363	0,038576
6	0,1490712	-0,03858	1	-0,03858	0,038576	0,083333	-0,14907	0,288675	-0,54167
7	-0,069007	-0,17857	-0,03858	1	0,178571	0,810093	0,448543	0,356348	0,038576
8	0,0690066	0,178571	0,038576	0,178571	1	0,46291	0,31053	0,133631	-0,03858
9	0,1490712	-0,03858	0,083333	0,810093	0,46291	1	0,260875	0,288675	-0,08333
10	0,1	0,069007	-0,14907	0,448543	0,31053	0,260875	1	0,430331	-0,26087
11	-0,430331	-0,13363	0,288675	0,356348	0,133631	0,288675	0,430331	1	-0,28868
Суми	0,2783404	1,168754	1,333433	2,507401	2,371795	3,016381	2,470214	1,933699	-1,69499

Таблиця 4. Значення валідності тесту

Номер завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Валідність	-	-	-	0,239	0,069	0,1936	0,73	0,639	0,7861	0,607	0,539	0,1936

Результати апробації контрольної роботи з курсу біології в Могутненській загальноосвітній школі I-III ступенів свідчать про можливість її практичного використання для оцінювання навчальних досягнень учнів десятого класу.

#### Список використаних джерел:

1. Волкова Н.П. Педагогіка: Посібник для студентів вищих навчальних закладів. – Київ: «Академія», 2001. – 576 с.
2. Ким В.С. Тестирование учебных достижений. Монография. – Уссурийск: Издательство УГПИ, 2007. – 214 с.
3. Чельшкова М.Б. Теория и практика конструирования педагогических тестов. Учебное пособие. – М.: Логос, 2002. – 432 с.
4. Мороз І.В., Степанюк А.В., Гончар О.Д., Загальна методика навчання біології. Навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів. – К.: Либідь, 2006. – 566 с.
5. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів: Біологія. Рівень стандарту, академічний рівень. – [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://iteach.com.ua/resources/full-time-tuition/m1/vp6/school/>

### ПРИКЛАДНІ ЗАДАЧІ, ЯК ЗАСІБ ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ СТУДЕНТІВ

*Вікторія Вовкодав*

*Науковий керівник – кандидат педагогічних наук, доцент Л.І.Лутченко*

Сучасний етап розвитку освіти України характеризується активним впровадженням компетентнісного підходу до навчання, що сприяє інтеграції України в Європейський освітній простір. Якщо загальні теоретичні питання компетентнісного підходу розроблені досить ґрунтовно (О.В. Овчарук, О.І. Пометун, О.Я. Савченко, А.В. Хуторський та ін.), то реалізація його при вивченні математики тільки починає розроблятися (С.А. Раков, Н.А. Тарасенкова, В.О.Швець). Тому актуальною є проблема реалізації компетентнісного підходу при вивченні різних розділів математики. Ними обґрунтовані методичні вимоги щодо реалізації компетентнісного підходу при вивченні вищої математики; уточнено перелік предметних та міжгалузевих компетентностей, яких студенти повинні набути під час

вивчення рівнянь та нерівностей (процедурна, логічна, технологічна, дослідницька); наведені шляхи сприяння набуттю вище зазначених компетентностей [1, 4, 5].

Прикладні задачі вважаються одним з типів навчальних задач. А до основних етапів розв'язування навчальних задач методисти відносять: 1) аналіз формулювання задачі; 2) пошук плану розв'язування; 3) здійснення плану, перевірку і дослідження знайденого розв'язку; 4) обговорення (аналіз) знайденого способу розв'язування з метою з'ясування його раціональності, можливості розв'язування задачі іншим методом чи способом.

У процесі розв'язування прикладних задач здійснюється навчання студентів елементам математичного моделювання, адже найбільш відповідальним і складним етапом розв'язування прикладної задачі є побудова її математичної моделі. Реалізація цього етапу вимагає від студентів багатьох умінь: виділяти істотні фактори, що визначають досліджуване явище (процес); вибирати математичний апарат для побудови моделі; виділяти фактори, що викликають похибку при побудові моделі. Прикладні задачі можна умовно розділити на такі, у яких математична модель міститься в умові задачі та такі, розв'язання яких передбачає побудову математичної моделі. Розв'язування перших значно простіше у порівнянні з розв'язуванням неформалізованих задач та відповідно складається з таких же етапів, як і розв'язування будь-якої навчальної задачі. При розв'язування неформалізованих задач вище зазначені етапи доповнюються в зв'язку з необхідністю побудови математичної моделі. Тому до етапів розв'язування неформалізованих прикладних задач ми, вслід за Новицькою, відносимо: 1) постановку задачі; 2) переклад умов задачі на мову математики; 3) складання математичної моделі задачі; 4) пошук плану розв'язування задачі всередині моделі; 5) здійснення плану, перевірку і дослідження знайденого розв'язку в середині моделі; 6) інтерпретацію отриманого результату; 7) обговорення (аналіз) знайденого способу розв'язування з метою з'ясування його раціональності, можливості розв'язування задачі іншим методом чи способом [3].

У курсі вищої математики студенти зустрічаються із задачами на лекціях, на практичних заняттях, на засіданнях наукових гуртків, при виконанні розрахункових, самостійних, контрольних робіт, індивідуальних домашніх завдань, на іспитах тощо. У структурі задачі виділяють вимогу та умову. За змістом вимоги їх поділяють на задачі: 1) на обчислення; 2) на доведення; 3) на побудову; 4) на дослідження. Останній вид задач дуже рідко зустрічається в шкільному курсі математики, але є широко розповсюдженим у курсі вищої математики. За дидактичним призначенням задачі класифікують на: 1) задачі для мотивації; 2) задачі для створення проблемних ситуацій; 3) задачі для підведення під поняття; 4) задачі для здійснення алгоритмічного підходу; 5) задачі для опанування певним методом, прийомом; 6) задачі для контролю, корекції та оцінки знань, умінь. За ступенем складності задачі поділяють на репродуктивні; реконструктивні; задачі евристичного характеру, тобто творчі; напівалгоритмічні. Викладачу варто звернути увагу студентів на те, що розв'язання задачі будь-якої складності базується на використанні формул, ознак, правил, аксіом, теорем, властивостей, на основі яких створюється алгоритм розв'язання. Викладач, який має справу із задачами, повинен пам'ятати про етапи їх розв'язування та проводити ці етапи [2].

Окрім того, прикладні задачі повинні давати можливість студентам поряд із набуттям математичної компетентності засвоювати факти суміжних предметів, тобто бути засобом здійснення міжпредметних зв'язків, формування ключових компетентностей (перш за все навчальної). В залежності від дидактичних цілей, що ставляться вчителем, прикладні задачі можна використовувати на різних етапах уроку, наприклад, при введенні нових понять, а також в самостійній роботі учнів.

Прикладна спрямованість сприяє формуванню наукового світогляду і показує роль математики в сучасному виробництві, економіці, науці. Практична спрямованість навчання математики – це спрямованість змісту і методів навчання на розв'язування задач і вправ, на формування у школярів навичок самостійної діяльності математичного характеру. У

реальному процесі навчання прикладна і практична спрямованість звичайно функціонують спільно.

Автором розроблено систему задач прикладного характеру для навчання вищої математики студентів напряму підготовки 6.010103 Технологічна освіта, розв'язування яких сприяє формуванню мотивації навчання, посилення інтересу до вивчення математики, дає можливість переконати студентів у необхідності та практичній корисності вивчення теоретичного матеріалу, показати їм, що математичні абстракції виникають з практики життя. Розширення кола таких задач у навчанні вищої математики позитивно впливає на відношення майбутніх вчителів до вивчення математики в цілому, підвищує мотивацію учіння.

Реалізація прикладної спрямованості полягає у здійсненні дії контролю, діяльність студентів – у виконанні поставлених завдань та самоконтролю, спільна діяльність викладача та студента – у корегуванні, прогнозуванні подальшої навчальної діяльності. Систематичний контроль є необхідною умовою підвищення ефективності самостійної роботи студентів і, як наслідок, вдосконалення якості підготовки фахівців. Система контролю, розроблена за вимогами кредитно-модульної системи організації навчального процесу, передбачає модульні контрольні роботи, які проводяться у вигляді тестування. Тестові завдання, розроблені автором, розділені на три рівня: перший містить тестові завдання закритої форми з вибором однієї правильної відповіді для перевірки засвоєння основних математичних фактів, формул, понять, тощо; другий – завдання на встановлення відповідностей (логічні пари) для перевірки умінь та навичок використовувати набуті знання, третій – завдання відкритого типу, з короткою числовою відповіддю вимагає прояву математичних компетентностей студентів. Розроблена система контролю дозволяє в умовах недостатньої математичної підготовки значної частини студентів-першокурсників досягти отримання ними необхідного рівня знань вищої математики, а також привчити студентів до систематичної самостійної роботи.

Таким чином, прикладна спрямованість вивчення математики – одна з цілей математичної освіти й основа, на якій опанування учнями математичних знань, умінь та навичок їх використовувати відбувається значно ефективніше. Забезпечення прикладної спрямованості сприяє формуванню стійких мотивів до навчання взагалі й до вивчення вищої математики зокрема.

#### *Список використаних джерел:*

1. Кузьмінський А.І., Тарасенкова Н.А., Акуленко І.А. Наукові засади методичної підготовки майбутнього вчителя математики. – Черкаси: Вид. від. ЧНУ імені Богдана Хмельницького, 2009. – 320 с.
2. Новицька Л.І. Формування вмінь розв'язувати прикладні задачі в процесі вивчення математики студентами аграрного університету: Автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.02. – К, 2008.
3. Новицька Л.І. Шляхи підвищення ефективності навчання студентів розв'язувати прикладні задачі // Зб. наук. праць. – Вип. 15. – К, 2007.
4. Раков С.А. Формування математичних компетентностей вчителя математики на основі дослідницького підходу з використанням інформаційних технологій: Автореф. дис... д-ра пед. наук: 13.00.02. – К, 2005. – 47 с.
5. Тарасенкова Н.А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики. – Черкаси: “Відлуння-Плюс”, 2002. – 400 с.

## ТЕСТУВАННЯ ЯК ЗАСІБ КОНТРОЛЮ ТА ПЕРЕВІРКИ ЗАЛИШКОВИХ ЗНАНЬ ПЕРШОКУРСНИКІВ З МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

*Ольга Воронай*

*Науковий керівник – кандидат педагогічних наук, доцент Л.І.Лутченко*

Створення і застосування тестового контролю знань студентів є необхідною умовою діяльності вищих педагогічних навчальних закладів в умовах кредитно-модульної системи організації навчання. Тестовий контроль може використовуватись для актуалізації знань студентів, встановлення рівнів успішності академічних груп та окремих студентів, аналізу різних форм і методів навчання, підсумкового оцінювання та ін. Він зумовлюється передусім особливостями навчального предмету і особливостями самих студентів.

Для тестового контролю й перевірки залишкових знань з теми “Похідна та її застосування” автором був розроблений комплекс тестових завдань, апробований під час проходження асистентської практики на фізико-математичному факультеті. Метою проведення даного експерименту було перевірити якість, надійність та валідність розроблених тестів та визначити залишкові знання студентів з математичного аналізу.

Особливістю розробленого нами тесту було те, що він створений в середовищі програми MyTestX. Комп’ютерне тестування проводилося 9 лютого 2012 року. У ньому взяли участь 17 студентів 13 групи фізико-математичного факультету КДПУ імені Володимира Винниченка. На виконання тесту було відведено 80 хвилин. Кожен учасник мав змогу виконати запропонований тест за окремим комп’ютером. Учасники на складання тесту мали 3 спроби, також їм було дозволено користуватися мікрокалькулятором.

Тест містив завдання трьох різних форм (всього 30 завдань):

- ✓ *1-25 завдання* - завдання з вибором однієї правильної відповіді. До кожного завдання цієї форми подано 4-5 варіантів відповідей, серед яких лише один вірний. За виконання цієї форми можна отримати 0 балів чи 1 бал.
- ✓ *26-28 завдання* - завдання на встановлення відповідності (логічні пари). Складається з 2 колонок, біля правої містяться цифри, а біля лівої пусті клітинки, де й слід обрати відповідну цифру, щоб встановити відповідність інформації в обох колонках. Оцінюється за принципом “все або нічого”: можна отримати 0 балів чи 1 бал за все завдання в цілому.
- ✓ *29-30 завдання* - завдання відкритої форми з короткою числовою відповіддю. За виконання цієї форми можна отримати 0 балів чи 1 бал.

*Таблиця 1. Відомості про завдання тесту*

Тема тестування	Тип завдань	Кількість завдань	Частка від загальної кількості завдань
Похідна та її застосування	З вибором однієї правильної відповіді	25	83,33%
	На встановлення відповідності	3	10%
	З короткою числовою відповіддю	2	6,67%

Максимальна кількість балів, яку можна отримати, правильно розв’язавши всі завдання тесту – 30 балів.

На основі отриманих даних проводилася покрокова математично-статистична обробка результатів та були побудовані матриці результатів тестування, а для того, щоб представити емпіричні результати тестування графічно були впорядковані результати експерименту в вигляді не згрупованого (таблиця 2), ранжованого (таблиця 3) рядів та у вигляді частотного розподілу (таблиця 4) [1, 2].

*Таблиця 2. Не згрупований ряд балів учнів*

Номер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Бал	13	29	7	7	7	23	24	7	15	15	4	7	28	23	11	5	27



Таблиця 3. Ранжований ряд балів учнів

Ранг	1	2	3	3	3	3	3	8	9	10	10	12	12	14	15	16	17
Номер	11	16	3	4	5	8	12	15	1	9	10	6	14	7	17	13	2
Бал	4	5	7	7	7	7	7	11	13	15	15	23	23	24	27	28	29

Таблиця 4. Частотний розподіл балів учнів

Бал	4	5	7	11	13	15	23	24	27	28	29
Частота	1	1	5	1	1	2	2	1	1	1	1

На основі рядів частотного розподілу балів здійснили графічне представлення отриманих результатів у вигляді полігону частот та гістограми розподілу балів (Рис.1, Рис.2):



Рис.1. Полігон частот розподілу отриманих балів студентів з теми "Похідна та її застосування"

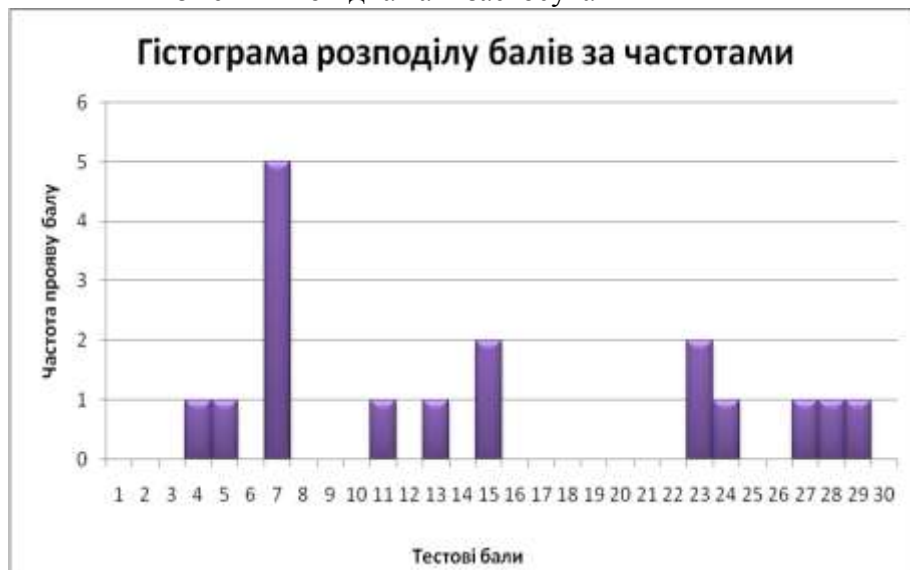


Рис.2. Гістограма розподілу результатів тестування студентів з теми "Похідна та її застосування"

Здійснюючи покрокову математично-статистичну обробку результатів тестування, отримали ряд статистичних показників тесту, які наведені нижче в таблиці 5.

Так як, за тест студенти мали змогу отримати від 0 до 30 балів, то їх ми перевели в п'ятибальну шкалу таким чином:

- до 18 балів – 2;
- від 18 до 22 балів – 3;
- від 23 до 26 балів – 4;
- від 27 до 30 балів – 5.

Таблиця 5. Статистичні показники тесту

<i>Характеристика</i>	<i>Кількісне значення характеристики</i>
Загальна кількість учасників	17 осіб
Максимально можливий бал	30 балів
Максимально набраний бал	29 балів (отримав 1 учасник)
Кількість осіб, що набрала 0-15 балів	9
Кількість осіб, що набрала 15-20 балів	2
Кількість осіб, що набрала 20-25 балів	3
Кількість осіб, що набрала 20-30 балів	3
Середній набраний бал	14, 824 бали
Середнє квадратичне відхилення	8, 939 бали
Асиметрія	0,410161 (правостороння)
Ексцес	-1,50985 (плоско вершинний розподіл)
Коефіцієнта кореляції Пірсона	0,565 (зв'язок помітний та прямий)

Внесли отримані результати до порівняльної таблиці 6 (щоб бути коректними прізвища студентів не зазначаємо):

Таблиця 6. Порівняльна таблиця за тест та екзамен

Номер учня	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Оцінка за екзамен	4	2	2	3	2	2	2	5	3	3	3	2	3	2	4
Оцінка за тест	2	2	2	2	2	4	2	5	5	4	4	2	2	2	5

На основі цих даних обчислили коефіцієнт кореляції Пірсона – щоб визначити чи існує зв'язок між оцінками за екзамен та тест – отримали значення 0,565. Отже, зв'язок існує, він помітний та прямий.

Отримані результати тестування свідчать про те, що: по-перше, тест сконструйований непогано, так як розподіл, який ми отримали унімодальний, а самі тестові завдання, виходячи з аналізу значення коефіцієнтів кореляції між завданнями (ф та точково-бісеріальної кореляції), мають високу валідність (виняток становлять лише завдання 1, 15 і 17, їх необхідно видалити чи замінити). Всі ж інші показники – середнє квадратичне відхилення, асиметрія, ексцес відмінні від нормальних показників в міру того, що в нас невелика вибірка. По-друге, розкид результатів пов'язаний з тим, що одні студенти виконали майже всі завдання, а деякі впоралися лише з самими найпростішими. Для того, щоб виявити, чим це могло бути зумовленим, був проведений додатковий аналіз – порівняння тестової та екзаменаційної оцінки даних студентів, та визначення як вони корелюють між собою. Порівнявши дані оцінки побачили, що в 8 студентів із 17 ці оцінки співпадають (при цьому позитивні оцінки були лише в двох студентів), решта ж студентів отримали оцінку вищу (6 студентів) чи нижчу (3 студенти) за свою екзаменаційну. Деякі з студентів, що отримали вищу оцінку, за екзамен мали “2”, і видно, що вони готуються до перескладання, повторюють пройдений матеріал. А ті, що отримали оцінку нижчу за екзаменаційну – по-перше, склали екзамен із другого разу, а спершу мали “2”, яку й отримали за тест, а, по-друге, керуються принципом “здав і забув”. Сам же коефіцієнт кореляції між цими двома оцінками, це лише підтвердив, що зв'язок є – він прямий та помітний.

Виходячи з вищесказаного можна рекомендувати викладачам, що читають математичний аналіз, та інші математичні дисципліни, виходячи з особливостей даного контингенту студентів, особливу увагу приділяти постійному повторенню з ними навчального матеріалу.

#### *Список використаних джерел:*

1. Ким В. С. Тестирование учебных достижений (Монография). – Уссурийск: Издательство УГПИ, 2007. – 214 с.
2. Чельшкова М. Б. Теория и практика конструирования педагогических тестов: Учебное пособие. – М.: Логос, 2002. – 432 с.

## ОСОБЛИВОСТІ РОЗРОБКИ ТА ВИКОРИСТАННЯ ПЕДАГОГІЧНИХ ТЕСТІВ З ПРИРОДНИЧИХ ДИСЦИПЛІН

*Анастасія Грабовенко*

*Науковий керівник – кандидат педагогічних наук О.В.Резіна*

Основна відмітна риса тесту від традиційної контрольної роботи, полягає в тому, що тест завжди передбачає вимір. Тому оцінка, яка виставляється за підсумками тестування, є більш об'єктивною і незалежною від можливого суб'єктивізму вчителя. Науково обгрунтоване й методично грамотно організоване тестування дає вчителю змогу досягти настільки важливий зворотній зв'язок, який забезпечує управління навчальним процесом, і буде сприяти, таким чином, підвищенню ефективності вивчення природничих наук [1].

Тести використовуються в освітньому процесі вже близько ста років. Вони являють собою короткі стандартизовані завдання за результатом виконання яких, можна судити про певні знання, уміння і навички випробуваного. У шкільному навчальному процесі тести створюються відповідно до заданих рівнів навчання і навчальних предметів, час їх виконання обмежений. Зазвичай тести розраховані на групове проведення, але вони можуть використовуватися й індивідуально [2].

В останні роки у зв'язку з проведенням в країні зовнішнього незалежного оцінювання, тестові завдання все частіше застосовуються вчителем для контролю знань, уміння і навичок учнів. У хімічній освіті можуть бути використані тестові завдання різного типу. А у біології вчителю легше виявити прогалини під час звичайної контрольної роботи або усного спілкування, але у зв'язку з впровадженням зовнішнього незалежного оцінювання, на уроках біології все частіше використовується тестовий контроль [3].

Актуальність статті обумовлена широким використанням в даний час тестів і тестових завдань для виявлення результатів навчання на усіх рівнях управління освітою, що пояснюється об'єктивними причинами, пов'язаними з модернізацією і зміною цілей освіти, появою такого поняття як моніторинг якості освіти. У статті зроблено спробу визначити принципи добору змісту тестових завдань з природничих дисциплін, розробити тестовий контроль на тему «Різноманітність органічних речовин» курсу хімії.

При розробці тестів з природничих дисциплін, кожен автор намагається підібрати свою систему тестових завдань, внаслідок чого може виявитися кілька різних тестів, з неоднаковим охопленням навчальних тем, з неоднаковою кількістю завдань, і з різними балами тестованих. Кращим тестом є той, у якого зміст ширше і він охоплює більш глибокі рівні знань. Такий зміст визначається з опорою на ряд педагогічних принципів:

- 1) розробки змісту тесту – відповідність змісту тесту, цілям тестування;
- 2) визначення значимості знань, що перевіряються – необхідність включення в тест лише найважливіших елементів навчальної програми;
- 3) взаємозв'язок змісту і форми – з'єднання змісту завдань з найбільш придатною для них формою. Одночасно форма є способом існування та збереження змісту завдання;
- 4) змістовна правильність тестових завдань – кожне завдання тесту спирається на факт, правило, теорему, норму, закон або на апробований на практиці метод;
- 5) репрезентативність змісту навчальної дисципліни пов'язана з числом завдань. У загальному випадку, чим більше завдань, тим більш репрезентативними можуть виявитися результати;
- 6) відповідність змісту тесту рівню сучасного стану науки. Цей принцип впливає з необхідності перевіряти знання школярів на сучасному навчальному та контрольному матеріалі;
- 7) комплексність і збалансованість змісту тесту – збалансовано відобразити в тесті основний теоретичний матеріал: поняття, закони та закономірності, гіпотези, факти, разом з методами наукової і практичної діяльності, з уміннями ефективно вирішувати типові завдання;

8) системність змісту – формулювання змісту тестових завдань, що відповідає вимогам системності при перевірці знань;

9) варіативність змісту – випробування на практиці, створення достатньої кількості варіантів завдань того самого тесту [4].

Систематична перевірка знань сприяє виробленню в учнів установки на тривале запам'ятовування, на заповнення прогалів у їх підготовці, на повторення і включення раніше набутих знань у нову систему. Нетрадиційні форми завдань вимагають попереднього навчання учнів прийомам їх виконання. Цьому сприяє систематичне застосування тестових завдань для поточної перевірки знань, знайомство учнів з різними видами тестів і навчання роботі з ними.

На уроках хімії можна використати, наприклад, такі тестові завдання:

- з вибором однієї правильної відповіді:

Найпоширеніший хімічний елемент в земній корі:

- силіцій;
- карбон;
- кисень;
- алюміній.

Відповідь: а)

- відкритої форми на доповнення:

Молекула озону складається з ... атомів кисню.

Відповідь: 3.

- на встановлення відповідності:

За назвою речовини встановіть, до якого класу неорганічних речовин воно належить.

Назва речовини:	Клас неорганічних речовин
1. Звеселяючий газ.	А. Кислоти.
2. Поташ.	Б. Солі.
3. Кальцинована сода.	В. Водневі сполуки.
4. Негашене вапно.	Г. Підстави.
5. Їдке калі	Д. Оксиди.
	Є. Прості речовини.
	Ж. Нітриди

Відповідь: 1 – Д, 2 – Б, 3 – Б, 4 – Д, 5 – Г.

В освітній процес Комунального закладу «Навчально-виховного об'єднання» ЗНЗ І-ІІІ ступенів №16 – ДЮОЦ «Лідер» Кіровоградської міської ради була впроваджена контрольна робота з хімії на тему «Різноманітність органічних речовин». Контрольна робота містила 12 різнопланових тестових завдань. В експерименті взяли участь учні 11-Б класу. Результати математико-статистичного аналізу контрольної роботи представлені нижче.

Таблиця 1. Впорядкована матриця даних тестування

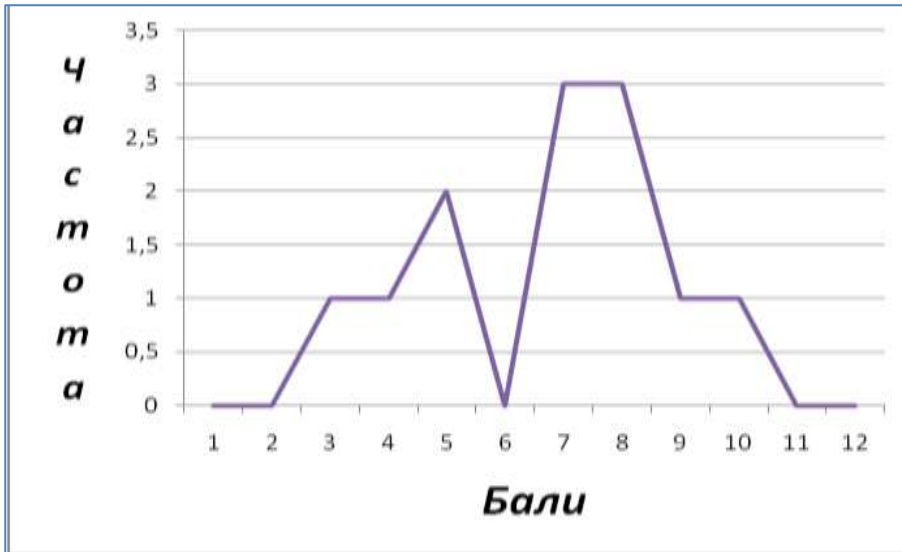
№ учня	Номер завдання												Індивідуальний бал
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
7	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	3
8	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	4
9	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	5
12	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	5
1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	7
2	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	7
3	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	7
4	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	8
6	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	8
10	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	8
5	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	9
11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	10
Число правильних відповідей	12	12	11	10	7	7	6	6	5	4	1	0	81

Таблиця 2. Частотний розподіл

Бали	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Частота	0	0	1	1	2	0	3	3	1	1	0	0

Таблиця 3.

Значення валідності



№ завдання	Значення валідності
1	-
2	-
3	0,5638
4	0,5018
5	0,4855
6	0,6532
7	0,7064
8	0,7901
9	0,2753
10	0,5289
11	0,3383
12	-

Математико-статистична обробка даних дала змогу проаналізувати тестові завдання. Кореляційний аналіз показав, що завдання № 5, 9 та 11 мають найбільшу кількість від'ємних показників. Тому сума кореляції у них найнижча. Тож для більшої гомогенності тесту слід змінити дані завдання, удосконалити або взагалі їх видалити. Аналіз значень коефіцієнта бісеральної кореляції показує, що невдалим є завдання № 9, його необхідно видалити. Доцільно випробувати даний тест на більшій кількості учнів.

Тестування в галузі природничих наук має широкі перспективи, тому розглянуті питання потребують подальшого вивчення.

#### Список використаних джерел:

1. Майоров А.Н. Теория и практика создания тестов для системы образования / Майоров А.Н. – М.: Интеллект центр, 2001. – 296 с.
2. Аванесов В. С. Определение педагогического теста. / Аванесов В.С.// Управление школой. – 1999. – № 29. – С. 35.
3. Аванесов В.С. Композиция тестовых заданий / Аванесов В.С. – М.: Адепт, 1998. – 217 с.
4. Аванесов В.С. Вопросы объективизации оценки результатов обучения./ Аванесов В.С.// Управление школой. – 1999. – № 38 – с. 39-40.

## ЗОВНІШНЄ НЕЗАЛЕЖНЕ ОЦІНЮВАННЯ ТА ЙОГО РЕЗУЛЬТАТИ В КІРОВОГРАДСЬКІЙ ОБЛАСТІ ЗА 2011 Р.

*Наталія Іванова, Залмен Філер*

Вагомим кроком на шляху розвитку національної системи освіти є запровадження системи моніторингових досліджень та зовнішнього незалежного оцінювання якості освіти. Моніторингові дослідження дають можливість отримувати необхідну об'єктивну інформацію, виявляти проблеми системи загальної середньої та післядипломної педагогічної освіти, визначати передумови для прийняття управлінських рішень й запровадження необхідних змін в освіті.

Оглядаючись на історичний шлях, пройдений нашою країною, є підстава вважати, що після проголошення Акта про незалежність України, серед інших суспільно значущих явищ запровадження, ЗНО – одне з найбільш вагомим.

Зовнішнє незалежне оцінювання стало випробуванням не лише для вступників до вищих навчальних закладів, а й для всього українського суспільства. Це був іспит на громадянську зрілість, національну гідність і готовність діяти на користь національним інтересам своєї держави. За останні роки це найбільш суспільно значуща як за масштабами, так і за складністю, реформа в українській освіті, яка має стратегічний характер і спричинила глибокі позитивні зміни в освіті, в суспільстві в цілому [1, с. 5-6].

Востаннє, зовнішнє незалежне оцінювання з математики проводилося 8 червня 2011 р. По Кіровоградській області в ньому взяли участь 2052 особи.

На виконання тесту з математики було відведено 150 хвилин. Кожен учасник отримав індивідуальний комплект тестових матеріалів, що складався з тестового зошита і бланка відповідей А. Тест містив завдання трьох різних форм.

Завдання 1-25 – завдання з вибором однієї правильної відповіді. До кожного завдання цієї форми подано п'ять варіантів відповідей, серед яких лише один правильний. За виконання завдання цієї форми можна отримати 0 балів або 1 бал.

Завдання 26-28 – завдання на встановлення відповідності (утворення логічних пар). До кожного завдання цієї форми у двох колонках подано інформацію, яку позначено цифрами (ліворуч) і буквами (праворуч). Виконуючи завдання, необхідно встановити відповідність інформації, позначеної цифрами і буквами (утворити логічні пари). За кожну правильно позначену логічну пару можна отримати 1 бал. Максимальна кількість балів за повністю правильно виконане завдання становить 4 бали.

Завдання 29-35 – завдання відкритої форми з короткою відповіддю. За виконання завдання цієї форми можна отримати 0 балів або 2 бали.

Максимальна кількість балів, яку можна було отримати, правильно розв'язавши всі завдання тесту з математики, - 51.

Тест розроблено відповідно до Програми зовнішнього незалежного оцінювання з математики, затвердженої Міністерством освіти і науки України (додаток №7 до наказу №1218 від 08.12.2010 р. із змінами і доповненнями, внесеними відповідно до наказу № 1292 від 27.12.2010) [2, с. 19].

Розглядаючи завдання тесту, можна розподілити їх за рівнем складності. На рис. 1 показано розподіл тестових завдань із математики за складністю.

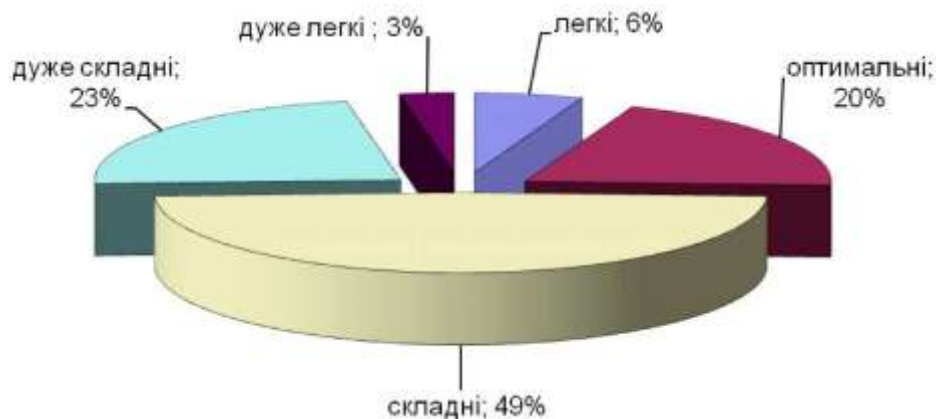


Рис. 1.

Аналізуючи результати тестування по Кіровоградській області, в якому взяли участь 2052 особи, маємо статистику (Таблиця 1 та Рис. 2), з якої видно, що найбільша кількість учасників тестування з математики (33,64 %) отримали результат від 136 до 150 балів. Результат 196 – 199 балів досягли 0,23 % абітурієнтів, а 200 балів отримали лише 0,05 %. Тобто, 2011 року учні продемонстрували не досить високий рівень знань. Причини цього різні, зокрема можна назвати відсутність навичок роботи з тестовими завданнями (існує ймовірність допущення механічних помилок при заповненні бланку відповідей), а також

складність завдань, запропонованих у третій частині. Також, можна констатувати той факт, що в учнів було неабияке хвилювання, зважаючи на стресовість ситуації (безліч правил проведення ЗНО, які потрібно беззастережно виконувати, важливість отримання гарних результатів для успішного вступу до ВНЗ). Серед учнів, які склали ЗНО у селах, хвилювання було меншим, ніж у тих, хто складав його у містах (Рис. 3). Можливо причиною цього є те, що в селах учні склали ЗНО переважно в тих школах, у яких навчалися, а в містах – у ВНЗ та інших школах [2, с. 40-44].

Таблиця 1.

Результат	Кількість учасників зовнішнього оцінювання, які виявили результати в межах цих показників	Відсоток від загальної кількості учасників
від 100 до 123 балів	154	7,25
від 124 до 135 балів	213	10,41
від 136 до 150 балів	689	33,64
від 151 до 161 балів	461	22,53
від 162 до 172 балів	272	13,28
від 173 до 183 балів	188	9,17
від 184 до 190 балів	50	2,44
від 191 до 195 балів	20	1,00
від 196 до 199 балів	4	0,23
200 балів	1	0,05

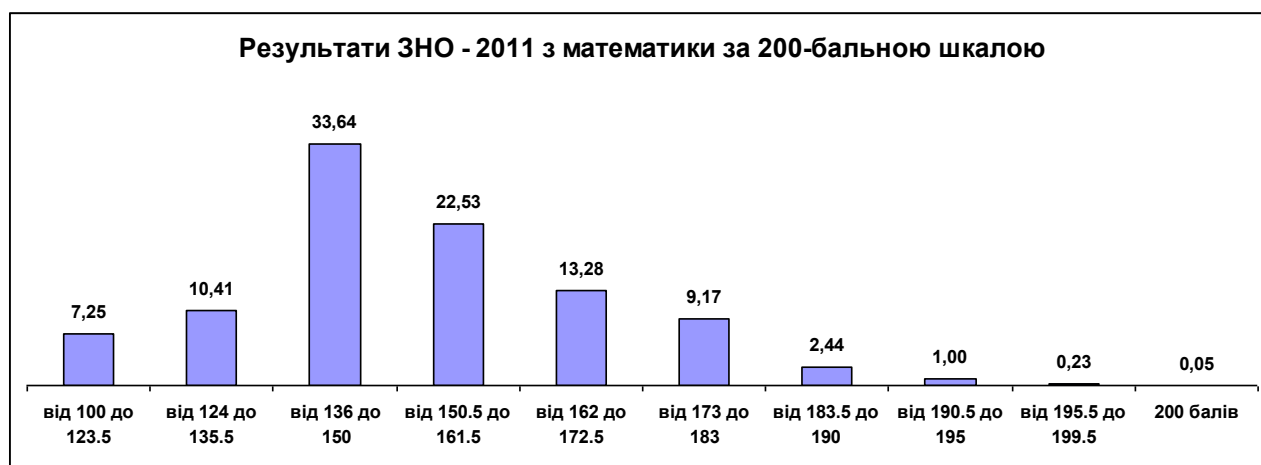


Рис.2

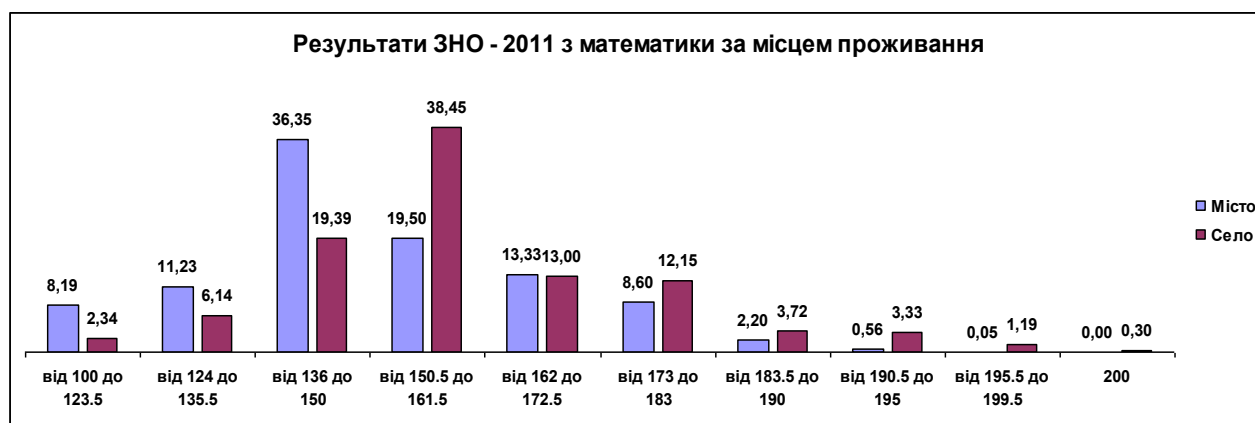


Рис.3

Аналіз виконання завдань показав, що більшість учнів володіє основними методами розв'язування задач, вміє застосовувати набуті знання при виконанні стандартних завдань за відомими алгоритмами та зразками. Значні труднощі викликають вправи, в яких замінено звичні формулювання умови, тому справились із завданнями на достатньому і високому рівні близько 25% випускників. Це трохи нижчий показник ніж по Україні в цілому. Переважна кількість школярів має середній рівень знань. Причиною цього є недостатня математична підготовленість випускників та незвичність до такої форми перевірки знань.

Аналіз результатів ЗНО за типами навчальних закладів вказує на істотні відмінності в рівні математичної підготовки школярів, що брали участь у сертифікаційному тестуванні. Переважна більшість школярів засвоїла матеріал на середньому та достатньому рівнях навчальних досягнень. Учасники тестування володіють основними методами розв'язування математичних задач, виконують завдання на стандартне застосування програмового матеріалу за відомим алгоритмом. Частина випускників засвоїла теоретичний курс математики старшої школи формально. Отримано низькі результати розв'язування текстової задачі й завдань на відсоткові розрахунки. Учні не вміють аргументувати розв'язання задач, що привело до втрати балів при розв'язуванні завдань з відкритою відповіддю. Кращі результати показують вихованці спеціалізованих шкіл, гімназій, ліцеїв [3].

Набутий досвід проведення зовнішнього незалежного оцінювання показує, що запровадження тестових технологій навчання та контролю вносить суттєвий вклад у вирішення багатьох проблем оцінювання навчальних досягнень учнів і є необхідною складовою педагогічного моніторингу. Тому доцільно в кожній школі здійснити аналіз завдань зовнішнього незалежного оцінювання за попередні роки, поряд з традиційними формами перевірки знань, умінь і навичок учнів використовувати тестові форми контролю. Більше уваги приділяти змістовому розкриттю математичних понять, показувати межі застосування теоретичних знань до розв'язування задач прикладного характеру: текстових задач за допомогою складання рівнянь та систем рівнянь, задач на відсоткові розрахунки, вміння працювати з графіками, а також користуватися кількісною інформацією.

Вчителям слід звернути увагу на розв'язання задач практичного змісту та засвоєння матеріалу «Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики», адже завдання з даного розділу є в I та II частинах ЗНО, а в програмі виділено недостатньо годин на вивчення цього розділу. Специфікою тестової форми перевірки є великий обсяг завдань, які потрібно виконати за невеликий проміжок часу. Часто зустрічаються завдання, що дають змогу перевірити не стільки технічні навички, скільки розуміння самого поняття. У зв'язку з цим потрібно вчити дітей «спіральному» принципу виконання завдань. У школах необхідно опрацювати програмові вимоги до проведення зовнішнього незалежного оцінювання з математики.

#### *Список використаних джерел:*

1. Бахрушин В.Є., Горбань О.М. Тестові технології в освіті // Класичний приватний університет. - Запоріжжя, 2008. – 67 с.
2. Зовнішнє оцінювання: здобуток незалежної України. Методичний посібник (до 20-річчя незалежності України та 5-річчя запровадження ЗНО)/За заг. ред. к.п.н. А.А. Кендюхової. – Кіровоград: Видавництво КОШПО імені Василя Сухомлинського, 2011. – 108 с.
3. Результати ЗНО. – [Ел. ресурс]. – Режим доступу: <http://www.osvita.org.ua/news/41982.html>

### **ОСОБЛИВОСТІ ОЦІНЮВАННЯ ТА КОНТРОЛЮ МОДУЛЯ «ТЕОРІЯ КОНГРУЕНЦІЙ»**

*Інна Карлова*

*Науковий керівник – кандидат фізико-математичних наук, доцент З.П.Халецька*

Основне завдання вивчення модуля «Теорія конгруенцій» – навчити студентів вільно оперувати основними поняттями теорії подільності в кільці цілих чисел такими, як



відношення подільності, прості та складені числа, НСД, НСК, основна теорема арифметики, основні числові функції, та теорії конгруенцій: властивості відношення конгруентності, теореми Ейлера і Ферма, лінійні конгруенції з одним невідомим, конгруенції вищих порядків за простим модулем, арифметичні застосування теорії конгруенцій, порядки чисел за даним модулем, первісні корені, знаходження довжини періоду та передперіоду десяткового дробу тощо.

Перевірка та оцінювання знань, умінь і навичок студентів – невід’ємна складова частина навчального процесу у ВНЗ. Під час перевірки доцільно користуватися не якимось одним способом, а урізноманітнювати їх. Постає проблема пошуку серед уже відомих методів найбільш ефективних, тих, які за мінімальний проміжок часу дають змогу отримати найкращі результати. Так, поряд з контрольними роботами, індивідуальними завданнями, колоквиумами, рейтингами можна використовувати також і тестування.

Аналіз спеціальної літератури показує, що в методиці навчання математики досягнуто значних результатів щодо вирішення проблеми організації контролю і оцінки знань. Тим не менше проблема організації контролю у вищій школі залишається актуальною. Це зумовило загальну спрямованість нашого дослідження.

Навчально-методичне забезпечення того чи іншого курсу передбачає створення системи засобів контролю якості засвоєння матеріалу, одним з центральних місць якої посідає саме тестова компонента. Тести на сучасному етапі використовуються в усіх освітніх технологіях: не тільки для вимірювання рівня підготовленості, але і для встановлення рейтингу студентів, проведення моніторингу освітнього процесу, організації адаптивного навчання та контролю дистанційної освіти тощо.

Для будь-якого етапу роботи з тестами – від створення до інтерпретації результатів – потрібно мати чітке уявлення про призначення тесту. Основна ціль педагогічного тесту є оцінка знань, чи точніше – оцінка рівня підготовленості (в широкому розумінні) учасників тестування у визначеному колі питань визначеної області знань [3]. Тестові завдання мають суттєві переваги над іншими формами контролю: вони високотехнологічні, можуть розроблятися, проводитися й перевірятися з використанням комп’ютерної техніки, потребують невеликих часових ресурсів для проведення та перевірки, порівняно нескладні в проведенні, що дає змогу спростити саму процедуру контролю від його підготовки та проведення до перевірки й аналізу, а також вивільнити час викладача для інших видів роботи. Також вони дозволяють динамічно визначити рівень засвоєння матеріалу й уміння його застосовувати на практиці та відповідно корегувати цей рівень. Як сучасна освітня технологія тести активізують пізнавальну діяльність студентів, сприяють розвитку в них уміння концентруватися, логічно осмислювати, робити правильний вибір, усувати неточності й неповноту у формулюванні певних тверджень. А найголовніше - саме за їхньою допомогою процес перевірки засвоєння знань, умінь та навичок у підготовці студентів приймає значно об’єктивніший характер й забезпечується від суб’єктивної думки викладача або іншого перевіряючого, чим забезпечуються реально рівні умови для кожного з учасників освітнього процесу під час контролю результатів навчання.

Актуальність тестового методу пояснюється рядом переваг перед іншими педагогічними методами [1]: висока наукова обґрунтованість самого тесту, яка дозволяє одержувати об’єктивні оцінки рівня підготовленості; технологічність тестових методів; точність вимірювань; наявність однакових для всіх правил проведення педагогічного контролю та адекватної інтерпретації тестових результатів; сполучення тестової технології з іншими сучасними освітніми технологіями.

Відповідно до навчальної програми курсу «Алгебра і теорія чисел» для модуля «Теорія конгруенцій» нами складено систему тестових завдань. Були вироблені певні рекомендації, що в сукупності можуть виступати як методика контролю знань та умінь при вивченні даного курсу.

Створюючи тестові завдання, ми розбили їх на дві частини: теоретичну та практичну. Варіанти відповідей будували, враховуючи типові помилки студентів під час опрацювання матеріалу змістового модуля «Теорія конгруенцій».

Теоретичний блок розроблено для поточного і підсумкового контролю знань теоретичного модуля, що стимулює студентів до систематичного вивчення теоретичного матеріалу курсу. Для проведення модульного контролю у формі тестування були розроблені тести практичної частини. На основі отриманої інформації викладачем здійснюється коригування навчальної діяльності студентів, що забезпечує її ритмічність та чітку організацію.

Тести містять завдання закритої форми, в яких потрібно вибрати одну правильну відповідь. З їх допомогою за порівняно короткий час можна визначити рівень засвоєння великої кількості фактологічних знань. При використанні цих тестів найменше допускається (а то й зовсім не допускається) суб'єктивізму в оцінюванні результатів. Оцінюємо їх дихотомічно, а саме за кожну правильну відповідь студент отримує один бал, а за неправильну відповідь або за пропуск завдання – нуль балів.

Тестове випробування характеризується тим, що студенти отримують однакові вказівки та інструкцію, жодному студентові не надається ніяких переваг перед іншими, розроблена система оцінювання застосовується однаково для всіх, у процесі тестового опитування ніхто не одержує додаткових пояснень і консультацій.

Наведемо деякі з розроблених тестів.

#### *Теоретична частина:*

- 1) Числа  $a$  і  $b$  називаються конгруентними за модулем  $m$ , де  $m \in \mathbb{Z}$ , якщо:
  - а)  $a = mq + r$ ,  $b = mq_1 + r_1$  і  $0 \leq r < m$ ,  $0 \leq r_1 < m$ ,  $r \neq r_1$ ;
  - б) найменше спільне кратне чисел  $a$  і  $b$  дорівнює  $m$ ;
  - в)\* остачі при діленні їх на число  $m$  рівні між собою;
  - г) найбільший спільний дільник чисел  $a$  і  $b$  дорівнює  $m$ .
- 2) Для того, щоб числа  $a$  і  $b$  були конгруентні за модулем  $m$  необхідно і достатньо, щоб:
  - а)  $a = bm$ , де  $m \in \mathbb{Z}$ ;
  - б)  $b = at + m$ , де  $t$  – довільне ціле число;
  - в)  $a = bt + m$ , де  $t \in \mathbb{Z}$ ;
  - г)\*  $a = b + mt$ , де  $t$  – довільне ціле число.
- 3) Яка із перелічених властивостей не відноситься до властивостей конгруенцій при незмінному модулі:
  - а) до обох частин конгруенції можна додати будь-яке ціле число;
  - б) обидві частини конгруенції можна поділити на їх спільний дільник  $d$ , якщо він взаємно простий з модулем  $m$ ;
  - в) конгруенції можна почленно перемножати;
  - г)\* ліву і праву частини конгруенції і модуль помножити на одне і та саме число.
- 4) Зведена система лишків – це...
  - а)\* система лишків, узятих по одному з кожного класу, взаємно простого з модулем;
  - б) система лишків, узятих по одному з кожного класу;
  - в) система найменших невід'ємних лишків.
  - г) група класів лишків.
- 5) Теорема Ейлера каже, що:
  - а) Якщо  $m > 1$ ,  $(a, m) = 1$ , то  $a^m \equiv 1 \pmod{m}$ ;
  - б) Якщо  $m \geq 1$ ,  $(a, m) = d$ , то  $a^{\varphi(d)} \equiv 1 \pmod{m}$ ;
  - в)\* Якщо  $m > 1$ ,  $(a, m) = 1$ , то;  $a^{\varphi(m)} \equiv 1 \pmod{m}$ ;
  - г) Якщо  $m > 1$ ,  $(a, m) = 1$ , то;  $a^{\varphi(a)} \equiv 1 \pmod{m}$ .
- 6) Теорема Ферма каже, що:
  - а) Якщо  $p$  – просте і  $(a, p) = 1$ , то  $a^p \equiv 1 \pmod{p}$ ;
  - б)\* Якщо  $p$  – просте і  $(a, p) = 1$ , то  $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ ;

в) Якщо  $p$  – просте і  $(a, p) = 1$ , то  $a^{p+1} \equiv 1(p)$ ;

г) Якщо  $p$  – просте і  $(a, p) = 1$ , то  $a^p \equiv 1(p-1)$ .

7) Розв'язки конгруенції  $ax \equiv b(\text{mod } m)$  способом Ейлера знаходять за формулою:

а)  $x \equiv ba^{m-1}(m)$ ;

б)\*  $x \equiv ba^{\varphi(m)-1}(m)$ ;

в)  $x \equiv ba^{\varphi(m)}(\varphi(m))$ ;

г)  $x \equiv ba^{\varphi(m)-1}(m-1)$ .

### Практична частина:

1) Виберіть ЗСЛ за модулем 12:

а)\*  $\{1,5,7,11\}$ ;

б)  $\{1,3,6,9\}$ ;

в)  $\{2,4,6,8\}$ ;

г)  $\{1,3,5,7\}$ .

2) З перерахованих прикладів конгруентних чисел, виберіть неправильний приклад:

а)  $42 \equiv 30(2)$ ;

б)  $42 \equiv 30(3)$ ;

в)\*  $42 \equiv 30(8)$ ;

г)  $42 \equiv 30(4)$ .

3) Знайти функцію Ейлера для степеня  $17^2$ :

а) 172;

б)\* 272;

в) 16;

г) 256.

4) Виберіть ПСЛ за модулем 9 найменших за абсолютною величиною:

а)  $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$ ;

б)  $\{-8,-7,-6,-5,-4,-3,-2,-1,0\}$ ;

в)\*  $\{-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4\}$ ;

г)  $\{-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3\}$ .

5) Знайти функцію Ейлера для числа 540:

а) 30;

б) 288;

в)\* 144;

г) 96.

Під час проходження асистентської практики в 23 групі фізико-математичного факультету на практичному занятті з теми: «Дослідження лінійних конгруенцій з одним невідомим та їх розв'язування різними способами» я використала розроблені мною тестові завдання з метою перевірки засвоєних знань і умінь. Після збору результатів тестування я розпочала їх математико-статистичну обробку за класичною методикою [5].

Перевагу тестовим завданням закритого типу надає можливість їх найбільшої стандартизації, а також швидкість тестування та підрахунку результатів. За їх допомогою можна найбільш повно охопити зміст навчального предмету, а отже і підвищити обґрунтованість підсумкових оцінок [2]. Як сучасна освітня технологія тести активізують пізнавальну діяльність студентів, сприяють розвитку в них умінь концентруватися, логічно осмислювати та робити правильний вибір.

### Список використаних джерел:

1. Аванесов В.С. Композиция тестовых заданий. – М.:АДЕПТ, 1998.
2. Алексейчук І.С. Про технологію створення систем тестування. // Нові технології навчання. – 2000. – № 27. – С. 9-13.
3. Дубів О.В., Нелюбов В.О. Методичні рекомендації по розробці тестових завдань для автоматизованого контролю знань студентів. – Ужгород: ЗакДУ, 2007. – 28 с.
4. Завало С.Т., Костарчук В.М., Хацет Б.І. Алгебра і теорія чисел, ч.2. К.: Вища школа, 1976. – 384 с.
5. Чельшкова М.Б. Теория и практика конструирования педагогических тестов: Учебное пособие. – М.: Логос, 2002. – 432 с.

## ОСОБЛИВОСТІ КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ ПРИ ВИВЧЕННІ АЛГЕБРИ ВИСЛОВЛЕНЬ

*Ірина Кльоз*

*Науковий керівник -- кандидат фізико-математичних наук, доцент З.П. Халецька*

Контроль і оцінка у процесі навчання завжди розглядалися не лише в якості важливої складової навчального процесу, але й як чинники мотивації, що забезпечують зворотний зв'язок зі студентами. Під час оцінювання ми одночасно отримуємо два потоки інформації, один з яких стосується якості роботи викладача й ефективності навчального процесу, а другий дає змогу встановити цінність одержаних результатів та виявити, наскільки розв'язані освітні завдання для ухвалення певних і, головне, об'єктивних педагогічних рішень, бо саме через відсутність чи хибність в об'єктивності виникає чимало непорозумінь, деформується мотивація до навчальної діяльності.

Однією з найактуальніших на сьогодні педагогічних проблем є вирішення завдань об'єктивізації та стандартизації контролю в освіті. Сьогодні саме гнучкі педагогічні технології забезпечують режим найбільшого сприяння для реалізації індивідуальних інтересів, можливостей і здібностей студентів, закладають принципово нові підходи до процесу навчання, контролю й оцінювання знань студентів: індивідуальні співбесіди, публічні огляди, оцінювання групами експертів та різнопланові форми тестування як складову частину педагогічної діяльності, що відповідає вимогам технологічності. У цьому контексті зауважимо, що викладачі вищої школи відчують нагальну потребу в інноваційних методиках, намагаючись самостійно розробляти для своїх конкретних цілей так звані «неформальні» тести [4].

Тестовий контроль як засіб оптимізації навчального процесу одержав у вузах широке розповсюдження. Якщо раніше тестова форма контролю була предметом дискусії, то на сьогоднішній день доцільність використання тестів визнана у психології, педагогіці, методиці [6]. Тестова перевірка має ряд переваг порівняно з іншими формами і методами, вона природно вмонтована в сучасні педагогічні концепції, дозволяє більш раціонально використовувати зворотний зв'язок зі студентами і визначати результати засвоєння матеріалу, зосередити увагу на прогалинах у знаннях та вносити відповідні корективи. Порівняно з іншими формами контролю тестові завдання є більш технологічними, їх можна розробляти, проводити й перевіряти з використанням комп'ютерної техніки, вони не потребують значних часових ресурсів, порівняно нескладні в роботі, спрощують саму процедуру контролю [4].

Аналіз спеціальної літератури показує, що в методиці навчання математики робилося багато спроб щодо вирішення проблеми організації тестового контролю. Але, незважаючи на всі сьогоднішні досягнення, проблема організації контролю у вищій школі залишається актуальною.

Загальну спрямованість нашого дослідження зумовило те, що для викладання курсу «Математична логіка» питання розробки систем контролю знань не досить досліджено. Робота спрямована на створення методичних рекомендацій для проведення практичних занять та системи тестової перевірки знань. У зв'язку з цим розроблено лабораторний практикум, який складається із чотирьох лабораторних робіт по 6 варіантів у кожній за темами: «Формули алгебри висловлень. Тавтології, тотожно хибні і виконувальні формули», «Рівносильні перетворення в алгебрі висловлень», «Відношення логічного наслідку», «Зведення формул алгебри висловлень до ДНФ та КНФ і його застосування». Акцентуємо увагу на тестах досягнень [2], оскільки вони спрямовані на оцінку набутого рівня розвитку здібностей та навичок студентів.

Відповідно до навчальної програми складена система тестових завдань. Розробляючи тестові завдання згрупували їх у дві частини: теоретичну та практичну. На кожне запитання або завдання пропонуються чотири відповіді, з яких лише одна правильна. Варіанти відповідей будували, враховуючи типові помилки студентів під час розв'язування задач.

Наведемо для прикладу декілька тестових завдань.

1. Висловлення, яке істинне в тих випадках, коли хоч одне з висловлень  $a$  або  $b$  є істинним, і хибне тільки в тому випадку, коли обидва висловлення  $a$  і  $b$  є хибними, називається:  
А) диз'юнкцією; Б) кон'юнкцією; В) імплікацією; Г) еквіваленцією.
2. Формула алгебри висловлень, значення істинності якої дорівнює 0 при всіх можливих значеннях істинності її пропозиційних змінних називається...  
А) виконуваною; Б) суперечністю; В) спростовною; Г) тавтологією.
3. Закон дистрибутивності диз'юнкції відносно кон'юнкції визначається рівносильністю:  
А)  $a \vee (b \vee c) \equiv (a \vee b) \vee c$ ; Б)  $a \vee (b \wedge c) \equiv (a \vee b) \wedge (a \vee c)$ ;  
В)  $a \wedge (b \vee c) \equiv (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$ ; Г)  $a \wedge (b \wedge c) \equiv (a \wedge b) \wedge c$ .
4. Який із записів не є рівносильністю:  
А)  $a \rightarrow b \equiv a \vee \bar{b}$ ; Б)  $a \leftrightarrow b \equiv (a \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow a)$ ; В)  $a \vee a \equiv a$ ; Г)  $\bar{\bar{a}} \equiv a$ .
5. Закон тотожності:  
А)  $a \wedge a \equiv a$ ; Б)  $a \rightarrow a \equiv 1$ ; В)  $a \wedge (b \vee a) \equiv a$ ; Г)  $\bar{\bar{a}} \equiv a$ .
6. Перетворити наступну формулу так, щоб вона містила тільки логічні знаки заперечення, диз'юнкції і кон'юнкції:  
 $(a \rightarrow b) \rightarrow (\bar{b} \wedge c) \equiv$   
А)  $a \wedge (\bar{b} \vee c)$ ; Б)  $(a \vee c) \wedge \bar{b}$ ; В)  $a \vee b \wedge c$ ; Г)  $(a \wedge c) \vee (\bar{a} \wedge b)$ .
7. Привести наступну формулу до більш спрощеного вигляду:  
 $(a \leftrightarrow b) \wedge \bar{a} \equiv$   
А)  $a \wedge b$ ; Б)  $\bar{a} \wedge \bar{b}$ ; В)  $\bar{a} \vee b$ ; Г)  $\bar{a} \vee \bar{b}$ .
8. Звести наступні формули до ДНФ:  
 $(a \rightarrow b) \rightarrow c \equiv$   
А)  $a \wedge b$ ; Б)  $\bar{a} \wedge b$ ; В)  $(a \wedge b) \vee a$ ; Г)  $(a \wedge \bar{b}) \vee c$ .
9. Яка з наступних формул не є тавтологією?  
А)  $(a \rightarrow b) \vee (b \rightarrow a)$ ; Б)  $((a \rightarrow \bar{b}) \rightarrow \overline{(a \rightarrow c)}) \wedge \overline{(c \rightarrow b)}$ ;  
В)  $(a \rightarrow (b \rightarrow c)) \vee ((a \rightarrow b) \wedge (a \rightarrow b))$ ; Г)  $(a \rightarrow b) \leftrightarrow ((a \leftrightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow b))$ .
10. Побудувати ДДНФ для даної формули. Який ранг має отримана ДДНФ?  
 $((a \vee b) \rightarrow c) \leftrightarrow \bar{a}$   
А) 6; Б) 5; В) 4; Г) 2.

Система тестів ще не досконала. На даний момент відбувається аналіз результатів тестування на основі класичної теорії тестів. Статистична обробка результатів тестування дозволяє з одного боку, об'єктивно визначити результати піддослідних, з іншого - оцінити якість самого тесту, тестових завдань, зокрема оцінити його надійність. Проблеми надійності приділено багато уваги в класичній теорії тестів [3]. Ця теорія не втратила своєї актуальності і в даний час. Незважаючи на появу, більш сучасних теорій, класична теорія продовжує зберігати свої позиції.

#### Список використаних джерел:

1. Ащепкова Л.Я. Конструирование тестовых заданий и обработка результатов тестирования. – [Ел. рес.] – Режим доступу: <http://www.kpmit.dvgu.ru/library/aschepkova/tests.php>
2. Ільїн В.В., Лузан П.Г., Рудик Я.М., Лисенко В.П., Зазимко О.В. Методика підготовки та проведення тестового оцінювання знань студентів (методичні рекомендації для науково-педагогічних працівників вищих аграрних навчальних закладів). – К.: Національний університет біоресурсів і природокористування України. 2009. – 88 с.
3. Ким В.С. Тестирование учебных достижений. Монография. – Уссурийск: Издательство УГПИ, 2007. – 214 с.

4. Медведєва Л.А. Тестування як інноваційний засіб контролю засвоєння знань у вищій школі. – [Ел. рес.] – Реж. дост.: <http://www.sworld.com.ua/index.php/ru/2358-medvedva-la>
5. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. – М.: Наука, 1971.
6. Шматок Т.Г., Маркова О.В., Ковальська Н.В. Тестовий контроль як засіб оптимізації навчального процесу. – [Електронний ресурс] – Режим доступу: [http://iai.donetsk.ua/\\_u/iai/dtp/CONF/3\\_2004/articles/stat48.html](http://iai.donetsk.ua/_u/iai/dtp/CONF/3_2004/articles/stat48.html)

**ПРОВЕДЕННЯ МОНІТОРИНГОВОГО ДОСЛІДЖЕННЯ НА ТЕМУ:  
«ВЗАЄМОЗВ'ЯЗОК МІЖ УСПІШНІСТЮ УЧНІВ ТА СОЦІАЛЬНО-ПСИХОЛОГІЧНИМИ  
УМОВАМИ ЇХНЬОГО ЖИТТЯ»**

*Олександр Магльований*

*Науковий керівник – кандидат педагогічних наук, О.В.Резіна*

Одне з основних завдань сьогодення – забезпечення високоякісної освіти на всіх етапах та рівнях. Єдина можливість забезпечити реалізацію цього завдання – отримання вичерпних даних для приймання ефективних управлінських рішень. Одним з основних шляхів отримання таких даних є організація та проведення моніторингових досліджень.

Моніторинг в освітньому закладі дає можливість на ранніх етапах з'ясувати причини, які сповільнюють навчально-виховний процес, а також дає змогу адміністрації навчального закладу самостійно формулювати і вирішувати освітні проблеми [5].

У наш час термін «моніторинг» вживається у науковій літературі, що стосується різних сфер наукових досліджень, методичних розробок і означає процедуру систематичного збирання даних про актуальні аспекти на різних рівнях: загальнодержавному, регіональному, локальному. Термін «моніторинг» водночас і давній, і молодий, особливо у контексті педагогічного дослідження. Латинське слово *monitor* означає «наглядач, контролер». У «Сучасному словнику іншомовних слів» значення слова моніторинг визначається наступним чином:

1) постійний контроль за будь-яким процесом із метою виявити, чи відповідає він бажаному результату або першопрогнозам;

2) спостереження за навколишнім середовищем, оцінка та прогноз його стану у зв'язку з господарською діяльністю людини;

3) збирання інформації для вивчення громадської думки [9].

Залежно від обсягу та масштабності проведення моніторинг може проводитися на різних рівнях, а саме:

- *міжнародному*, що передбачає відстеження розвитку освіти в кількох державах одразу наприклад, Євросоюзі;
- *національному* (державному), що передбачає відстеження розвитку освіти в Україні на основі єдиних державних стандартів;
- *регіональному* – проведення дослідження освітнього об'єкта на рівні області, міста/району;
- *локальному*, який пов'язаний з організацією і проведенням дослідження у межах закладу освіти.

На локальному рівні розрізняють такі види моніторингу:

- *адміністративний* (внутрішньо-шкільний контроль);
- *педагогічний* (дослідження професійної компетентності педагога, рівня здатності управляти учнівським колективом тощо);
- *психологічний* (аналіз психологічного клімату класу, індивідуально-психологічних особливостей вихованців колективу, рівня адаптації учнів до навчання у школі, професійної орієнтації учнів ЗНЗ);
- *учнівський* (аналіз навчальної діяльності учнів з певного предмета, рівня вихованості дітей різних вікових категорій, емоційного ставлення учнів до процесу навчання,

рейтингу навчальної успішності школяра, виявлення соціометричного статусу школяра в колективі тощо) [7].

Для проведення моніторингу важливо врахувати основні його функції:

- *аналітичну* – психолого-педагогічний аналіз освітнього процесу на всіх рівнях його структурної організації, виявлення причинно-наслідкових зв'язків між умовами і результатами;
- *діагностичну* – комплексне психолого-педагогічне вивчення якості освіти навчання, виховання, розвитку учня в навчальному закладі, а також рівня професійної компетентності вчителя;
- *оцінювальну* – кількісно-якісну оцінку діяльності адміністрації школи, вчителя, учня тощо;
- *коригувальну* – дидактична корекція навчально-виховного процесу, психолого-педагогічна корекція особистої на шляху її саморозвитку;
- *орієнтувальну* – спрямування на вирішення мети і завдань діяльності навчального закладу, зазначених у плануванні, а також на виявлення та усунення негативних рис, факторів, явищ тощо;
- *інформаційну* – забезпечення даними про позитивні результати освітнього моніторингу [7].

Вивченням питань моніторингу освіти, вимірювання знань учнів та їх готовності до сприйняття нових знань, визначенням психологічного стану школярів засобами тестування та анкетування всебічно займаються зарубіжні та вітчизняні науковці.

Вирішенню зазначених проблем приділяють увагу А. Майоров – моніторинг як науково-практичний феномен [7], О.Ануфрієва – оцінка освіти на базі кваліметричного підходу [1], В.Бикова – специфіка використання освітнього моніторингу [3], Г.Дмитренко, В.Олійник – основи вимірювання результативності діяльності педпрацівників [4], Т. Лукіна – вивчає питання моніторингу якості загальної, середньої освіти [6], З. Рябова – моніторинг розвитку навчальної діяльності учнів загальноосвітнього навчального закладу [8], М.Боришевський – дослідження психологічного середовища дитини (учня) [2].

«Працюючи над проблемою соціально-психологічних умов життя дитини, потрібно принципово змінити методологічну позицію та проаналізувати дану проблему не через призму індивідуальних особливостей особистості дитини, а через параметри освітнього середовища, в якій вона знаходиться», – зазначає М.Й.Боришевський [2].

При проведенні дослідження особливу увагу слід зосередити саме на соціально-психологічному просторі дитини, а в учнів старших класів, це насамперед – оточення однолітків та родина. Соціально-психологічний простір – об'єктивна форма суб'єктивного сприйняття, представленого системою певних оцінок, уявлень та образів; соціальна діяльність людей чи груп, відносини і взаємодія між ними, їхні наміри, позиції і цілі, взаємозв'язки і взаємозалежності. Він безпосередньо впливає на діяльність людей [2].

Якщо характеризувати стосунки між дорослими й підлітками з погляду української культури та етнопсихології, то слід зазначити, що традиції українського народу ґрунтуються на передаванні старшими молодшим свого соціально-психологічного досвіду. Водночас, сучасні підлітки вибірково ставляться до цінностей, які їм передають. Більше того, вони вносять елементи новизни в соціальне життя й тим самим збагачують соціум. Соціально-психологічною особливістю сьогодення є те, що стосунки батьків і дітей стали більш гнучкими, рухливими, рівноправними. Підлітки намагаються автономно вирішувати свої справи, менше радяться з дорослими. Спостерігається суттєва розбіжність у сприйнятті одного покоління іншим: дорослим здається, що діти недооцінюють їх і переоцінюють себе, а підлітки нарікають на нерозуміння, несправедливість з боку дорослих. Загалом проглядається така тенденція в соціалізації: чим більше соціально значущих змін відбувається за одиницю часу, тим помітнішими стають розбіжності між поколіннями, тим складнішими виявляються механізми передавання надбань культури від старших до молодших, тим вибірковішою, більш селективною є позиція підлітків до соціальної та

культурної спадщини. Однак було б помилкою розглядати старше покоління тільки як носія всього позитивного, а молоде – як негативного. Так само як і не можна розглядати підростаюче покоління тільки в позитивному плані, а старше покоління – в негативному [2].

Значущим фактором, який досить інтенсивно впливає на виникнення в школярів байдужості до навчання є негативні або нейтральні соціально-психологічні умови проживання в сім'ї, які, на жаль, у наш час зустрічаються досить часто. Для виявлення цього фактора було опрацьовано експериментальну методику дослідження соціально-психологічних умов проживання в сім'ї М.Й.Боришевського в якій пропонується дітям дати відповіді на цілком прості питання в анкетах. Заздалегідь відповіді поділяються на три групи: позитивні, нейтральні, негативні. Є можливість висловити свою думку, але в цьому випадку методисту потрібно самому аналізувати який психологічний ефект проявляє дана відповідь, позитивний, негативний чи нейтральний.

Аналіз основних тем бесід у спілкуванні батьків і підлітків, який був проведений Інститутом соціології НАН України на початку 2008 н. р. показує, що діапазон питань, які цікавлять дорослих, дуже обмежений і їх умовно можна звести до кількох груп: навчальні справи (перше місце); сімейні проблеми — сходити в магазин, прибрати квартиру, погуляти з меншими братиками й сестричками і т. п. (друге місце); творчі справи: заняття в музичній школі, театральній студії тощо (з великим відривом у відсотках — третє місце) [10]. Вирізняються, як бачимо, за своєю інтенсивністю бесіди про шкільні проблеми. Водночас теми, які сприяють задоволенню духовних, професійних потреб, інтелектуальних, соціально-психологічних запитів підлітків залишаються здебільшого поза увагою батьків. Тому питання в анкетуванні були дібрані таким чином щоб, якомога більше інформації добути саме у цих трьох напрямках. Потім створюється відповідна шкала «позитивно-негативної оцінки» для кожного учня окремо, що приводить до надання результатам анкетування кількісного значення, спрощує аналіз результатів та його математичне обчислення [2].

Розроблені компоненти моніторингового дослідження на тему «Взаємозв'язок між успішності учнів та соціально-психологічними умовами їхнього життя» апробований на базі однієї зі шкіл Кіровоградського району.

Отримані дані за методикою М.Й.Боришевського згруповано в таблицю. Ці дані порівнюються з даними середньої успішності учнів в школі, які інтерпретуються в графіки для подання загального результату моніторингового дослідження.

Таблиця 1. Результати анкетування

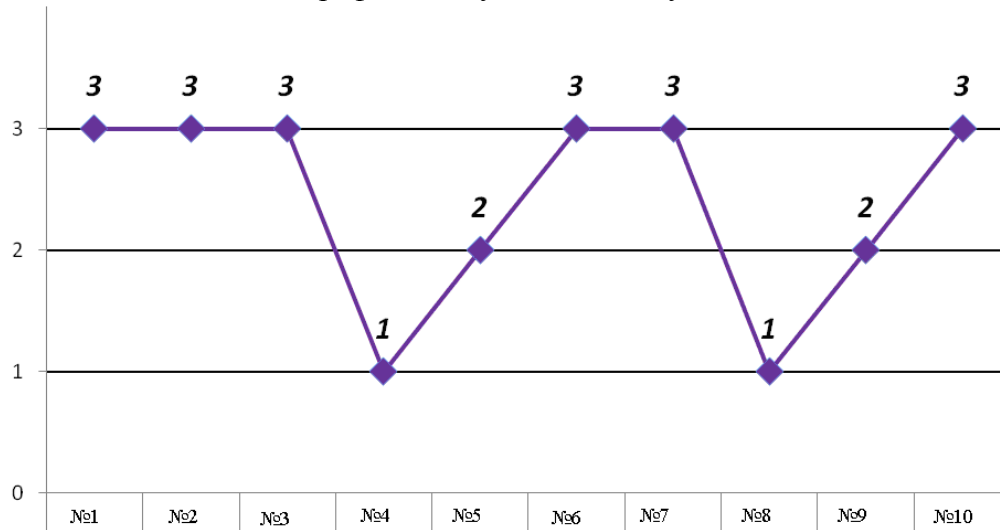
№	П. І. Б.	I група	II група	III група	Середовище	Числове зн.
1	Досліджуваний 1	++++	++++	+++ -	позитивне	3
2	Досліджуваний 2	- + - +	+ + - -	+ - + 0	позитивне	3
3	Досліджуваний 3	++++	+++ -	++++	позитивне	3
4	Досліджуваний 4	- + - +	- + - -	- + 0 0	негативне	1
5	Досліджуваний 5	- - + +	- + - +	- - + +	нейтральне	2
6	Досліджуваний 6	- + + +	+ + + +	+ + + +	позитивне	3
7	Досліджуваний 7	+ + + +	+ + + +	0 + + +	позитивне	3
8	Досліджуваний 8	- - - -	+ + - -	- - - -	негативне	1
9	Досліджуваний 9	0 - 0 0	+ + + +	- - 0 -	нейтральне	2
10	Досліджуваний 10	- - + +	+ + + -	+ + + -	позитивне	3

Досліджувані № 1, 2, 3, 7 мають високу успішність в навчанні та, як зазначив класний керівник вони завжди приймали участь в регіональних олімпіадах, загальношкільних заходах та показували добрий результат. На Графіку 1 видно, що в досліджуваних №1, 2, 3, 7 позитивне середовище існування в сім'ї, що стимулює учнів до подолання труднощів та досягнення поставленої мети. По даним класного журналу батьки цих дітей займають або керівні посади, або є медиками чи бугалтерами на підприємстві, тобто люди які отримали в свій час вищу освіту і тепер вони стимулюють своїх дітей до того ж.

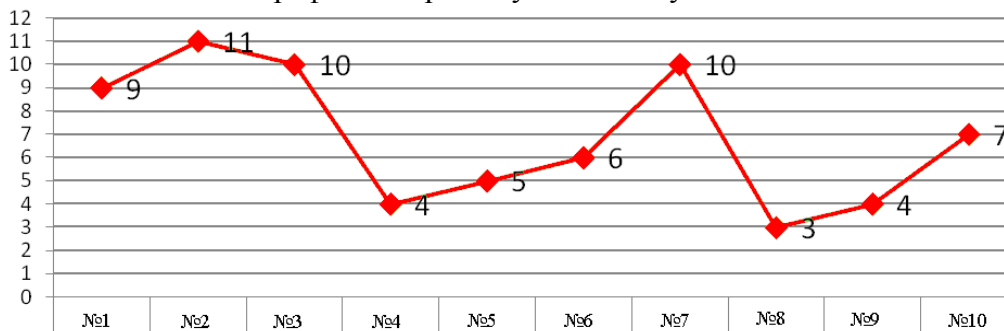


За даними графіків прослідковується пряма залежність успішності учнів від соціально-психологічних умов життя. На Графіку 1 видно що у досліджуваних №4 та 8 середовище життя в сім'ї є негативне, і Графіку 2 показує, що успішність цих учнів низька. По закінченні дослідження було проведено бесіду з класним керівником і з'ясовано, що в цих учнів дійсно є проблеми у стосунках з батьками. За словами класного керівника, батьки ведуть асоціальний спосіб життя, перебувають в розлученні або не проживають разом у більшості випадків безробітні.

Графік 1. Результати анкетування



Графік 2. Середня успішність учнів в школі.



Для подолання проблеми вважаю за потрібне проводити з учнями класні години (бесіди) на морально-етичні теми. Також по можливості поспілкуватись з батьками учнів та частіше збирати батьківські збори. До роботи з учнями класу залучити шкільного психолога. Зрозуміло, що на проблеми в родинах учнів, а особливо не благополучних сім'ях, не просто вплинути, але можна спробувати змінити ставлення дитини до ситуації, яка вже склалася, і запобігти повторенню помилок своїх батьків. Дати віру дитині в те, що в неї ще все попереду і якщо вона буде старанно вчитися, то обов'язково доб'ється поставленої мети.

#### Список використаних джерел:

1. Ануфрієва О. Л. Оцінка якості початкової освіти на основі кваліметричного підходу// Центр. ін.-т післядипл. пед. освіти АПН України. – К., 2000. – 18 с.
2. Боришевський М. Й. Сім'я ростить громадянина // Видавництво: К.: Політвидав України, 1982. – 103 с.
3. Быкова В.Г. Мониторинг в образовательном учреждении // Завуч. – 2004. – № 6. – С. 38-48.
4. Дмитренко Г. А. Цільове управління: вимірювання результативності діяльності учнів і педагогів : навч.-метод. посіб. / Г. А. Дмитренко, В. В. Олійник, О. Л. Ануфрієва. – К.: УПМККО, 1996. – 84 с.

5. Кретович С. С. Поняття, сутність та характеристика моніторингу розвитку вищого навчального закладу// Вісник ТІМО. – №5-6/2011. – 44-48 с.
6. Лукіна Т. Моніторинг якості освіти: теорія і практика / Т. Лукіна. – К.: Вид. дім «Шкіл. світ»: Вид. Л.Галіцина, 2006. – 128 с.
7. Майоров А. Н. Мониторинг как научно-практический феномен / А. Н. Майоров // Школьные технологии. – 1998. – №5. – С. 25-48.
8. Рябова З.В. Моніторинг розвитку навчальної діяльності учнів // Школа. – 2006. – №4. – С. 49-59.
9. Сучасний словник іншомовних слів. / Уклали : О. І. Скопненко, Т. В. Цимбалюк. – К.: Довіра, 2006. – 789 с.
10. Державний комітет статистики України Інститут демографії та соціальних досліджень Національної Академії Наук України. – [Електронний ресурс] – Режим доступу: [http://database.ukrcensus.gov.ua/ukrcensus/Dialog/statfile1\\_c.asp](http://database.ukrcensus.gov.ua/ukrcensus/Dialog/statfile1_c.asp)

### **АНАЛІЗ ТЕСТІВ ЗНО ТА ЄДІ НА ОСНОВІ РЕЗУЛЬТАТІВ ТЕСТУВАННЯ ПЕРШОКУРСТНИКІВ ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНОГО ФАКУЛЬТЕТУ**

*Анна Оришко, Ольга Авраменко*

Необхідність розробити єдиний підхід до оцінки знань на випускних і вступних іспитах виникла відносно недавно. Постає потреба у інструменті для незалежної (і від шкіл, і від вузів), державної атестації випускників. Таким інструментом стали Єдиний державний іспит в Росії та Зовнішнє незалежне оцінювання в Україні. На сьогодні це основна форма державної (підсумкової) атестації випускників шкіл зазначених країн. Вищі та середні спеціальні навчальні заклади використовують їхні результати як результати вступних випробувань, що дозволяє встановити рівень засвоєння учасником іспиту основних загальноосвітніх програм.

Практика застосування масового тестування випускників в різних країнах світу показала, що за допомогою зовнішнього стандартизованого тестування визначаються рівень та якість навчання учнів. Тестування виконує подвійну функцію (випускного-вступного іспиту) у 16 країнах світу.

Тести представляють собою особливу сукупність завдань, які дозволяють дати об'єктивну, порівняльну, і навіть кількісну оцінку якості підготовки учня в потрібній освітній області. В свою чергу, об'єктивність та вимірюваність якості освіти відкривають великі можливості для управління навчальним процесом – від корегування змісту освітніх стандартів і програм до вдосконалення методів викладання та підвищення ефективності стимулювання самостійних занять учнів і студентів. Тестові завдання поділяються на завдання закритої та відкритої форми. Завдань відкритої форми є два види – завдання з короткою відповіддю та завдання з розгорнутою відповіддю. До завдань закритої форми відносяться чотири види завдань: завдання з альтернативними відповідями; завдання з множинним вибором (вибір декількох правильних завдань); завдання на встановлення відповідності; завдання на встановлення послідовності. Завдання відкритої форми (завдання з короткою відповіддю та завдання з розгорнутою відповіддю) використовується у екзаменаційних завданнях з математики ЄДІ Росії. В Українському ЗНО з математики застосовують 1-й і 3-й види завдань закритої форми, та завдання з короткою відповіддю відкритої форми.

**Метою** даної статті є аналіз підготовленості студентів фізико-математичного факультету першого курсу до розв'язання завдань ЗНО та ЄДІ з математики. При цьому передбачається порівняльний аналіз структури та рівня складності систем тестових завдань, побудованих на основі ЗНО та ЄДІ.

Відповідно до мети було проведено тестування з математики студентів першого курсу фізико-математичного факультету за напрямом підготовки «Інформатика» і «Статистика» з метою порівняння тестових завдань Зовнішнього незалежного оцінювання України і Єдиного

державного іспиту Росії. Для цього з вищеназваних тестів було обрано частину завдань різної складності (крім завдань підвищеної складності), розрахованих відповідно з нормами часу на виконання учнями, які вивчали математику на базовому рівні.

Наведемо декілька тестових завдань із тесту, побудованого на основі ЗНО [3]:

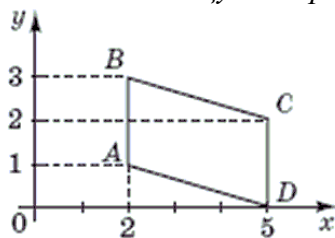
Журнал коштував 25 грн. Через два місяці цей самий журнал став коштувати 21 грн. На скільки відсотків знизилася ціна журналу?

Варіанти відповідей:

А	Б	В	Г	Д
4%	$\frac{4}{21} \cdot 100\%$	$\frac{25}{21} \cdot 100\%$	84%	16%

Правильна відповідь: Д (1 бал).

Обчисліть площу чотирикутника ABCD, сторони AB і CD якого паралельні осі Oy.



Варіанти відповідей:

А	Б	В	Г	Д
10	5	3	6	7

Правильна відповідь: Г (1 бал).

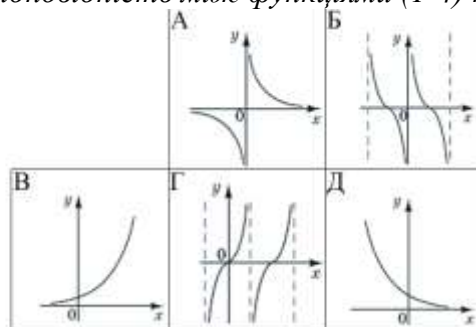
Встановіть відповідність між функціями (1-4) та ескізами їхніх графіків (А-Д).

1.  $y = \operatorname{tg} x$

2.  $y = \operatorname{ctg} x$

3.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

4.  $y = \frac{1}{x}$



Правильна відповідь: 1Г, 2Б, 3Д, 4А. (має 4 бали).

У відділі працює певна кількість чоловіків і жінок. Для анкетування навмання вибрали одного із співробітників. Імовірність того, що це чоловік, дорівнює 2/7. Знайдіть відношення кількості жінок до кількості чоловіків, які працюють у цьому відділі.

Правильна відповідь: 2,5 (має 2 бали).

Всього тестових завдань у тесті містилося 13, із них два завдання (№10 та 11) по 4 бали та два (№12 та 13) — по 2 бали. Кожне тестове завдання під номерами 10, 11 (на встановлення відповідності) розкладаються на 4 завдання (для переведення таблиці в дихотомічну) вартістю в 1 бал за правильну відповідь або 0 балів за кожну неправильну відповідь. 12 і 13 завдання також розкладаються відповідно на 2 завдання (повна відповідь і неповна). Всі інші завдання оцінювались в 1 бал.

Нижче наведемо окремі завдання тесту, складеного на основі ЄДІ [2]:

Будівельній компанії необхідно закупити 70 м<sup>3</sup> піноблоків. У неї на вибір три постачальника. Умови доставки та ціни вказані в таблиці нижче. Знайти вартість найдешевшої покупки з доставкою товару, який купується.

Постачальник	Вартість піноблоків (руб. за 1 м <sup>3</sup> )	Вартість доставки (руб.)	Додаткові умови доставки

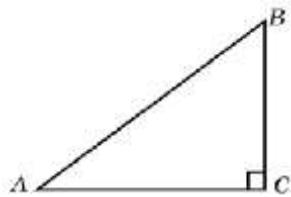
1	2600	10000	
2	2800	8000	При замовленні товару на суму вище, ніж 150000 рублів доставка безкоштовна
3	2700	8000	При замовленні товару на суму вище, ніж 200000 рублів доставка безкоштовна

Правильна відповідь: 192000 руб. (1бал).

Розв'язати рівняння:  $3^{x-2} = 27$ .

Правильна відповідь 5 (1бал).

Розглядається трикутник  $ABC$ , прямокутний. Кут  $C$  – прямий. Також відомо, що сторона  $AB = 5$ , а косинус кута  $A = 0,8$ . Віднайти довжину сторони  $BC$ .



Правильна відповідь: 3 (1бал).

Працюючи разом, двоє робітників виконують роботу за 12 днів. Перший робітник за два дні виконує таку саму частину роботи, як другий за три дні. За скільки днів цю роботу виконає перший робітник.

Правильна відповідь: за 20 днів (1бал).

Всього тестових завдань у тесті ЄДІ містилося 8, всі завдання оцінювались в 1 бал.

Обидва тестування проводилися по 45хв. відповідно.

За результатами проведеного тестування було проведено математично-статистичну обробку даних [1], [4]. Результати тестування систематизовано та стисло представлені у формі матриць (див. таблиці 1 та 2). Для подальшої обробки з отриманих матриць тестових результатів видаляються строки та стовпці, які складені тільки з «0» або «1» – такі завдання непридатні для оцінки знань по причині занадто великої легкості або важкості завдань. Це 1 та 2 завдання ЄДІ та 2 і 9 завдання ЗНО.

Після підрахунку індивідуальних балів досліджуваних та кількості правильних відповідей на кожне завдання по кожному тесту впорядковані матриці результатів тестування. Для даних тесту ЄДІ модою є 3 – вона зустрічається найчастіше (8разів), ніж будь-які інші значення бала. Для тесту ЗНО модою є 12, вона зустрічається 6 разів. Для ЄДІ середнє вибіркоче складає 3,24; для ЗНО – 12,41. Отримані результати вказують на те, що тести ЗНО і ЄДІ забезпечують нормальний розподіл індивідуальних балів досліджуваних, оскільки середнє значення знаходиться в центрі розподілу, а решта значень концентруються навколо середнього.

Таблиця 1. Матриця результатів ЄДІ

№ досліджуваного.	ЄДІ								Бали
	1	2	3	4	5	6	7	8	
1	1	1	1	0	1	1	0	0	5
2	1	1	0	0	1	1	0	0	4
3	1	1	1	0	0	1	1	0	5
4	1	1	1	1	1	1	1	0	7
5	1	1	1	0	1	1	0	0	5
6	1	1	1	0	1	1	1	0	6
7	1	1	0	0	1	1	0	0	4
8	1	1	1	1	1	1	0	0	6
9	1	1	1	1	1	1	1	0	7
10	1	1	1	0	0	1	1	0	5
11	1	1	1	0	0	1	1	0	5

12	1	1	1	0	1	1	0	0	5
13	1	1	1	0	0	0	1	0	4
14	1	1	1	0	0	1	1	0	5
15	1	1	1	0	0	0	1	0	4
16	1	1	1	1	1	1	0	1	7
17	1	1	1	0	0	1	1	0	5

Таблиця 2. Матриця результатів ЗНО

№ досліджуваного	ЗНО																				Бали	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10				11				12		13		
1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	16
2	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	15
3	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	14
4	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	16
5	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	17
6	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	12
7	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	13
8	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	13
9	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	16
10	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	13
11	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	13
12	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	13
13	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	11
14	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	13
15	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	15
16	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3
17	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	15

Розмах в ЄДІ і ЗНО дорівнює відповідно:  $5-2=3$  і  $16-2=14$ . Сума всіх відхилень по ЄДІ та ЗНО дорівнюють 0 та 0,005 відповідно, що означає симетричний розподіл. Стандартне відхилення для ЗНО  $S_x=3,1$ , для ЄДІ  $S_x=1$ .

Для обраних тестових завдань ЄДІ величина  $3S_x=3*1,033=3,099$  приблизно дорівнює обрахованому значенню стандартного відхилення ( $X_{cp}=3,235$ ), тому можна стверджувати, що дисперсія оптимально висока з нормальним розподілом. Обрані завдання тесту мають оптимальну складність, розподіл має вигляд нормальної кривої.

Для ЗНО величина  $3S_x=3*3,145=9,435$  не дорівнює обрахованому значенню стандартного відхилення ( $X_{cp}=12,412$ ), це свідчить про те, що вигляд розподілу спотворений, і відрізняється від запланованої теоретичної нормальної кривої. Причиною є невелике зміщення в тесті в бік легких завдань, що призведе до появи більшої кількості завищених балів у досліджуваних.

Асиметрія для ЄДІ дорівнює 0,52, тобто має невелике додатне значення індивідуальних балів, що свідчить про наявність легких завдань; асиметрія для ЗНО дорівнює  $-1,96$ , невелике від'ємне значення вказує на те, що в тесті присутні складні завдання. Знайдений ексцес дорівнює: по тесту ЄДІ ексцес дорівнює 2,02, що вказує на те, що крива середньо вершинна; по тесту ЗНО ексцес дорівнює 7,29, що означає гостро вершинну криву.

Для підрахунку показників зв'язку між результатами учнів по окремим завданням тесту проведено аналіз даних, який відобразився у кореляційній таблиці (див. таблицю 3 для ЄДІ та таблицю 4 для ЗНО).

Аналіз даних дозволяє виділити завдання 7 і 3 в матриці коефіцієнтів кореляції ЄДІ. Завдання 7 негативно корелює з завданнями 4, 5, 6 і 8; завдання 3 – з № 5 і 6. Аналіз 4

стовпця з максимальною сумою 2,22 вказує на наявність ряду досить високих значень коефіцієнта кореляції.

В матриці коефіцієнтів кореляції ЗНО виділяються завдання 1, 4, 7, 12/1 і 12/2. Завдання 1 негативно корелює з №№ 4, 6, 7, 8, 10/1, 10/2, 10/3, 10/4, 11/1, 11/2, 11/3, 11/4, 13/1, 13/2; завдання 4 – з №№ 1, 3, 5, 6, 10/1, 10/2, 11/1, 11/2, 11/3, 11/4, 13/1, 13/2; завдання 7 – з №№ 1, 3, 5, 6, 10/1, 11/1, 11/2, 11/4, 12/1, 12/2; завдання 12/1 і 12/2 з №№ 5, 7, 8, 10/2, 10/3, 10/4, 13/1, 13/2. Таким чином, визначені завдання, які негативно корелюють з іншими завданнями тесту потрібно переглянути з метою корекції по причині відсутності зв'язку їхнього змісту зі змістом інших завдань тесту. Аналіз стовпця 11/3 з максимальною сумою 7,05 вказує на наявність ряду досить високих значень коефіцієнта кореляції.

Таблиця 3. Матриця коефіцієнтів кореляції завдань ЄДІ

	3	4	5	6	7	8
3	1	0,2025	-0,3055	-0,1333	0,4364	0,0913
4	0,20255	1	0,4641	0,2025	-0,0994	0,4507
5	-0,3055	0,4641	1	0,4364	-0,7	0,2092
6	-0,1333	0,2025	0,43644	1	-0,3055	0,0913
7	0,43644	-0,0994	-0,7	-0,3055	1	-0,2988
8	0,09129	0,4507	0,20917	0,0913	-0,2988	1
Сума	1,29143	2,2204	1,10419	1,2914	0,0327	1,5436

Таблиця 4. Матриця коефіцієнтів кореляції завдань ЗНО

	1	3	4	5	6	7	8	10/1	10/2	10/3	10/4	11/1	11/2	11/3	11/4	12/1	12/2	13/1	13/2
1	1	0,107	-0,202	0,032	-0,202	-0,099	-0,751	-0,203	-0,257	-0,358	-0,308	-0,256	-0,202	-0,138	-0,308	0,202	0,202	-0,310	-0,310
3	0,106	1	-0,169	0,491	0,788	-0,239	0,019	0,788	0,595	0,0398	0,107	0,190	0,309	0,540	0,107	0,169	0,169	-0,181	-0,181
4	-0,202	-0,169	1	-0,344	-0,133	0,305	0,269	-0,133	-0,169	0,165	0,227	-0,169	-0,133	-0,091	-0,203	0,133	0,133	-0,021	-0,021
5	0,032	0,491	-0,344	1	0,387	-0,408	0,203	0,387	0,491	-0,35	0,032	0,181	0,387	0,265	0,310	-0,022	-0,022	-0,055	-0,055
6	-0,202	0,788	-0,133	0,387	1	-0,065	0,269	1	0,788	0,165	0,227	0,309	0,433	0,684	0,227	0,133	0,133	-0,021	-0,021
7	-0,099	-0,239	0,305	-0,408	-0,065	1	0,132	-0,065	0,073	0,540	0,464	-0,239	-0,065	0,209	-0,381	-0,306	-0,306	0,648	0,648
8	-0,751	0,019	0,269	0,203	0,269	0,132	1	0,269	0,341	0,206	0,119	0,019	0,269	0,184	0,119	-0,27	-0,27	0,290	0,290
10/1	-0,202	0,788	-0,133	0,387	1	-0,065	0,269	1	0,788	0,165	0,227	0,309	0,433	0,684	0,227	0,133	0,133	-0,021	-0,021
10/2	-0,256	0,595	-0,169	0,491	0,788	0,073	0,341	0,788	1	0,039	0,470	0,190	0,309	0,540	0,107	-0,31	-0,31	0,127	0,127
10/3	-0,358	0,039	0,164	-0,35	0,165	0,540	0,206	0,165	0,039	1	0,555	0,039	0,165	0,387	-0,054	-0,165	-0,165	0,349	0,349
10/4	-0,307	0,107	0,227	0,032	0,227	0,464	0,119	0,227	0,470	0,555	1	0,107	0,227	0,450	0,019	-0,228	-0,228	0,245	0,245
11/1	-0,256	0,190	-0,169	0,181	0,309	-0,239	0,019	0,309	0,190	0,039	0,107	1	0,788	0,540	0,834	0,169	0,169	0,127	0,127
11/2	-0,202	0,309	-0,133	0,387	0,433	-0,065	0,269	0,433	0,309	0,165	0,227	0,788	1	0,684	0,658	0,133	0,133	0,344	0,344
11/3	-0,138	0,540	-0,091	0,265	0,684	0,209	0,184	0,684	0,540	0,387	0,450	0,540	0,684	1	0,450	0,091	0,091	0,235	0,235
11/4	-0,307	0,107	-0,202	0,310	0,227	-0,381	0,119	0,227	0,107	-0,054	0,019	0,834	0,658	0,450	1	0,202	0,202	-0,032	-0,032
12/1	0,202	0,169	0,133	-0,022	0,133	-0,305	-0,27	0,133	-0,31	-0,165	-0,228	0,169	0,133	0,091	0,202	1	1	-0,344	-0,344
12/2	0,202	0,169	0,133	-0,022	0,133	-0,305	-0,27	0,133	-0,31	-0,165	-0,228	0,169	0,133	0,091	0,202	1	1	-0,344	-0,344
13/1	-0,310	-0,181	-0,021	-0,056	-0,021	0,647	0,290	-0,022	0,127	0,349	0,245	0,127	0,344	0,235	-0,033	-0,344	-0,344	1	1
13/2	-0,310	-0,181	-0,021	-0,056	-0,021	0,647	0,290	-0,022	0,127	0,349	0,245	0,127	0,344	0,235	-0,033	-0,344	-0,344	1	1
Сума	-2,362	4,649	0,443	2,913	6,105	1,844	2,714	6,105	4,946	3,076	3,964	4,438	6,221	7,045	3,457	1,379	1,379	3,034	3,034

Таблиця 5.

**Бісеріальна кореляція ЄДІ**

№	Завдання	Rpbis
1	4	0,838073462
2	3	0,45009469
3	6	0,45009469
4	8	0,439052874
5	5	0,437073276
6	7	0,078574971

**Бісеріальна кореляція ЗНО**

№	Завдання	Rpbis
1	11/3	0,989666995
2	11/2	0,768919612
3	13/1	0,718898397
4	6	0,70863293
5	10/1	0,70863293
6	10/2	0,620714973
7	10/4	0,529140701
8	3	0,518096772
9	11/1	0,518096772
10	13/2	0,491556454
11	10/3	0,426291217

12	11/4	0,394070575
13	8	0,384347404
14	5	0,358836212
15	7	0,318273988
16	12/1	0,070863293
17	12/2	0,070863293
18	4	0,049710071
19	1	-0,33419412

Оцінка валідності окремих завдань тесту визначено за допомогою підрахунків значень коефіцієнта точково-бісеріальної кореляції (таблиця 5).

Аналіз значень коефіцієнта бісеріальної кореляції вказав на доволі невдале завдання 7 тесту ЄДІ ( $r_{pbis}=0,079$ ), яке свідчить про низьку валідність даного завдання, це також можна стверджувати про завдання 1, 4, 12/1, 12/2 тесту ЗНО ( $r_{pbis}= -0,33; 0,05; 0,07; 0,07$  відповідно). Завдання 1 ЗНО потрібно виключити з тесту, тому що воно має від'ємний коефіцієнт бісеріальної кореляції. В цілому завдання вважається валідним, коли значення  $r_{pbis}=0,5$

Підводячи підсумок обрахунків можна сказати, що в цілому тести Єдиного Державного Іспиту Росії та Зовнішнього Незалежного Тестування України порівняно ідентичні, добре диференціюють учнів за рівнем підготовки, валідні, забезпечують нормальний розподіл індивідуальних балів досліджуваних. Обрані завдання тесту за винятком кількох завдань мають оптимальну складність. Крім того, відмітимо, достатній рівень підготовки з елементарної математики студентів першого курсу фізико-математичного факультету спеціальностей «Статистика» та «Інформатика».

#### *Список використаних джерел:*

1. Ким В.С. Тестирование учебных достижений. Монография. – Уссурийск, издательство УГПИ, 2007. – 214 с.
2. Открытый банк задач ЕГЭ по математике – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://mathege.ru>
3. Учись.com.ua. – тести ЗНО 2011 з відповідями. Математика. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://uchis.com.ua>
4. Чельшкова М.Б. Теория и практика конструирования педагогических тестов. – М., «Логос», 2002. – 432 с.

### **КРИТЕРІЇ ТА ПОКАЗНИКИ ЯКОСТІ НАВЧАЛЬНОЇ РОБОТИ ЗАГАЛЬНООСВІТНЬОГО НАВЧАЛЬНОГО ЗАКЛАДУ**

*Вікторія Патратій*

*Науковий керівник - кандидат педагогічних наук, доцент Н.О.Пасічник*

Серед соціальних інститутів суспільства сучасної цивілізації освіта займає одну з провідних позицій. Адже благо людини, становище культури та духовності в суспільстві, темпи економічного, науково-технічного, політичного й соціального прогресу залежать від якості та рівня освіти.

Якість освіти складна філософська, соціально-педагогічна, управлінська, економічна наукова категорія. Якість освіти як соціальна категорія розглядається як сукупність властивостей освіти, що визначають її здатність задовольняти відповідні потреби особистості, суспільства, держави згідно з призначенням освіти [4, с. 3].

На рівні філософського узагальнення питання якості освіти досліджували І. Зязюн, А. Субетто; у загальній педагогіці - Ю. Бабанський, В. Загвязинський, М.Скаткіна; у контексті початкової освіти та підготовки вчителів – О. Савченко; на засадах формування навчально-виховного середовища – М. Поташник; як тотожне поняттю «якість знань» – І. Лернер, Т. Шамова, Т. Давиденко, А. Моїсеєв, В. Беспалько; як основу управлінської діяльності – О. А. Конаржевський, В. Маслов, В. Панасюк та інші [1].

На сучасному етапі, у педагогічній теорії (Т. Довженко, Т. Шамова) формується інтегративний підхід до поняття «якість освіти». Ідеться про таку інтегральну модель, якість освіти якої детермінована одночасно зі змістом навчання, особистістю вчителя, його індивідуальністю, а також умовами, що необхідні для забезпечення якості навчально-виховного процесу [1]. Вона (якість) вміщує в собі **якість мети, якість процесу, якість управління, якість результату** та вимірюється співвідношенням мети та результату. Чим більше результат наближується до мети, тим вища якість [4, с. 4]. Із позицій процесу, «якість освіти» – це стан та його здібність, що задовольняють потреби людини, відповідають інтересам суспільства і держави; як результат діяльності навчального закладу – вказує на відповідність рівня підготовки учнів вимогам діючих освітніх програм [1].

Серед найважливіших компонентів структури якості загальної середньої освіти українські науковці виділяють:

- якість навчального процесу як результату педагогічної діяльності;
- якість навчально-методичного забезпечення (освітніх програм, навчальної літератури, підручників і посібників);
- якість професійної підготовки і кваліфікації педагогічних і науково-педагогічних кадрів;
- якість ресурсного забезпечення та навчального середовища, у якому відбувається освітній процес (правового, фінансового, кадрового, науково-методичного, матеріально-технічного);
- якість особистісних рис і здібностей учнів;
- якість державно-громадського управління системою освіти;
- результативністю та розгалуженістю інституту зовнішнього оцінювання якості освіти (національної системи моніторингу якості освіти);
- якість проведення, інтерпретації результатів моніторингових досліджень у системі освіти;
- якість та ефективність державного управління освіти [5, с 50].

**Метою статті є** визначення критеріїв та показників якості навчальної роботи на рівні загальноосвітнього навчального закладу.

Урахування соціальної природи категорії «якості освіти» дозволяє нам розглядати якість освіти як сукупність показників, що розкривають різноманітні аспекти діяльності навчального закладу: зміст освіти, форми і методи навчання, матеріально-технічну базу, кадровий склад. Для визначення показників та критеріїв якості навчальної роботи загальноосвітнього навчального закладу нам необхідно з'ясувати сутність базових понять.

**Критерій** – 1) мірило оцінювання визнаних параметрів, які описуються певними показниками; 2) мірило для визначення, оцінки предмета, явища; ознака, взята за основу класифікації. Критерії якості освіти – норми відповідності рівнів підготовки школярів, діяльності навчального закладу і управління навчальним процесом встановленим вимогам якості освіти [5, с. 106].

Показники - результати спостереження, які піддаються фіксації. Це кількісний вимір критерію, відображує вимірювану сторону критерію [5, с. 109].

На основі опрацювання науково-методичної літератури з предмету дослідження, нами було визначено систему показників і критеріїв якості навчальної роботи загальноосвітнього навчального закладу (Табл. 1).

*Таблиця 1. Показники і критерії оцінювання якості навчальної роботи загальноосвітнього навчального закладу*

<b>Показники</b>	<b>Критерії оцінювання</b>
Організація профільного навчання у старшій школі	Відсоток учнів 10-11 класів, охоплених профільним навчанням від загальної кількості учнів 10-11 класів



<i>Показники</i>	<i>Критерії оцінювання</i>
Організація поглибленого вивчення навчальних предметів у загальноосвітньому навчальному закладі	Відсоток учнів, охоплених поглибленим вивченням навчальних предметів, від загальної кількості учнів загальноосвітнього навчального закладу
Якісний показник навчальних досягнень учнів за результатами зрізів знань	Відсоток учнів, які мають достатній та високий рівень навчальних досягнень за результатами зрізів знань
Якісний показник навчальних досягнень учнів за результатами семестрового оцінювання (СО)	Відсоток учнів, які мають достатній та високий рівень навчальних досягнень за результатами СО: $\frac{K_D + K_V}{K_U} \cdot 100$ , де $K_D$ – кількість учнів, які мають достатній рівень навчальних досягнень за результатами СО; $K_V$ – кількість учнів, які мають високий рівень навчальних досягнень за результатами СО; $K_U$ – загальна кількість учнів.
Забезпечення умов самоосвітнього процесу	Бібліотечно-інформаційні ресурси (кількість примірників на 100 учнів).
Комп'ютеризація загальноосвітнього навчального закладу	Кількість сучасних комп'ютерів (рівня не нижче Pentium III) на 1000 учнів:
Забезпеченість учнів підручниками	У відсотках до кількості учнів
Охоплення дітей та учнівської молоді гуртковою роботою загальноосвітнім навчальним закладом	Відсоток учнів, охоплених гуртковою роботою на базі загальноосвітнього навчального закладу, від загальної кількості учнів ЗНЗ
Результативність участі учнів ЗНЗ в обласному та Всеукраїнському етапах олімпіад з базових дисциплін	Відсоток учнів-учасників III–IV турів Всеукраїнських предметних олімпіад, від загальної кількості учнів
Результативність участі учнів у конкурсах-захистах науково-дослідницьких робіт	Відсоток учнів-учасників II–III етапу конкурсу-захисту науково-дослідницьких робіт, від загальної кількості учнів
Вступ до вищих навчальних закладів	Відсоток випускників, що вступили до ВНЗ, від загальної кількості учнів
Освітній рівень педагогічних працівників	Відсоток кількості педагогічних працівників загальноосвітнього навчального закладу з повною вищою освітою (спеціалістів, магістрів) від загальної кількості педагогічних працівників ЗНЗ
Якісний склад педагогічних працівників	Відсоток кількості педагогічних працівників загальноосвітнього навчального закладу, які мають вищу категорію, педагогічні звання «Вчитель-методист», «Старший вчитель», від загальної кількості педагогічних працівників ЗНЗ
Підвищення кваліфікації педагогічних працівників	Виконання плану згідно з поданою заявкою за останні 5 років
Дослідницька діяльність вчителів	Авторські програми, статті, методичні розробки; використання творчого потенціалу вчителів-науковців у розвитку ЗНЗ та освіти району (кількість матеріалів (в одиницях і друківаних аркушах) на одного вчителя ЗНЗ))

<i>Показники</i>	<i>Критерії оцінювання</i>
Навчання педагогічних працівників за програмою «Intel® Навчання для майбутнього» та іншими освітніми ІКТ-програмами	Відсоток навчених від загальної кількості педагогічних працівників
Матеріали педагогічних працівників, що пройшли науково-методичну експертизу та рекомендовані до використання	Кількість матеріалів (в одиницях і друківаних аркушах) на одного вчителя ЗНЗ

Таким чином, при визначенні показників і критеріїв якості навчальної роботи загальноосвітнього навчального закладу ми дотримувалися інтегративної моделі [1], якість освіти якої детермінована одночасно результатами навчання, кваліфікацією вчителя, а також умовами, що необхідні для забезпечення якості навчально-виховного процесу.

Після теоретичного визначення і обґрунтування показників і критеріїв якості навчальної діяльності загальноосвітнього навчального закладу нами було проведено дослідження значущості даних показників серед жителів м. Новоукраїнки Кіровоградської області (всього 164 респондента). Методика дослідження показників якості освіти передбачала проведення анкетування серед громадськості району, використання експертних методів дослідження безпосередньо в педагогічних колективах та опитування учнів старших класів загальноосвітніх навчальних закладів. Респондентам було запропоновано опитувальник, який містить 22 позиції (показники якості умов, якості процесу та якості результатів освітнього процесу).

Інструкцією передбачалося визначення рангового місця кожного з показників якості освіти.

Дослідження показало, що думка вчителів фактично співпадає з думкою батьків стосовно найбільш значущих показників якості освіти. До таких обидві категорії опитаних віднесли: матеріально-технічне забезпечення освітнього процесу; повноцінне використання шкільного компонента навчального плану на задоволення освітніх потреб учнів; високий рівень кваліфікації педагогічних кадрів; академічні досягнення учнів. Натомість учні обрали такі показники, як: результати різних видів оцінювання, вступ до вищих навчальних закладів. Серед показників якості освітнього процесу які можна було поставити на друге та третє місця за значущістю, опитані категорії показали значні розбіжності.

Таким чином, соціологічне дослідження довело, що серед користувачів освітніх послуг (батьки та учні) та серед працівників закладів освіти (вчителі) немає одностайного уявлення про критерії та показники якості освіти. При цьому певна узгодженість у поглядах на цю проблему існує всередині кожної соціальної групи, спостерігаються спільні позиції між учителями та батьками: обидві ці групи респондентів віддали перевагу таким показникам якості освіти, які виявляють умови освітнього процесу та їх реалізацію. Відзначимо, що випускники 11-х класів серед показників якості освіти першого порядку (найбільш значущі) відзначили показники результатів освітнього процесу.

#### *Список використаних джерел:*

1. Жебровський Б. Якість шкільної освіти: теорія та практика. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://osvita.ua/school/theory/368/>
2. Касьянова О.М. Моніторинг в управлінні навчальним закладом / О.М.Касьянова. Управлінський супровід моніторингу якості освіти / Т.Б.Волобуєва. – Х.: «Основа», 2004. – 96 с.
3. Моніторинг у ЗНЗ / Упорядник М.Голубенко. – К.: Шкільний світ, 2007. – 128 с.
4. Моніторинг якості освіти: 2010, (Інформаційно-аналітичний вісник) / За ред. В.І.Войтенко – Хмельницький: ХОШПО. – 2010. – 178 с.
5. Приходько В.М. Моніторинг якості освіти і виховної діяльності навчального закладу. Навчально-методичний посібник для вчителя. – Х.: «Основа», 2007. – 144 с.

## **SAT ЯК СТАНДАРТИЗОВАНИЙ ТЕСТ ОЦІНЮВАННЯ ЯКОСТІ СЕРЕДНЬОЇ ОСВІТИ США ТА ДОСВІД ЙОГО ВИКОРИСТАННЯ В КІРОВСЬКОМУ ЗАГАЛЬНООСВІТНЬОМУ НАВЧАЛЬНОМУ ЗАКЛАДІ**

*Юлія Темна*

*Науковий керівник - кандидат педагогічних наук, доцент Н.О.Пасічник*

Актуальність теми дослідження полягає в тому, що в останні роки у сфері освіти широко розвивається нова система контролю та оцінки навчальних досягнень учнів, яка орієнтується на широке використання педагогічних тестів. Незважаючи на все зростаюче визнання тестування як загальноприйнятої форми оцінювання якості навчальних досягнень, деякі теоретичні і практичні питання тестових вимірювань ще недостатньо розроблені у вітчизняній педагогіці. Це зумовлює необхідність вивчення зарубіжного досвіду, зокрема освітнього досвіду педагогічного тестування в Сполучених Штатах Америки, де на сьогодні тестова методика розглядається як універсальний засіб перевірки знань, умінь, професійної підготовки в усіх галузях людської діяльності. Аналіз сучасних концепцій оцінювання навчальних досягнень учнів методом тестування в педагогіці США дасть змогу глибше осмислити стан і перспективи використання тестів успішності у вітчизняних навчальних закладах, тим самим уникнувши можливих ускладнень і помилок на шляху їхнього впровадження в освітній простір України.

Аналіз досліджень і публікацій свідчить про те, що як вітчизняні, так і зарубіжні дослідники у сфері освітніх вимірювань виявляють значний інтерес до різноманітних аспектів педагогічного оцінювання, вимірювання та моніторингу якості різноманітних освітніх ланок. Загальні проблеми педагогічного оцінювання, як і питання оцінювання навчальних досягнень учнів методом тестування, досліджували такі американські вчені, як: Л.Айкен, П.Айразіан, А.Анастасі, Г.Віггінс, Дж.Вітт, Ф.Грешем, Р.Ібел, Дж.Канінгем, Дж.Крамер, Л.Кронбах, В.Пофем, Р.Торндайк, С.Урбіна, Р.Ювелл, та інші. Цим проблемам приділено достатню увагу і в американських підручниках із педагогічної психології (С.Елліотт, С.Камінські, Т.Краточвілл, Т.Крол, Дж.Кук, Г.Лефрансуа, Д.Поделл, Б.Такман та ін.).

Значний інтерес у контексті нашого дослідження викликають праці з психологічної й педагогічної діагностики, в яких розглядалися питання контролю і його функцій у навчальному процесі, висвітлювались окремі аспекти педагогічного та психологічного тестування, досліджувалась методика педагогічного оцінювання й обґрунтовувалась її ефективність (В.Аванесов, М.Акімова, В.Безпалько, Н.Бібік, Л.Бурлачук, К.Гуревич, В.Максимов, С.Морозов та ін.). Національні системи оцінювання були досліджені у працях Л.Альтхауз, Т.Вакуленко, Р.Гелмса, В.Гороха, К.Стадж, С.Ракова та ін [1; 2; 4; 6].

Метою статті є аналіз стандартизованого тесту SAT як структурного елементу національної системи оцінювання навчальних досягнень учнів в Сполучених Штатах Америки та деякі висновки з досвіду використання предметного тесту SAT з біології в українській школі.

Аналіз зарубіжної та вітчизняної психолого-педагогічної літератури засвідчує, що в педагогіці США спектр поглядів на функції тестів успішності та їхню роль і місце в навчальному процесі є досить широким і суперечливим. Окремі педагоги США вказують на обмеження у використанні тестової методики контролю успішності, що об'єктивно існують. Проте переважна більшість із них усвідомлює, що ефективної альтернативи тестам немає [6; 7]. Науковці та вчителі констатують, що на сучасному етапі розвитку американської школи існує певна абсолютизація навчальної функції тестів, що призводить до їхнього „диктату” стосовно змісту навчання.

Основними функціями, які виконують тести успішності в сучасній американській школі є: вимірювальна, навчальна і мотивуюча. Головною з них є вимірювання навчальних

досягнень учнів, що робить їх незамінними у діагностиці навчального процесу. На підтвердження цієї ідеї, наведемо визначення основної мети SAT – забезпечення стандартизованого оцінювання здатності до навчання значної вибірки вступників [1, с. 74]. Крім того, процес тестування, за переконанням американських авторів, змушує вчителя глибоко замислюватися над навчальними цілями курсу (предмета), що, в свою чергу, спонукає його до вираження їх мовою конкретних операційних завдань. Це сприяє конкретизації змісту освіти та критеріїв оцінювання навчальних досягнень учнів.

На основі аналізу наукової літератури з предмету дослідження, нами зроблено висновок, що сутнісними характеристиками тестів успішності у педагогіці США є валідність та надійність. Валідність розглядається як основна якісна характеристика тесту успішності, яка може виявлятися у формі змістової, навчальної, очевидної, критеріальної, конвергентної валідності та валідності за визначенням. Надійність, як потрібна, але недостатня умова валідності тесту, досліджується в американській педагогіці в трьох основних формах: ретестова, надійність еквівалентних форм та надійність половин тесту [4; 7].

Одним із тестів оцінювання якості загальної середньої освіти в США є тест SAT (Scholastic Assessment Test) – це стандартизований тест, що використовується для оцінки академічних знань випускників шкіл США. Цей тест зазвичай здається абітурієнтами, що вирішили далі навчатися у вищих навчальних закладах США і Канади. Цей іспит - своєрідне тестування загальної навчально та предметної компетентності. Результати (бали) по іспиту SAT допомагають вищим учбовим закладам визначити, наскільки добре учні підготовлені для продовження навчання, а також порівняти академічні досягнення учнів з різних навчальних закладів. Результати SAT приймають більшість вищих навчальних закладів США й деякі іноземні університети [1, с. 74]. На сучасному етапі використовується формат тестування, який був запроваджений у 2005 році.

Є два формати тесту SAT:

SAT I (reasoning test) - перевірка загальних знань. Тест складається з 10 секцій: три секції з письма (есе та дві граматичні секції); три секції з математики; три секції з критичного читання; одна «апробаційна секція (її результати не впливають на результат учасника, а використовується розробниками тесту). Загальна тривалість тесту 3 години 45 хвилин. Складається переважно з питань з багатоваріантним вибором відповідей [1, с.75].

SAT II (subject test) – предметно-орієнтований – перевірка знань з конкретного предмету, з 20-ти можливих. Одногодичний, переважно з багатоваріантним вибором відповідей тест, що вимірює знання в окремо взятій області. Для багатьох коледжів умовою зарахування є здача тесту з одного або декількох предметів.

Стандартизована система оцінювання якості середньої освіти в США постійно вдосконалюється. Розвивається теорія та практика педагогічного тестування в США, що зумовлено загальною спрямованістю наукових досліджень у бік глибшого розуміння природи людини, її здібностей. Зокрема, спостерігається переорієнтація американських шкіл на застосування процесуальних тестів як альтернативних об'єктивному тестуванню. Процесуальні тести охоплюють різноманітні процедури і підходи (оцінювання розвитку, процесуальне оцінювання мислення, публічний іспит, портфоліо), які дають змогу оцінити здатність учнів виконувати завдання в природних ситуаціях. Крім того, здійснюється перехід до використання у навчальному процесі критеріально-орієнтованих тестів, які забезпечують діагностичний зворотний зв'язок і мають більше практичне значення для вчителя.

У процесі дослідження ми детально вивчали предметний тест SAT з біології, що дає можливість майбутнім студентам концентруватися в сфері екології або молекулярної біології. Наведемо характеристику предметного тесту SAT з біології. SAT тест складається з 29 питань з біології. Тестування триває 60 хвилин. *Форма завдань*: завдання з вибором однієї правильної відповіді. До кожного завдання пропонується 5 варіантів відповіді, з яких лише один правильний. Завдання вважається виконаним правильно, якщо вибрано правильний варіант відповіді. Завдання вважається виконаним неправильно, якщо:

а) позначено неправильну відповідь;

- б) позначено два або більше варіантів відповіді, навіть якщо серед них є правильний;  
в) відповідь не позначено взагалі.

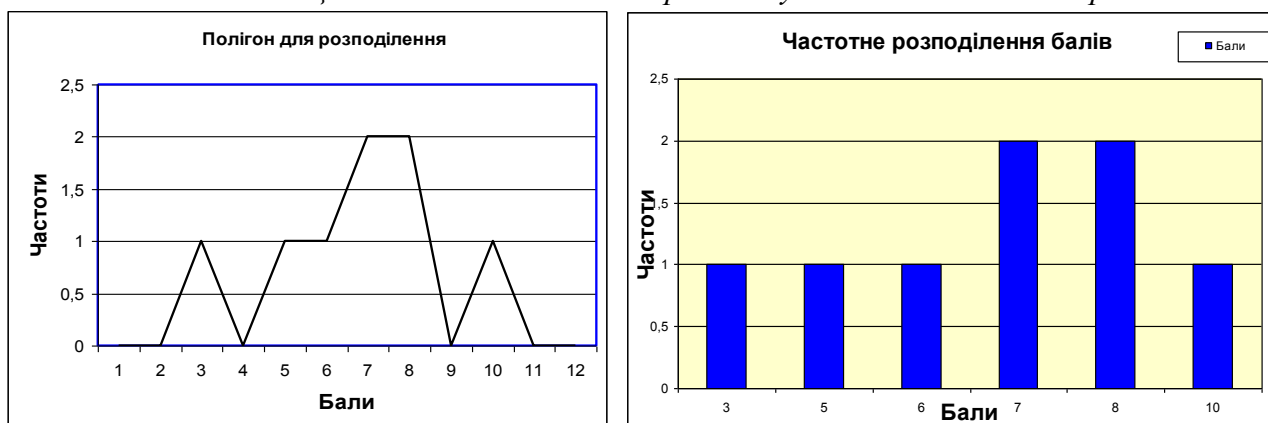
Тестові завдання поділяються на тести низького рівня, середнього та високого. Максимальна кількість балів, яку можна отримати, виконавши правильно всі завдання тесту з біології – 29 балів.

У якості експерименту, нами був проведений предметний тест SAT з біології, в Кіровській загальноосвітній школі I-III ст., в ньому взяли участь учні з 11 класу. За отриманими результатами, ми провели математико-статистичну обробку даних [5]. Наведемо основні результати даної обробки (Таблиці 1-3).

Таблиця 1. Матриця результатів тестування

Номер учня	Номер завдання											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
4	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0
5	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0
6	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0
7	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0
8	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
10	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0

Таблиця 2. Полігон частот для розподілу балів та частотний розподіл балів



Таблиця 3. Значення валідності тесту

Номер завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Валідність	0,24	0,49	0,88	0,55	0,55	0,22	0,4	0,71	0,47	0,6	0,65	0,5

Статистичний аналіз даних тестового випробування з біології (з використанням матеріалів предметного тесту з біології SAT II) в Кіровській школі показав, що в даному тесті є завдання, в яких досить низький рівень кореляції, що вказує на відсутність зв'язку їх змісту зі змістом інших завдань тесту. Аналіз значень коефіцієнта бісеріальної кореляції вказує на два доволі невдалих завдання тесту (це завдання 1 і завдання 6). Отримані результати яких свідчать про низьку валідність цих завдання. Ці завдання виявилися некоректними, і для покращення тесту їх потрібно вдосконалити. Для отримання більш об'єктивних результатів, надалі потрібно проводити даний тест з більшою кількістю учнів[3].

На основі даних результатів тестування з біології, можна зробити висновок, що значний досвід тестування США не можна без змін перенести на ґрунт української школи.

Нам потрібно розробляти предметні тести з урахуванням нашої нормативної бази і навчальних програм з конкретних предметів, використовуючи кращі надбання світового досвіду тестування.

*Список використаних джерел:*

1. Вакуленко Т.С. Використання тесту здатностей (aptitude test) у національних системах вступних випробувань: світовий досвід // ТІМО. – 2011. – № 8-9. – С. 74-87.
2. Горох В.П. Еволюція єдиного державного екзамену з математики в Росії: погляд крізь призму українського досвіду. // ТІМО. – 2011. – № 8 – 9. – С. 46-51.
3. Ким В.С. Тестирование учебных достижений. Монография. – Уссурийск: Издательство УГПИ, 2007. – 214 с.
4. Раков С.А. Системи оцінювання й шкалювання результатів національних стандартизованих вступних іспитів до ВНЗ (аналіз світового досвіду). // ТІМО. – 2009. – № 4. – С. 23-29.
5. Чельшкова М.Б. Теория и практика конструирования педагогических тестов. Учебное пособие. – М.: Логос, 2002.– 432 с.
6. Чорна Н.В. Сутнісні ознаки тестів успішності в педагогіці США //Наукові записки. Серія: Педагогіка і психологія /ВДПУ ім. Михайла Коцюбинського. – Вінниця, 2002. – Вип. 7. – С. 75-80.
7. Електронний ресурс: <http://sat.collegeboard.org>

**ТЕМАТИЧНЕ ОЦІНЮВАННЯ ЗНАНЬ, УМІНЬ І НАВИЧОК З КУРСУ СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНОЇ ГЕОГРАФІЇ СВІТУ**

*Регіна Травкіна*

*Науковий керівник - кандидат педагогічних наук, доцент Н.О.Пасічник*

Актуальність дослідження. Процес навчання в школі спрямований на вирішення навчально-виховних завдань, кожне з яких характеризується дидактичною завершеністю. Обов'язковим компонентом цього процесу є оцінювання знань, умінь та навичок, тобто перевірка його результативності. Розвиткові теорії та практики оцінювання в навчальному процесі присвячено багато праць учених-дидактів ( Ю. Бабанського, В. Беспалька, Т. Ільїної, І. Лернера, В. Оконя, В. Рисс, Н. Тализіної, В. Полонського, С. Сухорського та ін.). Актуальні аспекти організації та вдосконалення оцінювання навчальних досягнень учнів отримали теоретичне розроблення в працях сучасних українських учених. Такі дослідники, як Н. Бібік, І. Булах, Н. Буринська, С. Гончаренко, В. Лозова, О. Ляшенко, О. Овчарук, Л. Одерій, Л. Романишина, О. Савченко, П. Сікорський вивчають окреслені проблеми у зв'язку з сучасними вимогами до якості освіти, її моніторингу, необхідністю вимірювання та оцінювання навчальних досягнень учнів в умовах 12-бальної системи [1]. Проблеми контролю й оцінювання належать до кола наукових інтересів і багатьох зарубіжних учених, а саме: В. Аванесова, Л. Алексашкіної, Нормана Е. Гронлунда, В. Гузєєва, О. Майорова, І. Підласого, М. Челишкової, А. Хуторського та ін

**Метою статті** є визначення особливостей тематичного оцінювання знань, умінь і навичок учнів з курсу соціально-економічної географії світу й аналіз розробленої тематичної контрольної роботи з визначеного предмету.

Основними видами оцінювання навчальних досягнень учнів загальноосвітніх навчальних закладів є поточне, тематичне й підсумкове (семестрове, річне оцінювання та державна підсумкова атестація), а основною його одиницею – навчальна тема.

Тематичному оцінюванню навчальних досягнень підлягають основні результати вивчення теми (розділу). Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів забезпечує:

- усунення безсистемності в оцінюванні;
- підвищення об'єктивності оцінки знань, навичок і вмінь;
- індивідуальний та диференційований підхід до організації навчання;

- систематизацію й узагальнення навчального матеріалу;
- концентрацію уваги учнів до найсуттєвішого в системі знань з кожного предмета [4, с. 26].

Тематичне оцінювання з географії проводиться у різних формах по завершенню вивчення навчальної теми або її частин, згідно з переліком тем для тематичного оцінювання навчальних досягнень учнів[5].

Оцінюючи навчальні досягнення учнів з географії, необхідно враховувати:

- правильність і науковість викладення матеріалу, повноту розкриття понять і закономірностей, точність вживання географічної та картографічної термінології;
- ступінь самостійності відповіді;
- логічність, доказовість у викладенні матеріалу;
- ступінь сформованості інтелектуальних, загальноосвітніх, специфічних умінь (робота з картографічними, статистичними та іншими додатковими матеріалами) [5].

Зазначені теоретичні положення були нами враховані при розробці тематичної контрольної роботи з соціально-економічної географії світу. Дана контрольна робота розроблялася за темами: «Взаємодія суспільства і природи», «Світове господарство», «Глобальні проблеми людства». Тематична контрольна робота складалася із 2-ох варіантів, кожний варіант містив по 12 тестових завдань. До кожного рівня навчальних досягнень учнів відносилось по 3 завдання, тобто: I. Початковий рівень – 1, 2, 3 завдання; II. Середній рівень – 4, 5, 6 завдання; III. Достатній рівень – 7, 8, 9 завдання; IV. Високий рівень – 10, 11, 12 завдання. Кожне завдання оцінюється в 1 бал. Якщо учень відповів **вірно** він отримував – 1 бал; якщо відповів **не вірно**, або пропустив завдання, воно оцінювалось у 0 балів. Оцінювання виконаних завдань проводиться відповідно до Критеріїв оцінювання навчальних досягнень учнів з географії за 12-ти бальною шкалою.

Тестова контрольна робота складалася із завдань 5 форм:

1. Завдання з вибором однієї правильної відповіді із двох запропонованих (№ 1-2) – «Так» чи «Ні».
2. Завдання з вибором однієї правильної відповіді (№ 3 – 4). До кожного завдання подано чотири варіанти відповіді, з яких лише один правильний. Завдання вважається виконаним, якщо учень вибрав і позначив правильну відповідь.
3. Завдання з двома правильними відповідями (№ 5 – 6). До кожного завдання подано чотири варіанти відповіді, з яких лише дві правильні.
4. Завдання на встановлення відповідності (логічні пари) (№7). До кожного завдання подано інформацію, позначену цифрами (ліворуч) і буквами (праворуч). Щоб виконати завдання, необхідно встановити відповідність інформації, позначеної цифрами та буквами (утворити логічні пари).
5. Завдання відкритої форми з короткою відповіддю (№ 8-12). Під час виконання цих завдань потрібно вписати правильну відповідь.

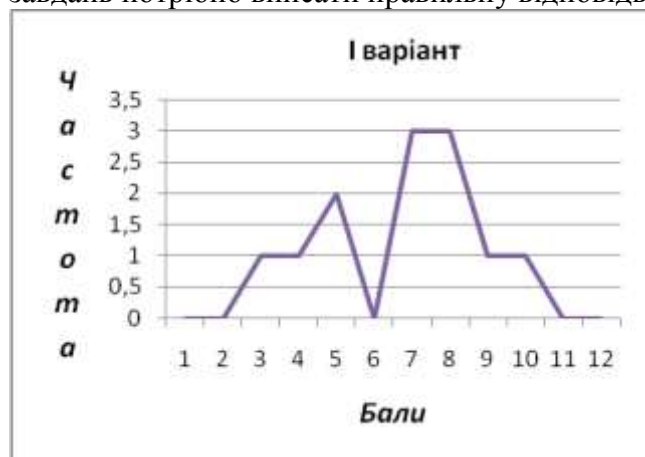


Рис. 1.

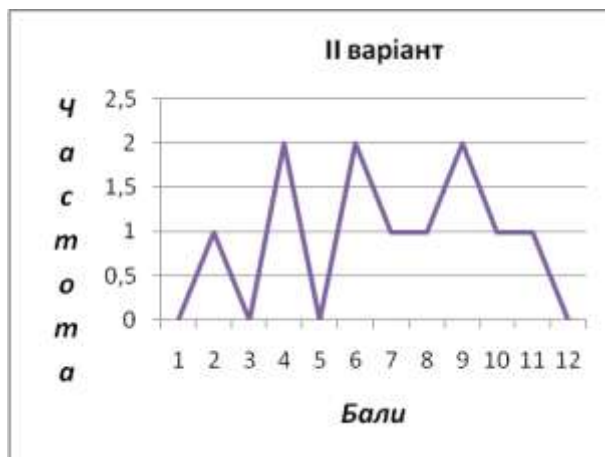


Рис. 2.

Після проведення даної тематичної контрольної роботи здійснювалася математико-статистична обробка емпіричних даних та інтерпретація результатів [4, с.220-230]. Етап математико-статистичної обробки здійснюється в декілька етапів. Спочатку ми формуємо матрицю тестових результатів, в якій кількість даних представляється у систематизованій формі. За кожну правильну відповідь учень отримує 1 бал, за кожну неправильну, або за пропуск завдання учень отримує – 0 балів. Потім ми видаляємо результати тих учнів, які відповіли за всі питання вірно, тобто отримали 12 балів і тих, які отримали 0 балів. Далі здійснюємо впорядкування матриці результатів тестування, для цього ми змінюємо місцями рядки ( результати учня) у порядку зростання. Наступним кроком є графічна інтерпретація результатів, для цього необхідно розробити ранжований ряд. Тепер можна зобразити ці дані графічно (Рис. 1-2).

На наступному етапі необхідно знайти моду, середнє арифметичне, розмах, дисперсію, статистичне відхилення, асиметрію і медіану.

	I-варіант	II - варіант
Мода	7,8	4,6,9
Сер.арифмет	6,75	6,909091
Розмах	7	9
Дисперсія	4,386364	7,890909
Ст.відхил	2,094365	2,809076
Асиметрія	-0,2	-0,24
Медіана	7	7

Коефіцієнт кореляції бісеріальний – статистичний показник, який використовують для визначення диференційної здатності завдання; коефіцієнт кореляції між двома змінними, із яких одна виміряна в дихотомічній шкалі, друга в інтервальній. Він оцінює валідність кожного окремого завдання.

№ завдання	I-варіант	II - варіант
1	-	-
2	-	-
3	0,5638	0,6869
4	0,5018	0,5894
5	0,4855	0,8136
6	0,6532	0,4682
7	0,7064	0,7123
8	0,7901	0,4465
9	0,2753	0,6506
10	0,5289	0,478
11	0,3383	0,6336
12	-	0,2468

Математико-статистична обробка даних дозволила проаналізувати дану контрольну роботу. Аналіз значень коефіцієнта бісеріальної кореляції показує, що в I варіанті є невдале завдання під № 9; II варіант – № 12. Ці тестові завдання вважають найменш вдалим, тому їх необхідно видалити або удосконалити.

Результати математико-статистичної обробка даних тематичної контрольної роботи з курсу соціально-економічної географії світу, свідчать про можливість її практичного використання для оцінювання навчальних досягнень учнів.

#### *Список використаних джерел:*

1. Біляковська О. Аналіз контролю та оцінювання навчальних досягнень старшокласників у практиці сучасної школи / О. Білявська // Рідна школа. – 2007. – № 3. – С. 19-20.



2. Ким В.С. Тестирование учебных достижений. Монография. – Уссурийск: Издательство УГПИ, 2007. – 214 с.
3. Лутченко Л.І., Пасічник Н.О. Основи педагогічного оцінювання: Навчально-методичний посібник. – Кіровоград: Лисенко В.Ф., 2012. – 72 с.
4. Чельшкова М.Б. Теория и практика конструирования педагогических тестов. Учебное пособие. – М.: Логос, 2002. – 432 с.
5. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів: Географія. 10 клас. Рівень стандарту, академічний рівень. – [Ел. ресурс] – Режим доступу: <http://www.mon.gov.ua/index.php/ua>

## **МАТЕМАТИКО-СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ ОБРОБКИ РЕЗУЛЬТАТІВ ТЕСТУВАННЯ СТУДЕНТІВ З ХІМІЇ В РАМКАХ КЛАСИЧНОЇ ТЕОРІЇ**

*Євгеній Шевченко*

*Науковий керівник – кандидат педагогічних наук, доцент Л.І.Лутченко*

Задля переходу до єдиного освітнього простору з Європою в Україні було введено зовнішнє незалежне оцінювання в вигляді тестування. Оскільки в Україні декілька десятиліть в системі освіти більше приділялася увага усним та письмовим іспитам, і фактично не використовувалося оцінювання навчальних досягнень учнів шляхом тестування, то впровадити тестування в освітній процес вимагає чимало зусиль і кропіткої роботи спеціалістів в галузі освітніх вимірювань. Виникає потреба у розробці якісних тестових завдань, калібрувати які дозволяють математико-статистичні методи обробки результатів тестування.

Метою статті є опис результатів дослідження, в ході якого використані математико-статистичні методи обробки результатів тестування в рамках класичної теорії.

У ході дослідження була опрацьована психолого-педагогічна та методична література, розглянуті основні тенденції розвитку систем освіти та освітніх технологій, розвиток і впровадження тестових технологій в світовій педагогічній практиці та в Україні, особливості переходу до ЗНО, як ефективного оцінювання досягнень випускників загальноосвітніх навчальних закладів та засобу підбору абітурієнтів до вступу до вищих навчальних закладів.

Автор розробив систему тестових завдань з модуля «Загальна хімія» для студентів напряму підготовки «Хімія» та провів їх апробацію. Тестування проводилося серед студентів першого курсу спеціальності «Хімія» природничо-географічного факультету Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка. Обробка результатів тестування проводилася за класичною теорією, що описана Чельшковою М.Б. [2]. Тестові завдання були створені за сертифікацією ЗНО 2011 року (але кількість завдань першого рівня – 15, до завдань дано 5 відповідей, серед яких тільки одна вірна). Результати тестування подано в матриці (табл.1).

*Таблиця 1. Матриця результатів тестування.*

Номер досліджуваного $i$	Номер завдання										Індивідуальний бал $X_i$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	7
2	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	7
3	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	7
5	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	7
7	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	7
8	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	7
4	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	8
9	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	8
11	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	8
6	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	9
10	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	9
Число вірних	10	9	9	9	9	9	8	8	7	6	84

відповідей $R_j$											
$p_i$	1,0	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,6	

Полігон частот розподілу балів та гістограма (частотне розподіл балів) зображені на рис.1.

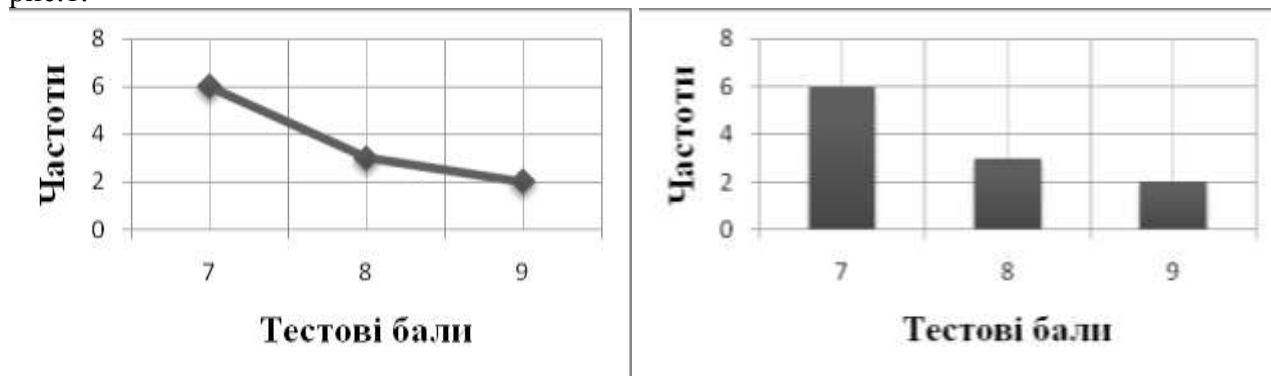


Рис.1.

Числові характеристики розподілу балів за результатами тестування такі: середнє вибіркоче – 7,64; дисперсія – 0,655; стандартне відхилення – 0,8; середнє квадратичне відхилення – 0,695; асиметрія тестування – 0,62; ексцес – 0,425. Як видно з рис.1 розподіл балів за тестування не близький до нормально, що можна пояснити частково малою вибіркою. Тестові завданнями не зовсім вдало сконструйовані й потребують удосконалення, що буде виконано у подальшому дослідженні.

Наступним завданням було проведення кореляційно-регресійного аналізу результатів навчання студентів спеціальності «Хімія» з природничих наук. Для його виконання було проведено анкетування серед студентів першого курсу і визначенні оцінки з хімії; оцінки з природничих наук були взяті за результатами першої екзаменаційної сесії й обчислено їх середнє значення. Результати представлені в табл.2:

Таблиця 2.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Оцінки студентів першого курсу з хімії (x)	8	8	8	9	9	9	9	10	10	11	11	11	12
Середній бал студентів першого курсу з природничих дисциплін. (y)	8.34	8.3	7.5	8.5	9.2	9.5	9.4	8.75	8.6	9.6	9.8	9.7	10.4

За отриманими даними були проведенні всі потрібні розрахунки та побудований графік залежності між величинами (Рис. 2):

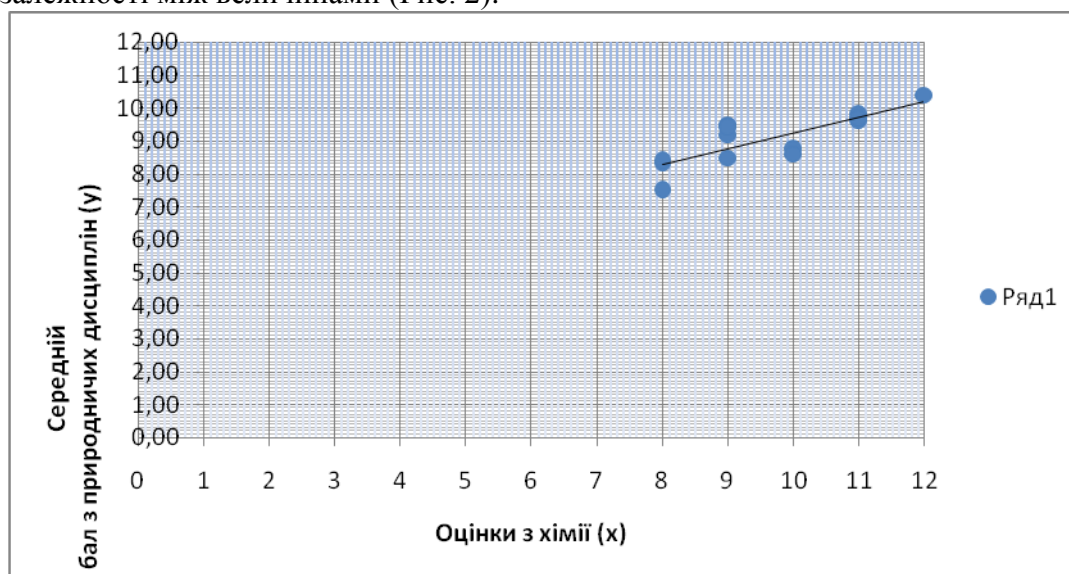


Рис. 2.

З графіка можна бачити, що зв'язок між середнім показником успішності з природничих наук загалом та оцінками за тестування з хімії прямий і коефіцієнт кореляції  $r=0,81$  свідчить, що він щільний.

Наступним кроком було дослідження зв'язку між ознаками непараметричними методами. Для його проведення зв'язку між ознаками непараметричними методами були взяті дані приймальної комісії КДПУ ім. В. Винниченка про шкільний середній бал атестата та бал сертифіката ЗНО з хімії тих студентів спеціальності «Хімія», які брали участь у дослідженні (табл.3.). У таблиці з етичних міркувань не вказано прізвищ абітурієнтів.

Таблиця 3. Бали абітурієнтів, що вступили на спеціальність «Хімія» в 2011 році.

<b>Порядковий номер студента</b>	<b>Шкільний середній бал атестата</b>	<b>Бал сертифіката з хімії</b>
Студент 1	154,5	166,8
Студент 2	167,7	169
Студент 3	183,8	156
Студент 4	177,2	157,0
Студент 5	151,5	179,1
Студент 6	187,6	165,5
Студент 7	148,7	137,0
Студент 8	174,3	158,6
Студент 9	172,4	152,5
Студент 10	164,9	139,5
Студент 11	154,4	148,5
Студент 12	164,9	137,0
Студент 13	165,8	149,5

Виходячи з даних був побудований ранжований ряд та проведені розрахунки коефіцієнтів Кендалла та Спірмена [4] відповідно:  $r_k=0,35$  та  $r_c =0,45$ . Оскільки обидва коефіцієнти мають додатне значення, то можна говорити про те, що зі збільшенням одного значення буде збільшуватися інше відповідне йому, і навпаки. А те що значення коефіцієнтів близьке до 0,5 говорить про те, що зв'язок між вказаними ознаками помітний. Отже, зв'язок між балом сертифіката ЗНО з хімії та шкільним середнім балом атестата абітурієнта існує прямий і досить тісний.

Таким чином, математико-статистичні методи дозволяють не тільки аналізувати результати тестування, а й встановлювати зв'язок між оцінками навчальних досягнень студентів (учнів), отриманих за допомогою різних форм контролю.

#### **Список використаних джерел:**

1. Зовнішнє незалежне оцінювання навчальних досягнень випускників загальноосвітніх навчальних закладів. 2008 р.: Інформаційні матеріали/ Український центр оцінювання якості освіти: Уклад.: І. Л. Лікарчук (наук. ред.) та ін. – К., 2007. – 288 с.
2. Чельшкова М.Б. Теория и практика конструирования педагогических тестов. Учебное пособие. – Москва: Логос, 2002. – 432 с.
3. Біла Л.В. Інноваційна теорія і практика. Зовнішнє незалежне оцінювання – найдієвіша реформа в освіті України за роки незалежності / Таврійський вісник освіти. – 2011. – №1 (33).
4. Попов Олег Александрович. «Методы математической статистики. Коэффициент ранговой корреляции Спирмена» Электронный ресурс: <http://psystat.at.ua/publ/1-1-0-33>.

## ДОСЛІДЖЕННЯ МОЖЛИВОСТЕЙ КОМП'ЮТЕРНОЇ СИСТЕМИ X-TLS ДЛЯ ОРГАНІЗАЦІЇ ТЕСТУВАННЯ

Андрій Шарапа

*Науковий керівник – кандидат фізико-математичних наук, доцент С.Д. Паращук*

Статтю присвячено питанням розробки тестових завдань на основі безкоштовних тестових програм. Описано сучасний стан та значення тестового контролю знань у навчальному процесі. Розкрито основні можливості безкоштовної та інтуїтивної програми x-TLS. Для контролю знань використовуються як традиційні, так і сучасні методи контролю. Серед останніх чи не найширше розповсюдження знаходять методи контролю знань шляхом тестування. Слово «тест» англійського походження і на мові оригіналу означає «випробування», «перевірка». Тест – це сукупність завдань, зорієнтованих на визначення (вимірювання) рівня (ступеня) засвоєння певних аспектів (частин) змісту навчання. Педагогічний тест (англ. «test» – проба, випробування, перевірка будь-яких якостей) є сукупністю взаємопов'язаних завдань зростаючої складності, що дозволяє надійно і валідно оцінювати знання або будь-які інші психолого-педагогічні характеристики. Тестовий контроль має багато переваг - без особливих витрат часу він дозволяє опитати всіх студентів за всіма розділами навчального курсу, сума оцінок може скласти рейтинг знань, що, на розсуд викладача, може бути причиною звільнення студента від здавання частини, а в окремих випадках, і всього курсу. А це, в свою чергу, збереже час для учня (студента) й для вчителя (викладача). Тести приваблюють своєю незвичайністю в порівнянні з традиційними формами контролю, спонукають до систематичних занять з предмету, створюють додаткову мотивацію навчання. Впровадження модульно – рейтингової системи в навчальний процес вищих закладів освіти та акцент на самостійній роботі студентів вимагає застосування тестового контролю для оцінки знань, що забезпечує високу технологічність проведення контролю та об'єктивність його результатів. Вони є простими й зрозумілими для всіх учасників процесу перевірки знань однаково. З розвитком та появою комп'ютерного обладнання постає питання і комп'ютерного тестування.

Один з провідних світових фахівців у сфері психодіагностики Пол Клайн наполягає на необхідності урізноманітнити типи завдань при тестуванні рівня навчальних досягнень. Різноманітність завдань, як припускає автор, зробить тест менш монотонним для тих, хто складає іспит [1, с. 17-24]. Системи тестування випускників успішно діють у багатьох країнах світу. В Україні тести почали використовувати не так давно – з появою ЗНО. Деякі автори використовують такі види тестових завдань: завдання закритої форми – завдання тесту з вибором відповіді з декількох запропонованих варіантів; завдання відкритої форми – завдання тесту, в якому учень повинен самостійно формулювати свою відповідь; завдання з короткою вільною відповіддю – це тестові завдання, на які учень повинен написати відповідь словом, словосполученням або числом. Цей вид завдання є окремим випадком відкритих завдань; завдання з розгорнутою відповіддю – тестові завдання, на які учень повинен записати відповідь у вигляді одного або декількох речень чи формул. Є окремим випадком відкритих завдань; завдання перестановки – тестові завдання, в яких потрібно переставити елементи списку в потрібній послідовності. Наприклад, розставити події у хронологічному порядку [2, с. 50-54].

*Об'єктом нашого дослідження є система комп'ютерного тестування x-TLS.*

*Предмет дослідження:* принципи роботи системи x-TLS та можливості її використання у педагогічному тестуванні

*Мета дослідження:* дослідити можливості системи конструювання тестів x-TLS для організації тестування та використання її в педагогічному оцінюванні

*Завдання:*

- дати характеристику програми;
- розкрити можливості та з'ясувати принципи дії системи x-TLS;

- розглянути особливості системи та способи побудови тестів, критерії оцінювання та редагування тестових завдань;
- обґрунтувати значення тестового контролю в освіті та його ефективність

Розглянемо саму програму створення тестів x-TLS. На базі запропонованого інструментарію в складі програми x-TLS надається можливість створення тестів будь-якої складності, а перевірка тестів максимально автоматизована. Система для тестування знань і атестації x-TLS складається з двох практично незалежних модулів, об'єднаних загальною базою даних. Це конструктор тестів (модуль викладача), написаний під ОС Windows на мові C++, і серверний модуль он – лайн тестування, написаний на мові Java. [3] Основним типом завдань цієї системи є завдання закритого типу: застосування завдань закритої форми показує, що оптимальне число можливих відповідей складає 4-5, тому максимальна кількість можливих відповідей – п'ять. Для збільшення вірогідності результатів перевірки знань у роботі повинно бути від 7 до 25 завдань. Завдання цього типу поділяються на завдання з вибором однієї правильної відповіді, завдання на встановлення відповідності, завдання на встановлення послідовності.

Найбільш поширеними і простими є завдання з вибором правильної відповіді. У завданнях цього типу допускаються як один, так і декілька правильних відповідей. Зауважимо, що відповідь виду “Усі відповіді неправильні” або “Немає правильної відповіді” зустрічається рідко, хоча завдання, в яких вказана відповідь є правильною, можуть бути прекрасними провокаційними питаннями. Оцінювання таких тестів не викликає ускладнень і підсумок тестового завдання знаходиться, як сума правильних відповідей. У той же час питання цього типу можна значно ускладнити за рахунок введення порогу оцінювання. У завданнях на встановлення відповідності потрібно встановити відповідність між твердженнями для категорії “1” і твердженнями з категорії “Г”. Фактично використання завдання цього виду очевидно, що використовується тільки один вид зіставлення - один до одного, потім один елемент з категорії “1” зіставляється тільки з одним елементом категорії “Г”. Завдання на встановлення послідовності - самою природою передбачено, що для оцінки питання потрібен підрахунок послідовностей, утворених з пар подій, вибраних учасником тестування. На множині відповідей завдання встановлений порядок їх дотримання, при цьому будь-яка пара елементів вважається правильно впорядкованою, якщо порядок дотримання цих подій погоджений із заданим порядком. Зауважимо, що для відношення порядку справедливі наступні співвідношення: якщо «A<B» і «B<C», то «A<C», де вираження «A<B» означає наступне: подія «A» передує «B», або «B» йде за «A». Таким чином, будь-яка пара подій є впорядкованою. Особливе місце в цій програмі займають тест-карти. Поняття “тест-карта” в програмі x-TLS представлена сценаріями (схемами) тестування. Кількість тестових завдань, об'єднаних в одній тест-карті, визначається поняттям «Довжина тесту» або «Об'єм тесту». Для тематичної перевірки знань учнів в процесі експрес-контролю можна використати тест-карту завдовжки в 15 – 20 тестових завдань; підсумкова перевірка знань і умінь по тому або іншому учбовому курсу вимагає включення в тест-карті 60-120 тестових завдань. Фахівці, наприклад, підкреслюють, що надійність і об'єктивність тестової перевірки знань і умінь збільшується зі збільшенням довжини (об'єму) тест-карти. Для того, щоб тести виконували перелічені вище функції, потрібна грамотна з дидактичного і змістовного боку побудова тестів, а також експерти за їх відповідності освітньому стандарту (перший блок тестів) і програмі поглибленого вивчення предмету (другий блок тестів).

Програма для тестування знань x-TLS має ще одну перевагу – вона дозволяє зберігати усі протоколи тестування в хронологічному порядку, що містять інформацію про усі відповіді, а також можливі помилки, допущені в ході виконання тестового завдання. При цьому модуль тестування x-TLS запускається на сервері і не вимагає встановлення додаткового програмного забезпечення на комп'ютер, оскільки сучасний браузер (у якому відбувається взаємодія системи із співробітником) вже встановлений практично на будь-якому комп'ютері. Програма x-TLS дозволяє створювати анонімні тести. При необхідності

можна зробити авторизацію (контроль доступу). [4] Тестування – це невід’ємна частина в організації якісної підготовки учнів. Вченими доведено й обґрунтовано позитивний синергетичний ефект від такої форми контролю та самоконтролю знань учнів як тест. Але, на жаль, більшість вчителів саме розуміння поняття тест трактують досить умовно й вважають, що тест це лише запитання з однією правильною відповіддю. Звичайно така думка є хибною і говорить про низьку компетентність більшості викладачів в цьому досить актуальному питанні. Яскраво така тенденція прослідковується у вчителів похилого віку, які звикли жити за радянськими нормами де, як відомо, тестовий контроль був розкритикований. Пошук досконалих методів організації контролю та самоконтролю учнів на сучасному етапі розвитку інформаційних технологій набуває надзвичайної актуальності, оскільки об’єктивізація процесу вимірювання, забезпечуючи зворотний зв’язок, дає можливість координувати цей розвиток. Отже, об’єктивні та точні методи вимірювання та оцінювання знань стають однією з рушійних сил наукового прогресу. Багато викладачів відмовляються від комп’ютерного тестування керуючись такими загальними проблемами тестових програм, як: складність та незрозумілість інтерфейсу (особливо ця проблема відштовхує викладачів з досвідом роботи, але без глибоких знань в сфері інформаційних технологій); небажання освоювати, страх перед застосуванням новітніх технологій.

Оцінювання знань за допомогою тестування можна проводити двома способами: на заздалегідь роздрукованих бланках; на персональному комп’ютері (комп’ютерне тестування). Однак науковцями (В.С. Аванесов, А.Н. Майоров, І.Д. Рудінский, Е.В. Соловей та інші) доведено, що саме комп’ютерне тестування має більший педагогічний ефект. Це спричинене унеможливленням людського фактора (втома, особиста симпатія, неухважність, неякісно роздрукований матеріал тощо). Тому можна стверджувати, що комп’ютерне тестування має об’єктивний характер та, що досить суттєво, дає змогу зменшити час, пов’язаний з перевіркою, написанням (чи друкуванням) завдань, провести моніторинг та розрахунок отриманих вибірок. Однак попри численні переваги комп’ютерне тестування має два суттєвих недоліки: висока вартість деякого ПЗ; складність та незрозумілість інтерфейсу. Тому було проведено огляд однієї із безкоштовних та нескладних в користуванні програм для організації контролю та самоконтролю знань учнів.

На базі цієї програми було створено 20 тестів з різним рівнем складності (від 1 до 3) та запропоновані 4 варіанти відповідей. На тестування було відведено 15 хвилин. Оцінювання проводилось за 5 бальною шкалою серед 23 студентів. По закінченню тестування відображається відсоток відповідей та оцінка за кожне питання. Оцінка 5 балів спостерігалась у 30% студентів, 4 бала мали 45% студентів та 25% мали 3 бали.

#### *Список використаних джерел:*

1. Формы ответов при автоматизированном контроле знаний студентов. – Науковий вісник ПДПУ ім. К.Д. Ушинського. – Одеса: ПДПУ, 2004. - № 7.
2. Шелухина Л.Ю. Системы контроля знаний: компьютерное тестирование. / Л.Ю. Шелухина – Екат: Читай-город, 2002. – Вып. 2.
3. Сергієнко Н.В. Про порівняння систем дистанційного навчання та контролю знань// Збірник матеріалів Всеукраїнської науково-практичної конференції "Проблеми розробки та впровадження комп’ютерно-орієнтованих засобів навчання"/ Н.В. Сергієнко – Б. Церква, 2006.
4. Аванесов В.С. Проблема качества педагогических измерений. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [http://testolog.narod.ru/EdMeasmt2.html#\\_ftn3](http://testolog.narod.ru/EdMeasmt2.html#_ftn3)

## **ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДИКИ Т.ЛІРІ ДЛЯ ПРОФЕСІЙНОГО ВІДБОРУ ВИХОВАТЕЛІВ ДИТЯЧОГО САДКА**

*Анна Болюк, Ірина Лупан*

Професійний відбір являє собою комплекс заходів, призначених для визначення у кандидатів на навчання, робоче місце чи посаду тих професійно важливих якостей, які достатні й необхідні для здобуття професійних компетенцій, що обумовлюють успішність навчання в установлені терміни і ефективність подальшої професійної діяльності. Відомо, що різні види професійної діяльності вимагають від людини різних якостей та властивостей, які притаманні не всім в однаковій мірі. Процес розвитку особистості у зв'язку з характером діяльності відбувається досить своєрідно, виходячи з особливостей цілого ряду особистісних і діяльнісних факторів. Зазначимо, що цей розвиток має на меті забезпечення досить надійної адаптації індивіда до конкретних і типових, життєвих і регіональних умов, що визначає формування стійких рис особистості, специфічних для більшості видів діяльності.

Орієнтація системи дошкільної освіти на розвиток особистості дитини передбачає нову педагогічну позицію центром якої є вихованець з індивідуальними, психічними та фізичними особливостями. Тому до особистості та професійних якостей вихователя дошкільного навчального закладу (ДНЗ) висувуються особливі вимоги. Виходячи з цього, пріоритетним завданням є формування у вихователя ДНЗ таких професійних якостей, які забезпечують розуміння особистості та орієнтацію на розвиток і саморозвиток індивідуальності вихованця. Від рівня розвитку професійних якостей залежатиме успіх професійної діяльності вихователя, виконання покладених повноважень, продуктивність педагогічної діяльності. Професійні якості є одним із найважливіших чинників професійної придатності, вони не тільки побіжно характеризують певні здібності, але й органічно входять до їх структури, розвиваючись у процесі навчання й практичної діяльності. Професійні якості, є передумовою професійної діяльності, та самі удосконалюються, шліфуються в ході діяльності, її новоутворення.

Об'єктом нашого дослідження є професійна придатність та професійно важливі якості вихователя дитячого садка, що обумовило також мету дослідження: розробку методики, яка б дозволила виділити та використовувати у подальшому відборі професійно важливих якостей особистості вихователя.

Статтю присвячено дослідженню психологічних властивостей вихователів дитячого садка за допомогою методики діагностики міжособистісних стосунків Т.Лірі. Та порівняння отриманих результатів з результатами тестування студентів психолого-педагогічного факультету.

В обстеженні взяли участь 19 вихователів дитячих садків м. Кіровограда та 34 студенти. Вибірка студентів складалася з двох груп: відповідно 14 та 20 осіб, які проходили обстеження у різні роки, тому у тестах вони розглядаються як група 2 та група 3, або як зведена група 2.

Методика Т. Лірі була розроблена у 1954 р. та призначена для вивчення стосунків у малих групах. За її допомоги виявляють переважний тип ставлення до людей [1].

Розроблені за результатами тестування усереднені профілі вихователів та студентів показали наявність істотних відмінностей у частині факторів (Рис. 1), що підтверджується також результатами одно факторного дисперсійного аналізу, проведеного для кожного з 8 виділених у тесті типу стосунків (Таблиця 1). Відмінності за типом IV (Підозрілий) настільки значні, що дозволяють навіть розділити досліджуваних на групи засобами дискримінантного аналізу (точність прогнозу становить 79%, а  $\tau$ -статистика – 0,75: результат краще випадкового приблизно у 4 рази) [2].

Дуже схожий результат отримується при застосуванні до загальної вибірки кластерного аналізу k-середніх (Рис. 2).

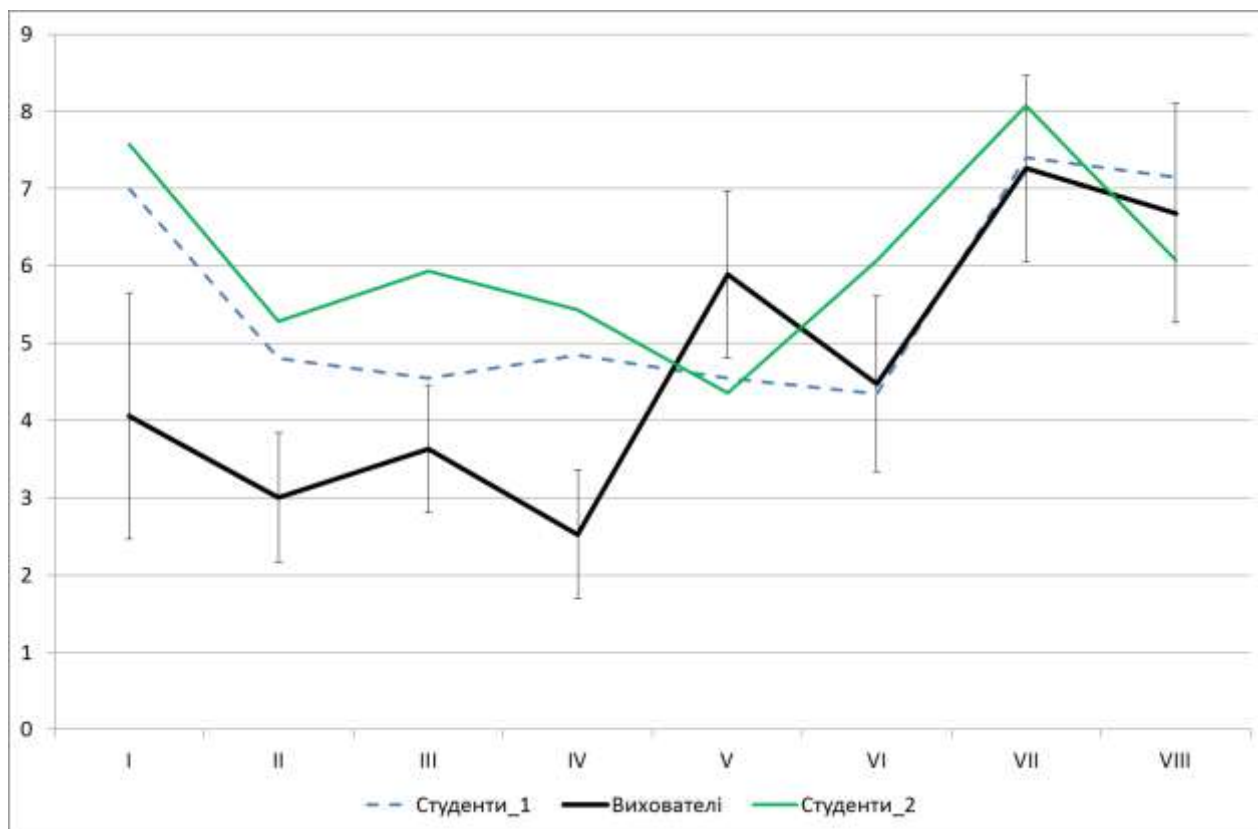


Рис. 1.

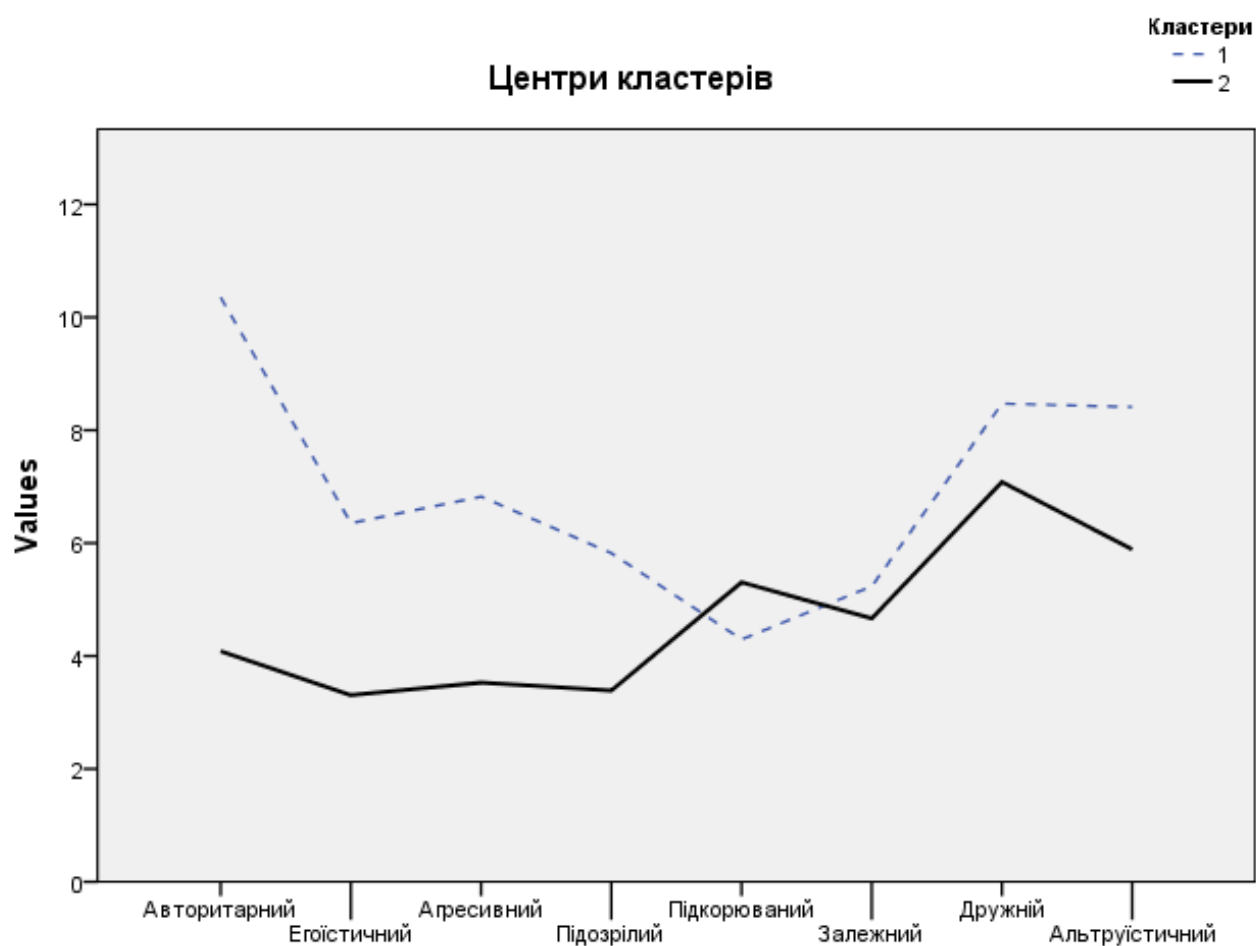


Рис. 2.



Таблиця 1.

## Однофакторний дисперсійний аналіз

		Сума квадратів	df	Середній квадрат	F	Sig.
Авторитарний	Між групами	126,152	2	63,076	5,453	,007
	Всередині груп	578,376	50	11,568		
	Разом	704,528	52	<i>Відмінності істотні</i>		
Егоїстичний	Між групами	50,698	2	25,349	5,509	,007
	Всередині груп	230,057	50	4,601		
	Разом	280,755	52	<i>Відмінності істотні</i>		
Агресивний	Між групами	42,568	2	21,284	4,466	,016
	Всередині груп	238,300	50	4,766		
	Разом	280,868	52	<i>Відмінності істотні</i>		
Підозрілий	Між групами	82,756	2	41,378	10,206	,000
	Всередині груп	202,715	50	4,054		
	Разом	285,472	52	<i>Відмінності істотні</i>		
Підкорюваний	Між групами	25,027	2	12,514	2,370	,104
	Всередині груп	263,954	50	5,279		
	Разом	288,981	52	<i>Відмінностей не виявлено</i>		
Залежний	Між групами	28,577	2	14,289	2,950	,062
	Всередині груп	242,215	50	4,844		
	Разом	270,792	52	<i>Відмінностей не виявлено</i>		
Дружній	Між групами	5,795	2	2,897	,388	,680
	Всередині груп	373,413	50	7,468		
	Разом	379,208	52	<i>Відмінностей не виявлено</i>		
Альтруїстичний	Між групами	9,586	2	4,793	,476	,624
	Всередині груп	503,584	50	10,072		
	Разом	513,170	52	<i>Відмінностей не виявлено</i>		

Попередній аналіз отриманих даних, виконаний за допомогою статистичного інструментарію пакетів MS Excel та SPSS, дозволяє зробити висновки про те, що у працюючих вихователів типи ставлення до оточуючих Авторитарний (I), Егоїстичний (II), Агресивний (III), та особливо Підозрілий (IV) виражені не просто на низькому рівні (до 8 балів), а й статистично нижче, ніж у студентів-старшокурсників. Водночас, у типах стосунків Підкорюваний (V), Залежний (VI), Дружній (VII) та Альтруїстичний (VIII) відмінностей не виявлено.

Вищезазначене дозволяє висунути гіпотезу про те, що методика Т.Лірі може бути використана для професійного відбору вихователів дитячого садка.

Для підтвердження гіпотези необхідно повторити дослідження для репрезентативної вибірки вихователів. Також доцільно було б порівняти результати тестування вихователів з результатами як студентів, так і працюючих вчителів молодших класів. Також планується провести експертне оцінювання відібраних вихователів колегами та батьками.

**Список використаних джерел:**

- Максимов С.В. Методика Т.Ліри в исследовании представлений человека о себе и других. // Методы исследования межличностного восприятия: спецпрактикум по социальной психологии / Под ред. Г.М.Андреевой, В.С.Агеева. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. – С.89-102.
- Лупан І.В., Авраменко О.В. Комп'ютерні статистичні пакети: навчально-методичний посібник. – Кіровоград: «КОД», 2010. – 216 с.

## ЗМІСТ

РОЗДІЛ 1: ПРИКЛАДНІ ТА ФУНДАМЕНТАЛЬНІ НАУКИ .....	3
<i>Олена Богун, Юрій Гуртовий</i>	
Дослідження гравітаційних хвиль в тришаровій рідині скінченної глибини.....	3
<i>Василь Григоржевський, Вадим Зеленський</i>	
Розробка програмного комплексу для контролю автотранспорту з використанням системи супутникового моніторингу «АвтоГРАФ» .....	5
<i>Віктор Єрмолаєв, Зоя Халецька</i>	
Аналіз страхового ринку України.....	9
<i>Сергій Жаботін</i>	
Формалізація нормальних форм вищих порядків .....	12
<i>Петро Лопатюк</i>	
Генерація пікосекундних лазерних імпульсів синхронізацією мод і компресією імпульсів.....	19
<i>Олексій Лутченко, Сергій Ганжела</i>	
Цифровий підпис із застосуванням кода автентифікації повідомлення .....	21
<i>Олексій Новіков, Сергій Компан</i>	
Змістовна та формальна семантика інкапсуляції .....	24
<i>Олексій Овсянніков</i>	
Приклади фінітизації числової прямої та площини .....	34
<i>Мар'яна Овчаренко</i>	
Економіко-статистичний аналіз інвестиційного потенціалу України.....	35
<i>Віталій Паршенков</i>	
Концептуальне моделювання предметних областей: ER-модель та CASE-засоби .....	39
<i>Валерій Чеча</i>	
Одностадійний кластерний відбір.....	42
<i>Олександр Биков</i>	
Стислий огляд програмних реалізацій поверхневих хвильових рухів рідини .....	44
РОЗДІЛ 2: МЕТОДИКА НАВЧАННЯ.....	49
<i>Олеся Бузян</i>	
Використання інтерактивних технологій ситуативного моделювання на уроках математики .....	49
<i>Дмитро Злепко, Юрій Гуртовий</i>	
Вивчення елементів теорії ймовірностей в освітніх закладах пенітенціарної системи .....	53
<i>Інна Карлова</i>	
Ланцюгові дроби у шкільному курсі математики .....	55
<i>Ірина Кльоз</i>	
Конгруенції у шкільному курсі математики.....	58
<i>Наталя Непомняща</i>	
Метод проектів у формуванні дослідницько-пошукових умінь студентів.....	61
<i>Олександр Олійник</i>	
Використання Advanced Grapher при вивченні графіків функцій .....	63
<i>Роман Осауленко</i>	
Вивчення елементарної геометрії на засадах ідей фузіонізму.....	66
<i>Альона Пецул</i>	
Елементи дистанційного навчання з аналітичної геометрії .....	69
<i>Лілія Полока</i>	
Формування логічного мислення в учнів з використанням різних способів доведення математичних тверджень .....	71

<i>Тарас Полтавець</i>	
Розвиток дослідницьких здібностей учнів при вивченні астрономії .....	74
<i>Юлія Потерайко</i>	
Організація самостійної роботи майбутніх вчителів математики в умовах застосування дистанційного навчання .....	76
<i>Євген Романенко, Володимир Євладенко</i>	
Тризначна логіка як приклад неklasичної логіки .....	78
<i>Іван Тимофієнко</i>	
Математичний пакет MAPLE – помічник при розв'язуванні діофантових рівнянь .....	82
<i>Антоніна Черевченко</i>	
Розв'язування рівнянь з цілою або дробовою частинами .....	86
<i>Анна Чінчой</i>	
Організація розв'язування математичних задач з використанням властивостей елементарних функцій .....	89
<i>Ірина Чопик, Володимир Євладенко</i>	
Геометричні перетворення та їх застосування .....	92
<i>Олена Швець</i>	
Наближені методи розв'язування диференціальних рівнянь першого порядку .....	95
<b>РОЗДІЛ 3: ОСВІТНІ ВИМІРЮВАННЯ</b> .....	98
<i>Альона Андріяшевська</i>	
Контроль навчальних досягнень учнів з біології .....	98
<i>Вікторія Вовкодав</i>	
Прикладні задачі, як засіб формування математичних компетентностей студентів .....	100
<i>Ольга Воропай</i>	
Тестування як засіб контролю та перевірки залишкових знань першокурсників з математичного аналізу .....	103
<i>Анастасія Грабовенко</i>	
Особливості розробки та використання педагогічних тестів з природничих дисциплін.....	106
<i>Наталія Іванова, Залмен Філер</i>	
Зовнішнє незалежне оцінювання та його результати в Кіровоградській області за 2011 р. ....	108
<i>Інна Карлова</i>	
Особливості оцінювання та контролю модуля «Теорія конгруенцій».....	111
<i>Ірина Кльоз</i>	
Особливості контролю знань при вивченні алгебри висловлень .....	114
<i>Олександр Магльованій</i>	
Проведення моніторингового дослідження на тему: «Взаємозв'язок між успішністю учнів та соціально-психологічними умовами їхнього життя».....	117
<i>Анна Оришко, Ольга Авраменко</i>	
Аналіз тестів ЗНО та ЄДІ на основі результатів тестування першокурсників фізико-математичного факультету .....	121
<i>Вікторія Патратій</i>	
Критерії та показники якості навчальної роботи загальноосвітнього навчального закладу .....	126
<i>Юлія Темна</i>	
SAT як стандартизований тест оцінювання якості середньої освіти США та досвід його використання в Кіровському загальноосвітньому навчальному закладі .....	130
<i>Регіна Травкіна</i>	
Тематичне оцінювання знань, умінь і навичок з курсу соціально-економічної географії світу .....	133

*Євгеній Шевченко*

Математико-статистичні методи обробки результатів тестування студентів з хімії  
в рамках класичної теорії..... 136

*Андрій Шарапа*

Дослідження можливостей комп'ютерної системи x-TLS для організації  
тестування ..... 139

*Анна Болюк, Ірина Лупан*

Застосування методики Т.Лірі для професійного відбору вихователів дитячого  
садка ..... 142

Студентські наукові записки

(випуск 5)

Збірник наукових статей студентів

фізико-математичного факультету

Підписано до друку 20.04.2012.

Формат 60x841/16. Папір офсет. Друк різнограф.

Ум. др. арк. 8,59. Наклад 300. Зам. № \_\_\_\_\_

Редакційно-видавничий центр

Кіровоградського державного педагогічного

університету імені Володимира Винниченка

25006, Кіровоград, вул. Шевченка, 1

Тел. (0522) 24 59 84

Факс (0522) 24 85 44