

Міністерство освіти і науки України

Кіровоградський державний педагогічний університет
імені Володимира Винниченка

Студентські наукові записки

ВИПУСК 3

**ЗБІРНИК НАУКОВИХ СТАТЕЙ
СТУДЕНТІВ ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНОГО
ФАКУЛЬТЕТУ**

Кіровоград – 2010

ББК 22
УДК 51
С 88

СТУДЕНТСЬКІ НАУКОВІ ЗАПИСКИ (Збірник наукових статей студентів фізико-математичного факультету). – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2010. – Випуск 3. – 80 с.

Збірник містить статті, підготовлені за результатами виконання магістерських та дипломних робіт студентами фізико-математичного факультету Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка у 2009-2010 навчальному році.

Редакційна колегія:

Ю. І. Волков, доктор фізико-математичних наук, професор (головний редактор);
О. В. Авраменко, доктор фізико-математичних наук, професор;
В. А. Кушнір, доктор педагогічних наук, професор;
З. Ю. Філер, доктор технічних наук, професор;
Р. Я. Ріжняк, кандидат педагогічних наук, професор;
І. В. Лупан, кандидат педагогічних наук, доцент (відповідальний редактор).

Друкується згідно рішення вченої ради фізико-математичного факультету Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка, протокол №9 від 27.04.2010 року.

ВИКОРИСТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО ПАКЕТУ MAPLE 13 ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ЗАДАЧ ЦІЛОЧИСЕЛЬНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Денис Бондаренко

Науковий керівник – кандидат фізико-математичних наук, доцент Л.В. Ізюмченко

Одним із найвідоміших видів математичного програмування є лінійне програмування. Звичайно, що його методи найбільш розроблені, легко реалізуються на ПЕОМ, а тому набули широкого застосування в багатьох галузях науки, техніки та економіки. Проте лінійні моделі відбивають лише певну й вельми обмежену сукупність властивостей навколишнього світу. Адже, скажімо, соціально-економічні процеси значно складніші. І навіть, якщо вони й схожі на лінійну закономірність, то часто доводиться враховувати додаткові умови. Зокрема, якщо до умов задач лінійного програмування (ЗЛП) додати ще умову (4)

$$f(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_j \quad (2)$$

$$x_i \geq 0, i = \overline{1, n}, \quad (3)$$

$$x_i - \text{цілі числа}, \quad (4)$$

то ми отримаємо новий клас задач.

Завдання такого роду досліджує **цілочисельне програмування (ЦП)**, розділ математичного програмування, який використовує змінні лише у цілочисельному вигляді. Таким чином, зовнішній вигляд задачі цілочисельного програмування практично не відрізняється від звичайної задачі лінійного програмування, за винятком того, що на рішення лінійного програмування накладається додаткове обмеження: визначення лише цілих значень змінних[1]. Необхідність даної умови для певного роду задач зрозуміла, якщо згадати, що багато видів ресурсів виробництва визначаються цілими числами: людьми, літаками, машинами і т.п.

Мета даної роботи – показати значущість, легкість, ефективність, часову економність використання математичного пакету Maple 13 при розв'язуванні ЗЦП. Дослідження будемо проводити за планом:

- подання одного з методів розв'язання ЗЦП;
- розв'язання однієї задачі вище наведеним методом;
- розв'язання тієї ж задачі засобами Maple 13.

I. Розглянемо метод гілок і границь (інша назва – метод меж і границь), який належить до групи методів, що враховують дискретність окремих змінних. Метод базується на упорядкованому переборі варіантів, розгляді лише тих варіантів, що виявляються за певними ознаками перспективними, і відкиданні одразу цілих множин варіантів, що є безперспективними. Вперше цей метод запропонували Ленд і Дойг у 1960 році. Проте посправжньому він був оцінений після праць Дж. Літтла, К. Мурті, Д. Суїні, К. Керела.

Отже розглянемо задачу цілочисельного лінійного програмування (1)-(4). Згідно із загальною ідеєю спочатку розв'язується задача з послабленими обмеженнями (1) – (3) (тобто ЗЛП). Нехай одержали деякий розв'язок $X^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ цієї задачі [2]. Якщо він задовольняє умову (4), то вихідна задача розв'язана. Якщо ж ні, то значення $f^0(x) = c_1 x_1^0 + c_2 x_2^0 + \dots + c_n x_n^0$ є нижньою границею оптимальності цільової функції задачі.

При розв'язанні ЗЦП методом гілок і границь використовується правило бінарного галуження. Тобто на кожному кроці задача розбивається на дві підзадачі шляхом введення двох обмежень, що взаємовиключаються і вичерпують усі можливості.

Нехай x_k – цілочислова змінна ($k \in N$), значення якої x_k^0 в оптимальному плані послабленої задачі є дробовим. Інтервал $[x_k^0] < x_k < [x_k^0] + 1$ (де $[a]$ – ціла частина числа a) не містить допустимих цілочислових компонент плану. Тому допустимий цілочисловий розв’язок повинен задовольняти одну з нерівностей:

$$x_k \leq [x_k^0], \quad (5)$$

$$x_k \geq [x_k^0] + 1 \quad (6)$$

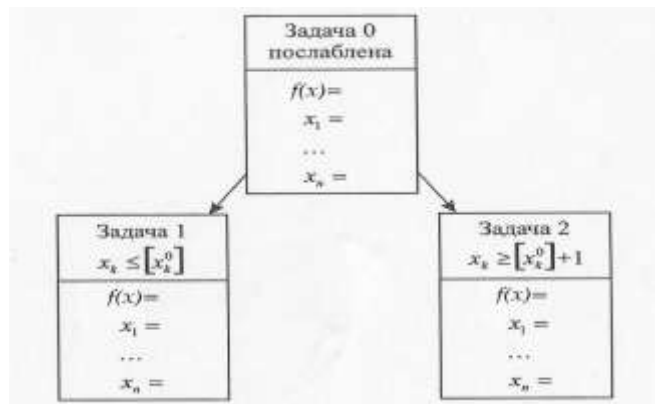


Рис. 1

Введення цих умов у вихідну задачу породжує дві не зв’язані між собою ЗЦП:

(1)-(3),(5) і (1)-(3),(6)

Говорять, що вихідна задача розбивається на дві підзадачі. Дерево пошуку розв’язків будемо зображати так, як показано на рис. 1.

Для кожної вершини дерева значення послабленої задачі дає нижню оцінку відповідної множини розв’язків.

Припустимо, що рекордний розв’язок (найкращий допустимий, знайдений до поточного моменту часу) має значення цільової функції F^0 (рекорд). І

нехай у дереві розгалуження є вершина з нижньою оцінкою: $F' \geq F^0$. Це означає, що будь-який допустимий розв’язок X задачі (1) – (4), який можна отримати в результаті розробки цієї вершини, матиме значення цільової функції $C^T X \geq F' \geq F^0$, отже, немає сенсу розгалужувати цю вершину, тому що відповідна їй підмножина допустимих розв’язків не містить розв’язків, кращих за поточний рекордний. Таким чином відповідна вершина може бути виключена з розгляду.

II. Розв’яжемо наступну задачу методом гілок та границь:

$$F = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max \quad (7)$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 7, \\ 2x_1 + x_2 \leq 3, \end{cases} \quad (8)$$

$$x_1, x_2 \geq 0, \quad (9)$$

$$x_1, x_2 - \text{цілі}. \quad (10)$$

Розв’язання.

Отже, спочатку розв’яжемо ЗЛП (7)-(9). Для цього використаємо метод Штифеля, в основі якого лежать модифіковані жорданові виключення (МЖВ).

Таблиця 1

	-x1	-x2	1	θ
y1	1	3	7	7/1
y2	2	1	3	3/2
F	-2	-1	0	

$\Rightarrow$

Таблиця 2

	-y2	-x2	1
y1	-1/2	5/2	11/2
x1	1/2	1/2	3/2
L	1	0	3

Оптимальний розв’язок задачі (7)-(9) (ЗЛП) $X = (3/2; 0)$ не задовольняє умову (10).

Обидві змінні не цілі. Проведемо розгалуження по змінній x_1 : $x_1 \leq 1; (\theta_{11})$ $x_1 \geq 2; (\theta_{12})$, маємо:

Задача 1. Складається з умов (7)-(10) і умови (θ_{11}) . Запишемо їх в таблицю 3 і проробимо один етап МЖВ.

Таблиця 3

	-x1	-x2	1	θ
y1	1	3	7	7/1
y2	2	1	3	3/2
y3	-1	0	-2	2
F	-2	-1	0	

 $\Rightarrow$

Таблиця 4

	-y2	-x3	1
y1	-1/2	5/2	11/3
x1	1/2	1/2	3/2
y3	1/2	1/2	-1/2
F	1	0	3

З таблиці 4 видно (3-й рядок), що задача 1 не сумісна.

Задача 2. Складається з умов (7)-(10) і умови (θ_{12}). Запишемо їх в таблицю 5 і проробимо два етапи МЖВ. Кінцевий результат матимемо в таблиці 7. Таким чином отримали наступний цілочисельний розв'язок задачі 2: $x_1 = 1, x_2 = 1, F = 3$.

Далі проведемо розгалуження задачі 2 по змінній $x_2: x_2 \leq 0$ (θ_{21}); $x_2 \geq 1$ (θ_{22}). Отримаємо задачі 3 і 4.

Таблиця 5

	-x1	-x2	1	θ
y1	1	3	7	7/1
y2	2	1	3	3/2
y3	1	0	1	2
F	-2	-1	0	

 $\Rightarrow$

Таблиця 6

	-y3	-x2	1	θ
y1	-1	3	6	6/3
y2	-2	1	1	1
x1	1	0	1	
F	2	-1	2	

 $\Rightarrow$

Таблиця 7

	-y3	-y2	1
y1	5	-3	3
x2	-2	1	1
x1	1	0	1
F	0	1	3

Задача 3. Складається з умов (7)-(10) і умови (θ_{21}), (θ_{11}). В даному випадку $x_2 = 0$. Застосовувати симплекс метод немає необхідності. Послідовними підстановками $x_2 = 0$ в умови (7)-(10), і враховуючи умову (θ_{11}), отримаємо, що $x_1 = 1, x_2 = 0 \Rightarrow F = 2$.

Задача 4. Складається з умов (7)-(10) і умови (θ_{22}), (θ_{11}). Матимемо:

Таблиця 8

	-x1	-x2	1	θ
y1	1	3	7	7/1
y2	2	1	3	3/2
y3	1	0	1	2
y4	0	-1	-1	1
F	-2	-1	0	

Таблиця 9

	-x1	-y4	1	:(-1)
y1 $\Rightarrow$	-1	-3	-4	
y2	-2	-1	-2	
y3	-1	0	-1	
x2	0	1	-1	
F	2	1	-1	

Таблиця 10

	-x1	-y4	1	θ
y1	1	3	4	4/1
y2	2	1	2	2/2
y3	1	0	1	1/1
x2	0	-1	1	
F	-2	-1	1	

Таблиця 11

	-y2	-y4	1
y1 $\Rightarrow$	-1/2	5/2	3
x1	1/2	1/2	1
y3	-1/2	-1/2	0
x2	0	-1	1
F	1	0	3

Таким чином ми отримали розв'язок $x_1 = 1, x_2 = 1, F = 3$ який є оптимальним. Наведемо розв'язання даної задачі в Maple 13.

```

> restart; with(simplex):
> "Введемо функцію": F := 2·x1 + x2:
> "Введемо обмеження": obm := {x1 + 3·x2 ≤ 7, 2·x1 + x2 ≤ 3}:
> "Знайдемо оптимальний розв'язок нашої ЗЛП": maximize(F, obm, NONNEGATIVE);
                                     {x1 = 3/2, x2 = 0}
> "Введемо обмеження, отримані використанням методу гілок і границь":
  obm1 := {x1 + 3·x2 ≤ 7, 2·x1 + x2 ≤ 3, x1 ≤ 1, x2 ≤ 0}:
  obm2 := {x1 + 3·x2 ≤ 7, 2·x1 + x2 ≤ 3, x1 ≤ 1, x2 ≥ 1}:
> "Знайдемо цілочисельний розв'язок нашої задачі":
  maximize(F, obm1, NONNEGATIVE); maximize(F, obm2, NONNEGATIVE);
                                     {x1 = 1, x2 = 0}
                                     {x1 = 1, x2 = 1}
> "Знайдемо максимуми нашої функції":
  subs({x1 = 1, x2 = 0}, F); subs({x1 = 1, x2 = 1}, F);
                                     2
                                     3

```

Таким чином ми переконалися, що матпакет Maple 13 значно зменшує розрахунки, робить дослідження швидким і ефективним. Робота в даному напрямку є досить актуальною на теперішньому етапі розвитку інформаційно-комп'ютерних технологій.

Список використаних джерел:

1. Кутковецький В. Я. Дослідження операцій: Навчальний посібник. – 2-ге видання, виправлене. – К.: ВД «Професіонал», 2005. – 264 с.
2. Ващук Ф. Г. Математичне програмування та елементи варіаційного числення: навч. посіб – 2-ге вид., переробл. і доп. – К.: Знання, 2008. – 368 с.

СЛАБОНЕЛІНІЙНІ НЕТЕРОВІ КРАЙОВІ ЗАДАЧІ В КРИТИЧНОМУ ВИПАДКУ ДРУГОГО РОДУ ДЛЯ СДР

Дмитро Бондаренко

Науковий керівник – кандидат фізико-математичних наук, доцент Г.В.Завізіон

Питання існування і побудови розв'язку слабонелінійних нетерових крайових задач займають одне із центральних і принципово важливих місць в якісній теорії звичайних диференціальних рівнянь. Актуальність цього питання обумовлена перш за все важливістю практичного застосування теорії слабонелінійних нетерових крайових задач в різноманітних областях науки і техніки – теорії нелінійних коливань, теорії стійкості руху, теорії управління, ряду геофізичних задач.

В більшості наукових працях розглянуто випадок, коли оператор лінійної частини крайової задачі має обернений, тобто є фредгольмовським. Тому великий інтерес для дослідження становлять крайові задачі, лінійна частина яких не є оборотним оператором, і, зокрема, ті випадки, коли число крайових умов не збігається з розмірністю розв'язку. Такого типу задачі для звичайних диференціальних систем є нетеровими і включають в себе найбільш складні і малодосліджені як недовизначені, так і перевизначені крайові задачі.

Дослідженню різних аспектів теорії лінійних і слабонелінійних нетерових крайових задач для систем звичайних диференціальних рівнянь, систем із запізненням аргументу, з імпульсною дією, інтегро-диференціальних систем, матричних диференціальних рівнянь з допомогою апарату узагальнено-обернених операторів присвячені роботи А.М. Самойленка, О.А. Бойчука, В.Ф. Журавльова, С.М. Чуйка, С.А. Кривошеї, Л.І. Каранджулова та інших авторів.

В даній статті розглянемо слабонелінійні нетерові крайові задачі у критичному випадку другого роду для звичайної системи диференціальних рівнянь з малим невід'ємним параметром ε та наведемо необхідну і достатню умови існування їх розв'язку. Критичний випадок другого роду характеризується тим, що відповідь на питання про існування розв'язку вихідної крайової задачі дається після аналізу крайової задачі, потрібної для знаходження другого наближення. При цьому існування розв'язку вихідної крайової задачі залежить від умови, що складається з допомоги нелінійності і першого наближення до вихідного розв'язку.

Слабонелінійна крайова задача в критичному випадку має вигляд:

$$\dot{z} = A(t)z + \varphi(t) + \varepsilon Z(z, t, \varepsilon), \quad lz = \alpha + \varepsilon J(z(\cdot, \varepsilon), \varepsilon), \quad (1)$$

де $A(t)$ – $(n \times n)$ -вимірний матриця із $C[a, b]$; $\varphi(t)$ – n -вимірний вектор-функції із $C[a, b]$; $Z(z, t, \varepsilon)$ – нелінійна по z n -вимірний вектор-функція, неперервна диференційовна по z в області породжуючого розв'язку і неперервна по t, ε ; α – m -вимірний вектор-стовпець константа із m -вимірний евклідового простору R^m ($\alpha \in R^m$); $J(z(\cdot, \varepsilon), \varepsilon)$ – нелінійний обмежений m -вимірний вектор-функціонал, неперервно диференційовний по z і неперервний по ε в області породжуючого розв'язку.

До критичного випадку відноситься випадок, коли однорідна породжувальна задача має не тривіальний розв'язок, тобто $\text{rank} Q = n_1 < n$. Тоді неоднорідна породжувальна крайова задача

$$\dot{z} = A(t)z + \varphi(t), \quad lz = \alpha \quad (2)$$

має розв'язок, коли $\varphi(t)$ задовольняє умові

$$P_{Q_d^*}(\alpha - l\bar{z}(\cdot)) = 0, \quad (3)$$

де
$$\bar{z}(t) = \int_a^b K(t, \tau) \varphi(\tau) d\tau, \quad (d = m - n) \quad [1].$$

Крайова задача (2), яка отримується із крайової задачі (1) при $\varepsilon = 0$ називається породжувальною для (1).

Крайова задача (2) має r -параметричне сімейство ($r = n - n_1$) розв'язків:

$$z(t, c_r) = X_r(t)c_r + (G\varphi)(t) + X(t)Q^+\alpha,$$

де $(G\varphi)(t)$ – узагальнений оператор Гріна, що діє на n – вимірну вектор-функцію $\varphi(t)$ з $C[a, b]$ і визначається за формулою:

$$(G\varphi)(t) \stackrel{\text{def}}{=} \int_a^b K(t, \tau) \varphi(\tau) d\tau - X(t)Q^+ l \int_a^b K(\cdot, \tau) \varphi(\tau) d\tau.$$

Маємо наступну необхідну умову існування розв'язку крайової задачі (1).

Теорема 1 (необхідна умова). Нехай крайова задача (1) задовольняє вказаним вище умовам і має розв'язок $z(t, \varepsilon)$: $z(\cdot, \varepsilon) \in C^1[a, b]$, $z(t, \cdot) \in C[\varepsilon]$, $\varepsilon \in [0, \varepsilon_0]$, який обертається при $\varepsilon = 0$ в породжувальний розв'язок $z_0(t, c_0^*)$ з константою $c_r = c_0^*$. Тоді вектор $c_0^* \in R^r$ задовольняє рівняння

$$P_{Q_d^*} \{ J(z_0(\cdot, c_0^*), 0) - l \int_a^b K(\cdot, \tau) Z(z_0(\tau, c_0^*), \tau, 0) d\tau \} = 0$$

Теорема 2 (достатня умова) [2]. Нехай крайова задача (1) задовольняє вказаним вище умовам, що має місце критичний випадок ($\text{rank} Q = n_1 < n$) і відповідна породжувальна крайова задача (2) при умові (3) і тільки при ній має r -параметричне сімейство ($r = n - n_1$) породжувальних розв'язків

$$z(t, c_r) = X_r(t)c_r + (G\varphi)(t) + X(t)Q^+\alpha,$$

де $(G\varphi)(t) \stackrel{\text{def}}{=} \int_a^b K(t, \tau)\varphi(\tau)d\tau - X(t)Q^+l \int_a^b K(\cdot, \tau)\varphi(\tau)d\tau$. Тоді у випадку $P_{B_0} \neq 0$, $P_{B_0} \cdot P_{B_1} = 0$

для кожного значення вектора $c_r = c_0^* \in R^r$, який задовольняє рівняння:

$$P_{Q_d}^* \{J(z_0(\cdot, c_0^*), 0) - l \int_a^b K(\cdot, \tau)Z(z_0(\tau, c_r), \tau, 0)d\tau\} = 0,$$

при умовах:

$$P_{B_1}^* \cdot P_{B_0}^* \cdot P_{Q_d}^* = 0,$$

$$P_{B_0}^* \cdot P_{Q_d}^* \cdot \{l_1 x_1^{(2)}(\cdot, \varepsilon) + R_1(x_1^{(2)}(\cdot, \varepsilon), \varepsilon) - l \int_a^b K(\cdot, \tau)[A_1(\tau)x_1^{(2)}(\tau, \varepsilon) + R(x_1^{(2)}(\tau, \varepsilon), \tau, \varepsilon)]d\tau\} = 0$$

крайова задача $\dot{x} = A(t)x + \varepsilon Z(z_0(t, c_0^*) + x(\cdot, \varepsilon), t, \varepsilon)$, $lx = \varepsilon J(z_0(\cdot, c_0^*) + x(\cdot, \varepsilon), \varepsilon)$ має єдиний розв'язок $x(t, \cdot) \in C[\varepsilon]$, $\varepsilon \in C[0, \varepsilon_*]$, який обертається в нуль при $\varepsilon = 0$. Цей розв'язок можна визначити за допомогою збіжного на $[0, \varepsilon_*]$ ітераційного процесу за формулою (4). Крайова задача (1) має при цьому єдиний розв'язок $z(t, \cdot)$: $z(t, \cdot) \in C[\varepsilon]$, $\varepsilon \in C[0, \varepsilon_*]$, який перетворюється при $\varepsilon = 0$ в породжувальний $z_0(t, c_0^*)$, і, який знаходиться за допомогою формули $z_{k+1}(t, \varepsilon) = z_0(t, c_0^*) + x_{k+1}(t, \varepsilon)$, $k = 0, 1, 2, \dots$ та ітераційного процесу (4):

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{k-1}^{(1)} &= -B_1^+ P_{B_0}^* P_{Q_d}^* \{l_1 x_k^{(2)}(\cdot, \varepsilon) + R_1(x_k(\cdot, \varepsilon), \varepsilon) - \\ &\quad - l \int_a^b K(\cdot, \tau)[A_1(\tau)x_k^{(2)}(\tau, \varepsilon) + R(x_k(\tau, \varepsilon), \tau, \varepsilon)]d\tau\}, \\ c_k^{(0)} &= -B_1^+ P_{Q_d}^* \{l_1 [\varepsilon G_1(\cdot)P_B c_{k-1}^{(1)} + x_k^{(2)}(\cdot, \varepsilon)] + R_1(x_k(\cdot, \varepsilon), \varepsilon) - \\ &\quad - l \int_a^b K(\cdot, \tau)[A_1(\tau)(\varepsilon G_1(\tau)P_B c_{k-1}^{(1)} + x_k^{(2)}(\tau, \varepsilon))x_k^{(2)}(\tau, \varepsilon) + R(x_k(\tau, \varepsilon), \tau, \varepsilon)]d\tau\}, \\ x_{k+1}^{(2)}(t, \varepsilon) &= \varepsilon \Lambda^- \left(\begin{aligned} & \left[f_0(\tau, c_0^*) + A_1(\tau)(X_r(\tau)(I_r - P_{B_0})c_k^{(0)} + \right. \\ & \quad \left. J_0(z_0(\cdot, c_0^*)) + l_1(X_r(\cdot)(I_r - P_{B_0})c_k^{(0)} + \right. \\ & \quad \left. + \varepsilon G_1(\tau)P_{B_0}c_{k-1}^{(1)} + x_k^{(2)}(\tau, \varepsilon)) + R(x_k(\tau, \varepsilon), \tau, \varepsilon) \right] \\ & \quad \left. + \varepsilon G_1(\cdot)P_{B_0}c_{k-1}^{(1)} + x_k^{(2)}(\cdot, \varepsilon) + R(x_k(\cdot, \varepsilon), \varepsilon) \right] \end{aligned} \right)(t), \\ x_{k+1}(t, \varepsilon) &= X_r(t)(I_r - P_{B_0})c_k^{(0)} + \varepsilon G_1(t)P_{B_0}c_{k-1}^{(1)} + x_{k+1}^{(2)}(t, \varepsilon), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \\ x_0(t, \varepsilon) &= x_0^{(2)}(t, \varepsilon) = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{де } B_1 = P_{B_0}^* P_{Q_d}^* \{l_1 G_1(\cdot) - l \int_a^b K(\cdot, \tau)A_1(\tau)G_1(\tau)d\tau\}P_{B_0}.$$

Отже, в даній статті розглянуто слабонелінійні нетерові крайові задачі у критичному випадку другого роду для звичайної системи диференціальних рівнянь з малим невід'ємним параметром ε та вказані умови існування їх розв'язку.

Список використаних джерел:

1. Бойчук А. А. Конструктивные методы анализа краевых задач. – К.: Наук. думка, 1990. – 96 с.

2. Бойчук А.А., Журавлев В.Ф., Самойленко А.М. Обобщенно-обратные операторы и нетеровы краевые задачи: Монография. – К.: ІМ НАН України, 1995 – 318 с.

ЕЛЕМЕНТИ ТЕСТОВОГО КОНТРОЛЮ ПРИ ВИВЧЕННІ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ

Юлія Варфоломєєва

Науковий керівник – кандидат фізико-математичних наук, доцент З.П.Халецька

Початок ХХІ століття пов'язаний з появою нових інформаційних технологій, які значно впливають на підвищення темпів економічного розвитку країни, на впровадження нових методик навчання та модернізацію професійно-технічної освіти. Пріоритетом в освіті є підготовка фахівців високого класу для науково-дослідницької діяльності як основи технічного та технологічного прогресу. Алгебра, як фундаментальна наука має велике значення, особливо для студентів фізико-математичних спеціальностей. Формування дієвих знань з алгебри вимагає від викладача винахідливості та компетенції для забезпечення самостійної роботи студентів, об'єктивного контролю та корекції їх навчальної діяльності у принципово нових умовах навчання.

Тест, як метод вивчення індивідуальних відмінностей та досягнень, виник не так давно. Часом його виникнення вважають кінець ХІХ – початок ХХ століть. Одним з перших вчених, які спробували виміряти відмінності між людьми в області елементарних психічних процесів, був англієць Френсіс Гальтон (1882-1911). Гарячий прихильник і пропагандист тестового методу, Джеймс Кеттелл (1860-1944) вважав тест за засіб для проведення наукового експерименту з відповідними вимогами до чистоти наукового експерименту. Якісний стрибок у розвитку тестології пов'язаний з діяльністю видатного французького психолога Альфреда Біне (1857-1911). А. Біне може вважатися родоначальником сучасних тестів, призначених для діагностики рівня розвитку інтелекту. Масовий характер тестування викликав необхідність переходу від індивідуальних тестів до групових. У 1917-18 рр. в США з'явилися перші групові тести для потреб армії. Найбільше застосування знайшли тести Артура Отіса (1866-1963), який у 1918 році опублікував серію групових тестів для школи [2].

В цей же час широко розвиваються методики обробки результатів тестування, створення тестових систем. Ф. Гальтон перший розробив метод статистичного порівняння двох рядів змінних, ввів індекс сумісного відношення, названий коефіцієнтом кореляції і вивчав взаємозв'язок змінних і побудови ліній регресії однієї змінної від іншої. У 1896 р. Карл Пірсон (1857-1936) заклали основи теорії кореляції. У 1904 р. Чарльз Едвард Спірмен (1863-1945) зробив наступний значний крок у використанні методу кореляції для тестування. Він показав, що кореляція між двома змінними свідчить про наявність загальної причини, що визначає величини цих змінних, і специфічних чинників, властивих кожній змінній. Ч. Спірмен є засновником двохфакторної теорії.

Педагогічна тестологія покликана займатися питаннями розробки тестів для об'єктивного контролю підготовленості випробовуваних. Педагогічний тест – система завдань зростаючої важкості, специфічної форми, що дозволяє якісно і ефективно виміряти рівень і оцінити структуру підготовленості [1]. Тест має склад, цілісність і структуру. Він складається із завдань, правил їх застосування, оцінок за виконання кожного завдання і рекомендацій по інтерпретації тестових результатів. Зміст тесту можна визначити як оптимальне відображення змісту освіти в системі тестових завдань. Досягнення обґрунтованого висновку про знання учнів на основі змісту тесту є головною метою тестології.

Зміст тесту визначається з опорою на ряд педагогічних принципів: відповідність змісту тесту цілям тестування; визначення значущості знань, що перевіряються; взаємозв'язок змісту і форми; змістовна правильність тестових завдань; репрезентативність змісту дисципліни в змісті тесту; відповідність змісту тесту рівню сучасного стану науки; комплексність і збалансованість змісту тесту; системність змісту; варіативність змісту. До

змісту педагогічного тесту висувають наступні логічні вимоги: визначеність змісту тесту, несуперечність змісту завдань, обґрунтованість та стислість тестових завдань [1, с.31].

Існує два типи завдань, які об'єднують шість видів. До цих шести видів може бути зведене все різноманіття існуючих завдань.

Тестові завдання закритого типу – передбачають різні варіанти відповіді на поставлене питання, тобто завдання, яке передбачає наявність ряду заздалегідь розроблених можливостей відповіді на поставлене питання [2].

Завдання альтернативних відповідей (вірно – невірно, правильно – неправильно). До кожного завдання альтернативних відповідей дається тільки два варіанти відповідей. Випробовуваний повинен вибрати один з них – «так – ні», «правильно – неправильно» та ін., наприклад:

Обведіть варіант відповіді «так» чи «ні», який ви вважаєте правильним.

1. Визначник, який містить два однакових рядка, рівний нулю.	так	Ні
2. Якщо два рядки визначника поміняти місцями, то він не зміниться.	так	Ні

Завдання альтернативних відповідей є найпростішими, але не найпоширенішими при складанні тестів. У індивідуальному порядку питання альтернативних відповідей не дуже ефективні, а ось довгі серії таких питань мають певні переваги. Особливістю завдань альтернативних відповідей є те, що питання має бути сформульоване у формі твердження, оскільки воно припускає згоду або незгоду, яку можна віднести до твердження.

Завдання множинного вибору. Це основний вид завдань, у тестах досягнень. Завдання з множинним вибором припускають наявність варіативності у виборі. Досліджуваний повинен обрати один із запропонованих варіантів, серед яких найчастіше тільки один правильний [3], наприклад:

Обведіть букву, що відповідає варіанту правильної відповіді.

Матриця називається одиничною, якщо:

a) її порядок дорівнює 1;	в) усі елементи її головної діагоналі дорівнюють 1, а інші 0;
с) усі її елементи дорівнюють 1;	д) її визначник дорівнює 1.

Звичайне питання складається з вступу, самого питання і ряду альтернатив, кожна з яких є відповіддю на питання. У завданнях множинного вибору кількість правильних відповідей об'єктивними причинами не обмежується. В тому випадку, якщо варіантів правильних відповідей декілька, слід видозмінити інструкцію, вказавши, що необхідно відзначити букви, що відповідають правильним відповідям. Пошук правдоподібних однорідних відповідей складає основну складність для розробників завдань множинного вибору. Вирішити цю проблему можливо тільки на основі аналізу результатів розв'язання задачі.

Завдання на відновлення відповідності. В цих завданнях необхідно знайти або прирівняти частини, елементи, поняття – конструкціям, фігурам, твердженням; відновити відповідність між елементами двох списків. Головними перевагами завдань цього виду є: можливість швидкої оцінки знань, умінь і навиків в конкретній галузі знань і економічність розміщення завдань в тесті, наприклад:

Дослідити у відповідність поданого у стовбцях 1 і 2. (Записати в таблицю відповідей цифри з стовбця 2, які відповідають твердженням з першого списку).

	Відповідь	Стовбчик 1	Стовбчик 2
A		A. Відношення α називається рефлексивним	1. якщо $\forall x \in A$ не має місця $x\alpha x$
B		B. Відношення α називається симетричним	2. якщо $\forall x, y \in A$ за умови $x \neq y$, справедливе твердження $x\alpha y \vee y\alpha x$
C		C. Відношення α називається транзитивним	3. якщо справджується умова $x\alpha y \wedge y\alpha x \Rightarrow x = y$

D		D. Відношення α називається анти рефлексивним	4. якщо $\forall x, y \in A$ має місце $x\alpha y \Rightarrow y\alpha x$
E		E. Відношення α називається антисиметричним	5. якщо $\forall x, y, z \in A$ справедливе твердження $x\alpha y \wedge y\alpha z \Rightarrow x\alpha z$
F		F. Відношення α називається досконалим	6. якщо $\forall x \in A$ має місце $x\alpha x$

Завдання на відновлення послідовності можна розглядати як варіант завдання на відновлення відповідності, коли одним з рядів є час, відстань або інший континуальний конструкт [2], наприклад:

Розташуйте у правильній послідовності (в стовбчику відповідей проставте потрібні букви). Алгоритм перевірки чи є множина елементів K кільцем виконують в наступному порядку:

	Відповідь	Кроки
1		A. операція множення асоціативна
2		B. множина K є алгеброю відносно додавання і множення
3		C. операція множення дистрибутивна відносно операції додавання
4		D. множина K є адитивною абелевою групою

Переваги завдань закритого виду: завдання надійні, оскільки відсутні чинники, пов'язані з суб'єктивними оцінками, які знижують надійність; оцінювання завдань повністю об'єктивно: між оцінками різних перевіряючих не може бути відмінностей; неважливо, чи уміють випробовувані добре формулювати відповіді; легко обробляються, тестування швидко проводиться; простий алгоритм заповнення знижує кількість випадкових помилок і описок; дозволяють охопити великі області знання, що для тестів досягнень особливо важливе; можлива машинна обробка відповідей; низька вірогідність вгадування правильних відповідей; можливе отримання точної оцінки змістовності тесту, що особливо важливе для визначення відповідності тесту цілям дослідження [3, с.115].

До завдань відкритого типу відносяться завдання двох видів: доповнення (завдання з обмеженням на відповідь) та вільного викладу (вільного конструювання).

У завданнях на доповнення випробовувані повинні самостійно давати відповіді на питання, проте їх можливості обмежені. Обмеження забезпечують об'єктивність оцінювання результату виконання завдання, а формулювання відповіді повинне дати можливість однозначного оцінювання, наприклад:

Впишіть пропущені слова (кожному пропуску відповідає тільки одне слово).

Система лінійних рівнянь сумісна тоді і тільки тоді, коли

дорівнює системи.

Завдання вільного викладу припускають вільні відповіді випробовуваних по суті завдання. На відповіді не накладаються обмеження. Проте формулювання завдань повинні забезпечувати наявність тільки однієї правильної відповіді, наприклад:

Закінчити речення:

Елементарними перетвореннями матриці називаються такі перетворення: ...

Основна перевага цих завдань – неможливість вгадати відповідь, а основний недолік – складність формалізації правильної відповіді. Проте, для завдань на обчислення, завдань з формулами у якості відповіді ця форма представляється оптимальною [2, с.101].

У роботі розроблена система тестів, яка включає завдання множинного вибору та вільного викладу. Вибір типів завдань зумовлений специфікою дисципліни, зміст відповідає програмі курсу “Лінійна алгебра” який вивчається на першому курсі фізико-математичного факультету. Система завдань охоплює наступні розділи: системи лінійних рівнянь, числові поля, елементи теорій матриць та визначників, арифметичний n -вимірний лінійний простір. Планується провести експериментальну перевірку та статистично-математичний аналіз результатів тестування.

При вивченні вищої алгебри доцільно використовувати різноманітні тестові завдання як під час проведення поточного, так і підсумкового оцінювання, широко практикувати тестування не тільки як контрольну форму перевірки знань, умінь і навичок студентів, але і як продуктивний навчальний прийом. Регулярність контролю знань може забезпечити систематичність навчання і підвищити його ефективність.

Список використаних джерел:

1. Аванесов В.С. Теория и методика педагогических измерений (материалы публикаций). – М., ЦТ и МКО УГТУ – УПИ, 2005. – 98 с.
2. Майоров А.Н. Теория и практика создания тестов для системы образования. – М., Интеллект-центр, 2002. – 295 с.
3. Чельшкова М.Б. Теория и практика конструирования педагогических тестов. – М., Логос, 2002. – 431 с.
4. Люсин Д.В. Основы разработки и применения критериально-ориентированных педагогических тестов. – М.: Исследовательский центр, 1993. – 51 с.
5. Чарін В.С. Лінійна алгебра. – Київ: Техніка, 2005.
6. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М., Наука, 1965. – 432 с.

ІНФОРМАЦІЙНО-КОМП'ЮТЕРНІ ТЕХНОЛОГІЇ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

Оксана Волик

Науковий керівник – кандидат фіз.-мат. наук, доктор пед.нук, професор В.А. Кушнір

Комп'ютерні технології на сьогоднішній день дають величезні переваги, зокрема у вивченні математичного аналізу. Навчання має відповідати сучасності, сучасним можливостям. Учені та педагоги мають знати як користуватися ними. Актуальність теми полягає в тому, щоб раціоналізувати витрати часу на вивчення різних програм, для використання в математичному аналізі. Предметом дослідження є використання математичних пакетів Maple, Mathcad і Mathematica в математичному аналізі. Завданням є формулювання основних понять математичного аналізу, обґрунтування можливостей різних математичних пакетів до них, порівняння цих можливостей.

Поняття про границю є одним із основних понять математичного аналізу. Його вивчення почнемо з найпростішого випадку функціональної залежності, а саме з функції від натурального аргументу або, що те саме, з числової послідовності.

Означення числової границі. Нехай маємо функцію натурального аргументу $y_n = f(n)$, $n = 1, 2, \dots$, значення якої запишемо у вигляді послідовності

$$y_1, y_2, \dots, y_n, \dots \quad (1)$$

Число a , називається *границею функції* $y_n = f(n)$, $n = 1, 2, \dots$, або *послідовності* $y_1, y_2, \dots, y_n, \dots$, якщо для будь-якого додатного числа ε існує таке натуральне число $N=N(\varepsilon)$, що для всіх $n > N$ виконується нерівність:

$$|y_n - a| < \varepsilon.$$

Той факт, що число a є границею послідовності (1), символічно записують так:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = a, \quad \text{або} \quad y_n \rightarrow a \quad (n \rightarrow \infty)$$

Числову послідовність називають *збіжною*, якщо вона має границю. У протилежному випадку числову послідовність називають *розбіжною* [2].

Нехай дано функцію $y=f(x)$. Розглянемо на осі x точку a .

Число b називається *границею функції* f в точці a за Коші, якщо виконується наступна умова:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0: \quad \forall x \in R \quad 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - b| < \varepsilon$$

Для границі функції використовується наступна символіка $b = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$.

Число b називається *границею функції f в точці a за Гейне*, якщо для довільної послідовності x_n значення аргументу якої прямує до точки a , але елементи якої, відрізняються від самої точки a , відповідна послідовність $f(x_n)$ значень функції прямує до b :

$$\left. \begin{array}{l} \forall x_n \\ x_n \rightarrow a \\ x_n \neq a \end{array} \right\} \Rightarrow f(x_n) \rightarrow b$$

Число b_1 називається *лівосторонньою границею функції $f(x)$ в точці a* , якщо виконується наступна умова:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0: \quad \forall x \in R \quad a - \delta < x - a \Rightarrow |f(x) - b_1| < \varepsilon$$

Число b_2 називається *правосторонньою границею функції $f(x)$ в точці a* , якщо виконується наступна умова:

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0: \quad \forall x \in R \quad a < x < a + \delta \Rightarrow |f(x) - b_2| < \varepsilon$$

Загальна границя функції в точці буде існувати лише тоді, коли обидві односторонні границі не лише існують в одній точці, але і співпадуть.

З'ясуємо, як можна знайти границю функції в математичних пакетах, зокрема в Maple, Mathcad і Mathematica. На сьогоднішній день, це є найвідоміші програми для виконання математичних завдань.

В Maple є два варіанти запису границі: Limit і limit, їх відмінність полягає в тому, що записавши з великої літери, програма виведе на екран математичний вигляд, записаного мовою програмування виразу. Записавши оператор з малої літери, програма знайде значення даного виразу.

Для знаходження границі функції f в точці $x=a$, використовують наступні функції:

$$\text{limit}(f, x=a); \quad \text{Limit}(f, x=a);$$

де f – алгебраїчний вираз, x – ім'я змінної. Знак “=” в даному випадку є записом в комп'ютерній мові, оскільки сприймається він як x прямує до a . В цьому можна переконатися скориставшись оператором Limit.

Для знаходження однобічної границі користуються наступним записом:

$$\text{limit}(f, x=a, \text{dir}); \quad \text{Limit}(f, x=a, \text{dir});$$

де dir – параметр, що вказує на напрямок знаходження границі (left – зліва, right – з права, real – в множині цілих значень, complex – в множині комплексних значень).

Варто наголосити, що в кінці кожного оператора необхідно ставити крапку з комою. Можна ставити двокрапку, але в цьому випадку програма обрахує значення, але не виведе на екран. Останній випадок можна використовувати при проміжних діях, коли це значення не важливе для сприйняття, але враховується в наступні обчислення.

Зазначимо, що нескінченність, яка часто використовується в границях записується в програмі словом: infinity. Відмінністю від двох інших програм є запис дії множення, що часто призводить до помилок. Якщо в Mathcad і Mathematica при відсутності знаку між числом і змінною програма сприймає як дію множення, то в Maple це буде помилкою, необхідно використовувати зірочку, як знак множення.

Знаходження границі в пакеті Mathcad полягає в наступному. Для початку необхідно відкрити вікно з функцією відшукування границі. Для цього у верхній панелі програми обираємо:

$$\text{View} \rightarrow \text{Toolbars} \rightarrow \text{Calculus}.$$

З'являється необхідне нам вікно. Серед дванадцяти можливих у ньому функцій три призначенні для знаходження границі. Для знаходження єдиної границі натискаємо кнопку Two-sided Limit або Ctrl+L, для знаходження односторонніх границь: Limit from Above або Ctrl+Shift+A і Limit from Below або Ctrl+Shift+B. Загалом зображення на кнопках має математичний вигляд, тому досить просто зорієнтуватися яку з них потрібно обрати.

Навівши на лист документу, обрати місце для введення даних, клацнувши на ньому ЛК миші. Натиснути необхідну кнопку на описані вище панелі. На вказаному місці з'явиться

необхідна нам заготовка. Вона має математичний вигляд $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$, тому залишається заповнити необхідні пропуски даними. Це можна зробити як з клавіатури, так і скориставшись іншими допоміжними вікнами: View $\rightarrow$ Toolbars, обираємо необхідне вікно, вводимо з нього дані. Це є досить зручно, дозволяє уникнути помилок, які пов'язані з перетворенням математичної мови на програмну. Після введення формули, повністю виділяємо її і на верхній панелі інструментів натискаємо Symbolics $\rightarrow$ Expand, оскільки границі функції в Mathcad описуються лише символічно. Після цього результат з'явиться під записаним виразом [1].

Програма Mathematica оформленням в документі подібна до Maple і Mathcad. До першої з них, тим що оператори задаються мовою комп'ютера, а до другої тим, що вирази записуються як і в математиці, без особливих позначень. Наприклад, експонента в Maple записується "Exp", а в двох інших програмах використовується математичне позначення "e", так само відсутність знаку між числом і змінною сприймається в Mathematica, як дія множення. Також ця програма подібна до Mathcad тим, що всі записи можна вести не з клавіатури, а безпосередньо обираючи з панелі інструментів.

При запускові програми з'являється окремо документ і панель керування програмою. Таким чином необхідно відкрити панелі для роботи з розв'язання задач пов'язаних з математичним аналізом. Для цього на верхній панелі інструментів обираємо Palettes $\rightarrow$ Basic Math Assistant. Відкривається нове вікно. В ньому обираємо підпункт Basic Commands. Дане вікно розширюється і в ньому з'являється ще одна верхня панель кнопок, саме з них необхідно обрати кнопку Calculus Commands і натискаємо кнопку Limit. В документі виникає заготовка виду:

$$\text{Limit}[\text{expr}, \text{var} \rightarrow \text{value}]$$

На місці expr вводимо необхідну функцію, від якої шукається границя, var – це змінна, а value – величина до якої прямує змінна.

Для відшукування односторонньої границі функції необхідно після введення величини поставити кому і дописати Direction $\rightarrow$ значення більше або менше від величини до якої прямує змінна, в залежності від того, яку односторонню границю необхідно знайти.

Після повного введення, натискаємо Enter і програма автоматично присвоює номер обчислювальному виразу, вигляду In[номер обчислювального виразу]:=введений вираз, а нижче записує розв'язок завдання у вигляді Out[цей же номер]=розв'язок.

Нескінченність в останній програмі записують двома шляхами, або введенням з панелі інструментів значком, або з клавіатури символікою, що й в Maple, варто зауважити, що записуючи з клавіатури необхідно писати виключно з великої літери, інакше програма не сприймає запис. Це стосується й інших операторів, але для уникнення таких помилок, варто користуватися готовою панеллю інструментів.

Відмітимо особливість запису в Maple і Mathematica, в першій запис після оператора пишеться виключно в круглих дужках, а в останній програмі виключно в квадратних дужках.

Покажемо як у кожній програмі реалізується завдання знаходження границі функції на конкретному прикладі.

Завдання 1. Знайти границю функції $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x^2 + x + 19} - 7}{x - 5}$.

Класичний розв'язок завдання:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x^2 + x + 19} - 7}{x - 5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 + x - 30}{(x - 5)(\sqrt{x^2 + x + 19} + 7)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x - 5)(x + 6)}{(x - 5)(\sqrt{x^2 + x + 19} + 7)} = \frac{11}{14}$$

Форма запису в Maple, для розв'язання завдання має вигляд:

$$>\text{limit}((\sqrt{x^2+x+19}-7)/(x-5), x=5);$$

Форма запису в Mathcad нічим не відрізняється від математичного запису.

Оформлення цього ж виразу в Mathematica наступне:

$$\text{Limit}[(\sqrt{x^2+x+19}-7)/(x-5), x \rightarrow 5]$$

Після виконання операції програма знову ж таки дає одразу готовий результат.

Як бачимо, Mathematica справді включає в себе елементи подібні до Maple і Mathcad.

Аналогічно до знаходження границі функції, в роботі відображено інші способи застосування цих трьох математичних програм до різних розділів математичного аналізу, зокрема до знаходження диференціала функції, інтегрування (розглянуто різні способи, так як заміна змінної, інтегрування частинами, інтегрування дробів тощо), знаходження суми рядів. Розглянуто ряд задач, при розв'язанні яких доречним є використання комп'ютера, як допоміжного способу та економії часу.

Отже, всі три програми досить схожі між собою, але кожна з них має свої особливості. Вміння користуватися ними є досить актуальним у наш час, оскільки комп'ютери дуже швидко включаються до всіх видів праці. Як бачимо, використання комп'ютера набагато полегшує розв'язання математичних завдань. Це може бути корисним як учням, так і вчителям. Застосування таких програм доречне і для часткового і для повного розв'язання поставлених завдань, для перевірки отриманих результатів. Знання цих програм вчителем, надає йому можливість швидше і безпомилково готуватися до проведення занять з учнями.

Список використаних джерел:

1. Кирьянов Д.В. Самоучитель Mathcad 13. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 528 с.
2. Шкіль М.І. Математичний аналіз: Підручник: У 2 ч. – Ч. 1. – К.: Вища шк., 2005. – 447 с.

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ЗАДАЧІ ДЛЯ УЧНІВСЬКИХ ОЛІМПІАД З ФІЗИКИ

Юлія Григор'єва

Науковий керівник – доктор педагогічних наук, професор В.П.Вовкотруб

Олімпіадні експериментальні задачі різко вирізняються на фоні всього арсеналу таких задач в першу чергу широтою змісту, складністю, глибиною пошукового характеру, а також використанням нестандартних і, здавалось, невідповідних засобів [1]. Розробка таких експериментальних задач потребує ретельного і виваженого визначення як змісту та меж і параметрів окремих елементів задачі так і всієї задачі в цілому. Олімпіадні експериментальні задачі для учнів старшої школи мають стосуватися невідомої ситуації перебігу явищ та процесів, для розв'язання яких використовують теоретичне підґрунтя, викладене не в одному розділі фізики. Поєднання вмінь і знань об'єктивніше визначають рівень підготовленості учасника олімпіади.

Матеріально-технічне забезпечення нинішніх навчальних лабораторій вузів не забезпечує можливості організації виконання визначеного циклу завдань. Тому при відборі експериментальних задач для матеріального забезпечення нами використане традиційне обладнання з окремими доробками і модифікаціями. При цьому ми керувались новітніми підходами і пропозиціями фахівців, зокрема, впровадженням блочно-функціонального принципу [2] до методичного і матеріального забезпечення, розширення універсальних і інтеграційних властивостей і якостей обладнання тощо. Вагомим доробком для вирішення таких проблем слугує набірне поле “Школяр”. Доукомплектування його мультиметрами (або полігоном цифрових вимірювань) суттєво підвищує якість і ефективність організації виконання експериментальних завдань в умовах сучасного освітнього середовища.

Наводимо варіанти таких задач для учнів старшої школи.

Задача 1.

Завдання: Визначити масу дерев'яного бруска.

Обладнання:

1. Штатив з двома муфтами.
2. Дротяний підвіс-маятник з гачком.
3. Короткий металевий стержень.
4. Металева тіло відомої маси.
5. Лабораторний трибометр.
6. Дерев'яний брусок.
7. Біла паперова смужка і кнопки.
8. Лінійка з міліметровими поділками.

Теоретичні розрахунки

У відхиленому положенні металеве тіло з масою m володіє запасом енергії $W = mgl$. За рахунок цієї енергії при переміщенні дерев'яного бруска з металевим тілом силою тертя виконується робота $A = \mu(M + m)g$. Коефіцієнт тертя визначається за тангенсом кута нахилу трибометра до горизонталі в момент початку ковзання бруска по поверхні трибометра, тобто $\mu = \tan \alpha = \frac{h}{L}$. Враховуючи останнє, запишемо:

$$mgl = \frac{h}{L}(M + m)g,$$

звідки для визначення маси бруска знаходимо:

$$M = m\left(\frac{L}{h} - 1\right).$$

Виконання експерименту:

1. Складають установку наступним чином: біля основи штативу кладуть трибометр із закріпленою на краю смужкою паперу. На трибометр кладуть дерев'яний брусок заглибленням догори. На штативі закріплюють вісь підвісу-маятника з одягнутим на гачок металевим тілом так, щоб останнє, перебуваючи у найнижчому положенні, знаходилося у заглибленні бруска, не торкаючись дна заглиблення. В іншій муфті штатива закріплюють короткий металевий стержень (цвях) так, щоб підвіс-маятник, перебуваючи у вертикальному положенні, торкався стержня, як упору.

2. Відмічають на смужці паперу початкове положення дерев'яного бруска.

3. Тримаючи однією рукою трибометр, другою рукою беруть металеве тіло на гачку і відводять. Відхиляють підвіс-маятник до його горизонтального положення і відпускають.

Досягши заглиблення в дерев'яному бруску металеве тіло вивільняється з гачка і разом з бруском зміщується на певну відстань s по трибометру.

4. Відмічають нове положення бруска з металевим тілом.

5. Вимірюють довжину підвісу-маятника l , та пройдений шлях s , результати вимірювань, а також значення маси металевого тіла m записують до таблиці.

6. Прикладають однією стороною трибометр до стержня штатива. Поклавши на трибометр дерев'яний брусок з металевим тілом у заглиблення, однією рукою повільно піднімають один кінець трибометра вздовж стержня штатива і фіксують положення в момент початку ковзання бруска. Крейдою відмічають точку дотику трибометра до стержня штатива **1** та точку дотику нижнього кінця трибометра до столу **2**. Вимірюють з допомогою лінійки катети трикутника: висоту h над поверхнею столу відміченої точки **1** на стержні штатива та відстань L від основи стержня штатива до точки **2**, відміченої на поверхні столу. Результати вимірювань записують до таблиці.

7. Дослід повторюють кілька разів, визначають середнє значення шуканої величини, абсолютну і відносну похибки.

№ досліду	m , кг	h , м	l , м	L , м	$\operatorname{tg} \alpha$	M , кг	ΔM , кг	$\varepsilon\%$

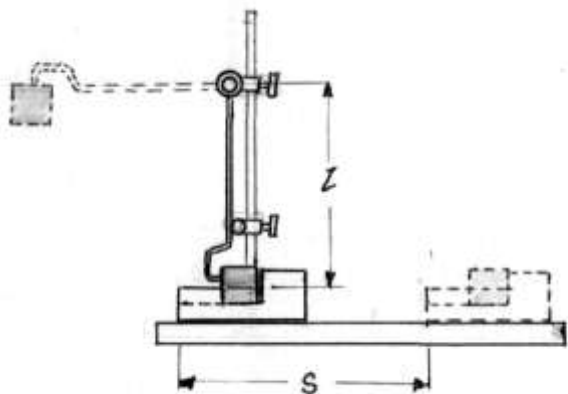


Рис. 1

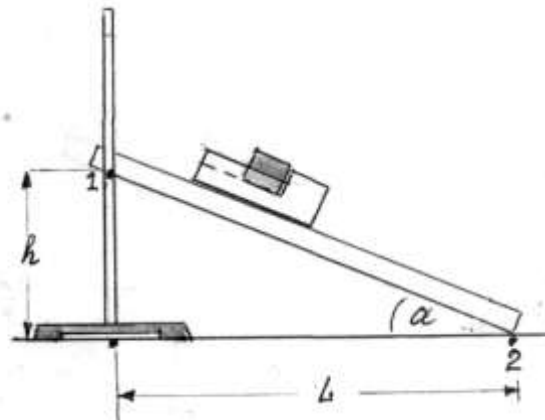


Рис. 2

Задача 2.

Завдання: Дослідити залежність потужності на двох однакових споживачах, ввімкнених послідовно і паралельно від опору лінії підвідного кола.

Обладнання: 1. Джерело постійного струму на 9 В. 2. Елементи електричного кола: змінний резистор на 47 Ом, два резистори по 20 Ом, Потенціометр на 220 Ом, вимикач, омметр(мультиметр) вольтметр постійного струму (2 шт).

3. Провідники.

4. Аркуш паперу в клітинку.

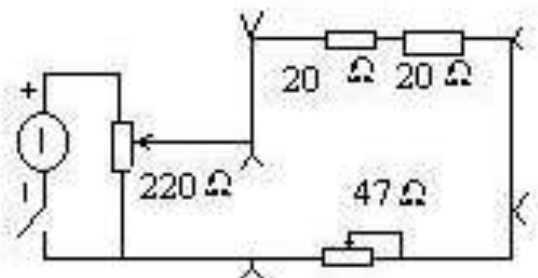
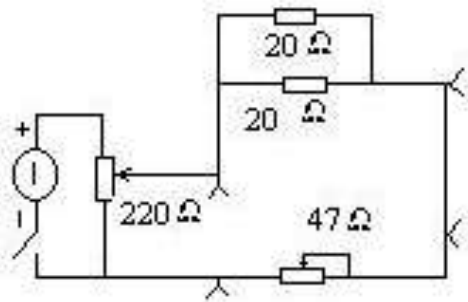


Рис. 3. Загальний вигляд зібраних схем до виконання завдання.

Вибудовані графіки за результатами експерименту являють собою дещо вигнуті лінії, які мають точку перетину. Опустивши перпендикуляр з точки на вісь опору лінії, знаходять, що опір лінії дорівнює опору резистора, тобто 20 Ом.

Список використаних джерел:

1. Вовкотруб В.П., Ковальов І.З., Подопрігора Н.В. Розв'язування олімпіадних задач з фізики: Для студентів вищих навчальних закладів. – Кіровоград: РВЦ КДПУ ім. В.Винниченка, 2002. – 198 с.
2. Коршак Є. В. Методичне обґрунтування блочно-функціонального принципу у вивченні елементів радіоелектроніки / Коршак Є. В., Ткачук Р. З. // Фізика та астрономія в школі. – 1998. – № 4. – С. 8–10.

КАТЕРИНА ЛОГВИНІВНА ЮЩЕНКО – ЗАСНОВНИК ТЕОРЕТИЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ В УКРАЇНІ

Марина Кандиба

Науковий керівник – доктор техн. наук, канд. фіз.-мат. наук, професор З.Ю.Філер



Видатний вчений-математик, спеціаліст в галузі комп'ютерного програмного забезпечення, член-кореспондент НАН України, заслужений діяч науки техніки – Катерина Логвинівна Ющенко стоїть поруч з В. Глушковым у першому ряду засновників Інституту кібернетики, з яким назавжди пов'язала своє життя. Вона перша у СРСР доктор фізико-математичних наук, якій цей ступінь присуджено за роботи з програмування. Її життєвий шлях захоплює багатством ідей, майстерністю вченого, чуйністю педагога та невичерпним працелюбством [1].

Катерина Логвинівна Ющенко (у дівочстві Рвачова) народилася 8 грудня 1919 року – через сто років після леді Лавлейс. У юності вона була позбавлена батька, але не тому, що залишив їх, а через те, що його в 1937 році заарештували, засудили на 10 років позбавлення волі. Була арештована й мати, що намагалася довести

його безневинність.

Доля подарувала їй можливість написати перші програми для першої (на континенті Європи) ЕОМ, створеної близько ста років опісля проекту Беббіджа, в НАН України керівництвом генія – Сергія Олексійовича Лебедева. Вони дуже схожі на ті, що колись склала леді Лавлейс.

Вона присвятила життя одній улюбленій справі, – цифровим обчислювальним машинам, їх програмному забезпеченню.

Свою наукову діяльність в системі АН УРСР вона розпочала в серпні 1946 р. у Львівському Інституті математики під керівництвом академіка Б. В. Гнеденка. Перший цикл досліджень належить до ймовірностей та математичної статистики. Вона отримала оригінальні результати з багатомірних стійких законів розподілу, важливих для розвитку квантової механіки. Підготувала та у 1950 році успішно захистила кандидатську дисертацію [2].



У 1950 році Гнеденка обрали дійсним членом АН України, його відділ перевели в Київський інститут математики АН України. Катерину Логвинівну призначили керівником знову створеної обчислювальної лабораторії.

Коли Сергія Олексійовича Лебедева перевели до Москви, а його лабораторію – до Інституту математики, директором якого з 1952 року став Б.В.Гнеденко, він відрядив Катерину Логвинівну, чоловіка Олексія Андроновича Ющенко, Юрія Володимировича Благовіщенського і Володимира

Семеновича Королюка до лабораторії, розташованої під Києвом.

Так Катерина Логвинівна опинилася в історичному місці, де під керівництвом С.О.Лебедева в 1948-1951 роках була створена перша на континенті Європи ЕОМ “МЭСМ” [2]. За короткий час К. Л. Ющенко стала одним з провідних фахівців з програмування. Вона — перший в СРСР доктор фізико-математичних наук, якому ця ступінь присвоєна за роботи з програмування. Важливий етап в науковій діяльності пов'язаний з дослідженнями та розробками в галузі “адресного програмування”. Вона запропонувала одну з перших у світовій практиці мов програмування — Адресну мову, конструкції якої увійшли до

сучасних мов, як класичні структури. Висунуті К. Л. Ющенко на цьому етапі ідеї, отримали подальший розвиток у роботах учнів сформувалися в окремі напрями та технології програмування, отримали міжнародне визнання.

Під керівництвом К. Л. Ющенко та за безпосередньою участю створена низка інструментально-технологічних комплексів. За піонерські роботи в галузі К. Л. Ющенко присуджені Державні премії України та Премія Ради СРСР, а теоретичні результати з комп'ютерної алгебри відзначені академічною премією ім. В. М. Глушкова. Україна високо оцінила заслуги К. Л. Ющенко, нагородивши Орденом княгині Ольги.

К. Л. Ющенко мала 5 авторських свідоцтв, нею розроблено 8 Державних стандартів України. Вона — автор більш як 200 наукових праць, у тому числі 23 монографій та навчальних посібників. Частина з них вийшла двома-трьома виданнями, перекладена за кордоном — в Німеччині, Угорщині, Франції, тощо.

Багато сил віддавала Катерина Логвинівна підготовці наукової зміни. Серед учнів 45 кандидатів і 11 докторів наук. Свою дослідницьку та науково-організаційну роботу вона поєднувала з активною громадською роботою в Інституті кібернетики, будучи членом редколегій журналів “Кибернетика и системный анализ” “Проблемы программирования”, членом Наукової ради з проблеми “Кібернетика” НАН України, членом кваліфікаційної ради з присудження вчених ступенів [3].

За сорок років роботи в інституті нею створена широко відома в Україні, колишньому Радянському Союзу та за кордоном наукова школа теоретичного програмування. У 2001-му році її не стало.

Історія наукової школи теоретичного програмування в Україні

Початковий етап. Своїми коренями теоретичне програмування сходить до робіт по експлуатації першого вітчизняного комп'ютера “МЭСМ”, створеного колективом лабораторії Інституту електротехніки АН УРСР під керівництвом С.О.Лебедева. У 1954 р. з ініціативи академіка Б.В.Гнеденко (у той час він очолював Інститут математики АН УРСР) лабораторія була переведена до цього інституту і до експлуатації “МЭСМ” підключилися кандидати фізико-математичних наук Ю.В.Благовіщенський, І.В.Погребиський, В.С.Королюк, О.А.Ющенко, К.Л.Ющенко-Рвачова.

Першою на “МЭСМ” була розв'язана задача зовнішньої балістики, поставленої М.В.Келдишем, у розробці методів розв'язання брали участь відомі московські вчені О.А.Ляпунов, М.Р.Шура-Бура, Ю.Д.Шмиглевський, а також відомий київський учений Ю.А.Митропольський.

На початковому етапі викристалізовувалися основні прийоми програмування і проблеми теоретичного програмування стосовно до автоматизації програмування. На постановку проблеми теоретичного програмування істотно вплинули роботи чл.-кор. АН СРСР О.А.Ляпунова, який запропонував *операторний метод* програмування. Головним результатом цих робіт стало створення у 1955 р. В.С.Королюком та К.Л.Ющенко *адресного програмування*, яке на мовній основі втілює два загальних принципи роботи комп'ютера — адресності та програмного керування. Створюючи зручну систему понять для опису архітектури комп'ютера і його системи команд, автори ввели в Адресну мову засоби маніпулювання адресами другого рангу.

На початковому етапі досліджень теоретичне програмування концентрувалося на двох напрямках виявлення природи мов, як засобу спілкування з комп'ютером. З одного боку, інтенсивно розроблялися власне мови програмування і методи реалізації, у першу чергу, математико-алгоритмічний апарат формалізації синтаксису і семантики мов та методи розробки мовних процесорів. Досягнення школи у цьому напрямку пов'язані з дослідженням класу параметричних граматик рекурсивного та інверсивно-рекурсивного типу (В.Н.Редько) і СМ-граматик (І.В.Вельбицький), що забезпечують безперебійний аналіз програм і реалізацією ряду компіляторів на вітчизняних комп'ютерах.

З іншого боку, досліджувався й оформлявся у наборах мовних конструктивів категорійний базис спілкування з комп'ютером. З'явилися перші непроцедурні мови для опису механізмів обробки даних, засновані не тільки на файловій системі (прообраз інформаційних систем), що складалася тоді. Ці мови використовувались для різноманітних інженерно-наукових додатків на основі використовуваного у них математичного апарату. Саме символічно-графічні конструктиви, напрацьовані у цих мовах, послужили основою організації діалогу з комп'ютером. Нагадаємо, що перші, дуже недосконалі пристрої діалогового спілкування з'явилися тільки на початку 70-х років XX століття.

За 40 років існування наукової школи підготовлено понад 100 фахівців вищої кваліфікації не тільки для України, але і для країн Співдружності незалежних держав (СНД) і далекого зарубіжжя. З початку 70-х років XX століття тематика теоретичного програмування істотно розширилася і були засновані самостійні школи, які очолили академік НАН України І.В.Сергієнко, член-кореспондент Російської академії наук і НАН України А.О.Стогній, член-кореспондент НАН України В.Н.Редько, професор І.В.Вельбицький.

Етап становлення. У ті роки число версій мов програмування наближалось до 1000 і для кожного нового комп'ютера розроблялася своя мова. Для вирішення проблеми мобільності програм з 70-х років XX століття, одночасно з міжнародним співтовариством, у Києві почалися роботи по стандартизації мов програмування. У 1979 р. створений Державний стандарт мови Кобол, оновлений у 1990 р. Фахівці школи брали участь у розробці стандартів СРСР для мов Фортран 2, Алгамс, Алгол 68 і Ада, а також СНД-стандартів Фортрану 77, Паскаля, ПЛ/1, СІ.



У 70-80-ті роки XX століття остаточно склався предмет дослідження теоретичного програмування. На той час розвилася: теорія алгоритмічних алгебр Глушкова; широко використовувався апарат теорії автоматів і формальних мов; почалася формалізація методів представлення знань. Основним досягненням школи у цей час стало створення алгебро-граматичного (АГ) апарату синтезу програмного продукту. Присвячена йому монографія “Алгебра. Мови програмування” три рази видавалася у СРСР і один раз у Німеччині. Практичним втіленням цього апарату стала реалізація декількох версій синтезатора Фортран-, СІ – або Паскаль-програм для різних комп'ютерних платформ.

Сучасний етап. У 90-ті роки XX століття школа теоретичного програмування сконцентрувала зусилля на дослідженні АГ-методів представлення знань про моделі організації обчислень і дружнього інтерфейсу користувача (ІК) при проектуванні і розробці баз даних і знань для систем прийняття рішень, експертних систем і методів одержання знань для них, навчаючих систем різної орієнтації, наприклад, систем професійної підготовки інвалідів з метою соціальної реабілітації.

Пройшовши сорокарічний шлях досліджень, теоретичне програмування збагатилося власним розвинутим формально-алгоритмічним апаратом, а предмет досліджень істотно розширився від процедурних мов до методів представлення знань, що складають штучний інтелект інструментарію розроблювачів прикладних систем. Як спосіб спілкування з комп'ютером і засіб розробки програм, мови трансформувалися у алгоритмічні системи зі збалансованими наборами конструктивів, що спрацьовують в операційному середовищі з досить формалізованою й уніфікованою поведінкою, правила якої разом із мовами програмування стандартизуються зусиллями інтернаціональних колективів. На порозі третього тисячоліття сформульоване нове завдання теоретичного програмування – розробка

методологічної основи інформаційних технологій 2000 років, немислимим без розподіленої обробки у глобальному телекомунікаційному середовищі.

Список використаних джерел

1. Перевозчикова О.Л. Екатерина Логвиновна Ющенко // Кибернетика и системный анализ. – 2003. – № 1. – С. 3-7.
2. К.Л. Ющенко // Вісник НАН України. – 2001. – № 9.
3. Перевозчикова О.Л. Катерина Ющенко – видатна вчена, математик, кібернетик // Українки в історії / За заг. ред. В. Борисенко. – К.: Либідь, 2004. – 328 с.

ДЕЯКІ ЗАСТОСУВАННЯ ЛОГІКИ ВИСЛОВЛЕНЬ

Наталія Касімова

Науковий керівник – кандидат фізико-математичних наук, доцент З.П. Халецька

1. Постановка проблеми. Логіка, одна з найдревніших галузей наукового знання, є суттєвим загальнокультурним фактором. Математична логіка належить до найважливіших джерел і постійних факторів розвитку сучасної математичної науки і є теоретичним фундаментом науково-технічної революції XX століття. Математична логіка посідає значиме місце у професійній підготовці вчителя математики. Вона сприяє вихованню культури логічного мислення, глибшому проникненню в суть процесу доведення теорем та встановлення зв'язків між ними [2]. Студенти саме фізико-математичного факультету зустрічаються з більш конкретними питаннями, які допомагає вирішувати математична логіка: застосування логічних правил та законів, вміння аналізувати та доводити теореми, спростовувати твердження або розв'язувати нестандартні задачі. Тому мотивація навчання, а саме практичність і потрібність знань, що повинні здобути студенти, і є проблемою досліджуваної тематики. Одним з напрямків розв'язання цієї проблеми є практичні застосування математичної логіки, зокрема логіки висловлень.

Актуальність дослідження обраної теми впливає з досить широкої сфери застосувань алгебри висловлень та проникнення ідей та методів її в інформатику, обчислювальну техніку, лінгвістику тощо, а також з недостатнього рівня методичних розробок для вивчення даної теми у вищій школі.

2. Аналіз попередніх досліджень. Вперше про символічну логіку почали говорити, ще в XVII столітті такі вчені, як Ф.Й. Кеплер (1571-1630) та його товариш, основоположник підрахункової машини – В. Шикард (1592-1635), також філософи Т. Юнг (1773-1829) та А. Гейлінкс (1624-1669). Але основоположником символічної логіки нині вважають – Г.В. фон Лейбніца (1646-1716). Саме він замислився над можливістю побудови універсального математико-логічного методу розв'язання наукових задач [3].

Початком становлення алгебри висловлень вважається середина XIX ст. Її основоположником був Джордж Буль (1815 – 1864). Ним була створена своєрідна алгебра – алгебра логіки. В цей період вона сформувалась як алгебра висловлень. Алгебра висловлень інтенсивно почала розвиватися з початком розвитку обчислювальної техніки. Одне з найважливіших перетворень алгебри висловлень – це мінімізація складних висловлень. Було створено багато методик отримання з вихідного висловлення рівносильного, але такого, що має найменшу можливу кількість логічних операцій. А відповідно до такого висловлення можна побудувати і максимально простий технічний пристрій [2]. Перший в історії курс з алгебри логіки було прочитано Б. Порецьким (1846-1907) у Казанському державному університеті в кінці XIX ст. [6].

3. Застосування алгебри висловлень.

А) Метод характеристикних рівнянь

Одним із шляхів розв'язання логічних задач є використання інструментарію алгебри висловлень. Вважається, що алгоритми існують лише для математичних задач, а логічні, тим

більше ігрові задачі, не мають регулярних методів розв'язання. Проте апарат математичної логіки дає можливість розробки алгоритмів розв'язку широких класів логічних задач. Такі задачі можуть задаватись по-різному, але при аналізі їх умов, що записуються у систему логічних рівнянь, отримується логічна структура задачі у вигляді характеристичного рівняння або системи характеристичних рівнянь. Характеристичні рівняння можуть бути двох типів: або кон'юнктивні, кожна кон'юнкта яких описує істинні умови задачі або диз'юнктивні, диз'юнкти яких визначають хибні умови. Рівняння першого типу прирівнюються до одиниці, а другого – до нуля.

Алгоритм методу [4, с. 72] містить наступні кроки:

1. Кодування – виділення елементів умови задачі для позначення невідомих за допомогою булевих змінних (що приймають значення 0 чи 1) та опис змісту цих змінних.
2. Запис умови задачі у вигляді системи логічних рівнянь, у правих частинах яких стоять одиниці (нулі). Якщо логічна структура така, що права частина рівняння – має значення “хибно” (0), то запереченням лівої частини вона зводиться значення “істинно” (1).
3. Побудова кон'юнкції лівих частин рівнянь системи і прирівнювання її до одиниці. Отримане рівняння називається *характеристичним*. Воно є рівносильним початковій системі рівнянь: кожний розв'язок системи є набір значень змінних, при якому всі кон'юнкти характеристичного рівняння перетворюються на одиниці, а отже і їх кон'юнкція дорівнює одиниці, тобто він є розв'язком характеристичного рівняння. Вірне і обернене
4. Зведення лівої частини характеристичного рівняння до диз'юнктивної нормальної форми – ДНФ (зокрема до досконалої – ДДНФ).
5. Прирівнювання кожного доданку ДНФ – кон'юнктивного одноклена, незалежно від інших, до одиниці та знаходження з одержаного рівняння (ліві частини котрих кон'юнкції змінних чи їх заперечень) значень змінних. Кожний їх набір є розв'язком.

Приклад 1. Корпорація “Майкрософт” складається з п'яти підприємств, які займаються різними галузями і мають кожна свого генерального директора. Для вирішення деяких загальних питань директори повинні зв'язуватись між собою. Оскільки підприємства знаходяться далеко один від одного, то компанія використовує телефонний конференц – зв'язок між директорами підприємств. Для цього була запропонована така схема зв'язку:

1. Якщо на зв'язку I і V директор, то II теж повинен бути присутнім.
2. Якщо не на зв'язку – V, то II повинен бути, а III – ні.
3. I і III не можуть одночасно бути чи не бути на зв'язку.
4. Якщо на зв'язку V, то IV – не присутній у конференції.

Якщо II – не на зв'язку, то V повинен обов'язково бути, але якщо не на зв'язку – III.

Якщо ж III таки на зв'язку, то II – не бере участь, V – зв'язуватись не повинен, а IV – повинен бути.

Питання: скільки разів та в якому складі можуть відбутися такі конференц-розмови?

Розв'язання. Позначимо директорів підприємств буквами латинського алфавіту: I – a,

II – b, III – c, IV – d, V – e.

Покажемо розв'язання задачі за наведеним раніше алгоритмом:

1) Кодування. $X = \{0,1 \mid 0 - \text{не на зв'язку}, 1 - \text{на зв'язку}\}; X = \{a,b,c,d,e\}$.

2) Складемо систему логічних рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} A: a \wedge e \rightarrow b = 1, \\ B: \bar{e} \rightarrow b \wedge \bar{c} = 1, \\ C: a \leftrightarrow c = 0, \\ D: e \rightarrow \bar{d} = 1, \\ F: \bar{b} \rightarrow (\bar{c} \rightarrow e) \wedge (c \rightarrow \bar{e} \wedge d) = 1. \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} A: \bar{a} \wedge \bar{e} \vee b = 1, \\ B: e \vee b \wedge \bar{c} = 1, \\ C: (a \rightarrow c) \wedge (c \rightarrow a) = 0, \\ D: \bar{e} \vee \bar{d} = 1, \\ F: \bar{b} \rightarrow (c \vee e) \wedge (\bar{c} \vee \bar{e} \wedge d) = 1. \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} A: \bar{a} \vee \bar{e} \vee b = 1, \\ B: e \vee b \wedge \bar{c} = 1, \\ C: (\bar{a} \vee c) \wedge (\bar{c} \vee a) = 0, \\ D: \bar{e} \vee \bar{d} = 1, \\ F: b \vee (c \vee e) \wedge (\bar{c} \vee \bar{e} \wedge d) = 1. \end{array} \right.$$

3) Складемо характеристичне рівняння: $A \wedge B \wedge \bar{C} \wedge D \wedge F = 1$, для того щоб звести ліву частину рівняння до одиниці, потрібно заперечити умову C , тоді

$\bar{C} = (\bar{a} \vee c) \wedge (c \vee a) = (a \wedge \bar{c}) \vee (\bar{a} \wedge c) = 1$. Отже, характеристичним рівнянням буде:

$$(\bar{a} \vee \bar{e} \vee b) \wedge (e \vee b \wedge \bar{c}) \wedge ((a \wedge \bar{c}) \vee (\bar{a} \wedge c)) \wedge (\bar{e} \vee \bar{d}) \wedge (b \vee (c \vee e) \wedge (\bar{c} \vee \bar{e} \wedge d)) = 1.$$

4) Приведемо ліву частину характеристичного рівняння до ДНФ:

$$(\bar{a} \wedge e \vee \bar{a} \wedge b \wedge \bar{c} \vee b \wedge e \vee b \wedge \bar{c}) \wedge (a \wedge \bar{c} \wedge \bar{e} \vee a \wedge \bar{c} \wedge \bar{d} \vee \bar{a} \wedge c \wedge \bar{e} \vee \bar{a} \wedge c \wedge \bar{d}) \wedge (b \vee c \wedge d \wedge \bar{e} \vee \bar{c} \wedge e) = 1;$$

$$(\bar{a} \wedge c \wedge \bar{d} \wedge e \vee \bar{a} \wedge b \wedge c \wedge \bar{d} \wedge e \vee a \wedge b \wedge \bar{c} \wedge \bar{e} \vee a \wedge b \wedge \bar{c} \wedge \bar{d}) \wedge (b \vee c \wedge d \wedge \bar{e} \vee \bar{c} \wedge e) = 1;$$

$$(\bar{a} \wedge b \wedge c \wedge \bar{d} \wedge e) \vee (a \wedge b \wedge \bar{c} \wedge \bar{e}) \vee (a \wedge b \wedge \bar{c} \wedge \bar{d}) = 1.$$

Тоді ДДНФ характеристичного рівняння має вигляд:

$$(\bar{a} \wedge b \wedge c \wedge \bar{d} \wedge e) \vee (a \wedge b \wedge \bar{c} \wedge d \wedge \bar{e}) \vee (a \wedge b \wedge \bar{c} \wedge \bar{d} \wedge \bar{e}) \vee (a \wedge b \wedge \bar{c} \wedge \bar{d} \wedge e) = 1.$$

5) Відповідь: Оскільки ДДНФ має 4 одночлени, то можна зробити висновок, що могло відбутися 4 таких конференції: перша – на зв'язку директори II, III та V підприємств (b, c, e); друга – I, II, IV (a, b, d); третя – директори I та II (a, b); четверта – присутні I, II та V (a, b, e).

Б) *Технічні застосування (побудова релейно-контактних схем)*. Під релейно-контактною схемою розуміють схематичне зображення деякого приладу, що складається з перемикачів, електромагнітних реле, електронних ламп, напівпровідникових елементів, а також із виходів та входів. При конструюванні складних схем допомагає алгебра висловлень. Кожній схемі ставиться у відповідність формула з алгебри висловлень і кожна формула реалізовується за допомогою деякої схеми. Досліджуючи відповідну формулу, можна виявити можливості заданої схеми, спростити її та отримати спрощену формулу (таку операцію називають аналізом схеми). Можливість побудувати схему, наперед описавши з допомогою формули ті функції, які схеми повинні виконувати, називається синтезом схеми. На схемі приймаються два стани кожного перемикача – замкнутий (тобто проводить струм) та розімкнутий (тобто не проводить струм). Отже якщо перемикач a , проводить струм, то $a=1$. Якщо навпаки – $a=0$.

Приклад 2 [5]. Побудувати схему для керування спуском ліфта з другого поверху на перший.

Розв'язання.

Сформулюємо умови, що визначають роботу ліфта:

D1 – двері ліфта на першому поверху замкнені;

D2 – двері ліфта на другому поверсі замкнені;

D3 – двері кабіни ліфта замкнені;

П – пасажир знаходиться в кабіні;

K1 – кнопка спуску в кабіні ліфту натиснута;

K2 – кнопка виклику на першому поверсі натиснута.

Тоді припис, що визначить спуск ліфту, виражається формулою:

$$D_1 \wedge D_2 \wedge D_3 \wedge P \wedge K_1 \vee D_1 \wedge D_2 \wedge \bar{P} \wedge K_2 \wedge (D_3 \vee \bar{D}_3), \text{ що рівносильна формулі}$$

$$D_1 \wedge D_2 \wedge (D_3 \wedge P \wedge K_1 \vee \bar{P} \wedge K_2). \text{ Побудуємо відповідну схему (Рис. 1).}$$

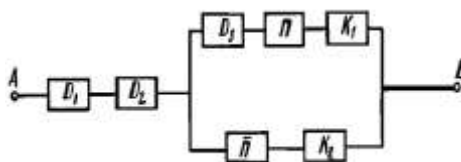


Рис.1.

Розв'язування таких задач допомагає студентам розвивати логічне мислення та поглиблювати свої знання не тільки з математики та фізики, а і з багатьох інших наук. Логіка

допомагає студентам глибше розуміти шкільний математичний матеріал, а для майбутніх педагогів це є суттєвим. Логічні задачі допоможуть зацікавити молодших учнів та допомогти в розумінні теорем та їх доведень – старшим школярам. Формування дієвих знань з курсу математичної логіки впливає на подальшу легкість викладення матеріалу, що є важливим, тому що покращується сприймання матеріалу учнями, а як результат – підвищується зацікавленість і успішність.

Список використаних джерел:

1. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – М.: Физико-математическая литература, 1995. – 256 с.
2. Рамський Ю.С. Логічні основи інформатики. – К., 2003. – 286 с.
3. Стяжкин Н. И. Становление идей математической логики. – М.: Наука, 1964. – 304 с.
4. Шапиро С. И. Решение логических и игровых задач. – М., 1984. – 152 с.
5. Эдельман С.Л. Математическая логика. – М., 1974. – 176 с.
6. <http://ru.wikipedia.org/>

СИСТЕМА КОМПЛЕКСНОГО ОЦІНЮВАННЯ ЗНАНЬ СТУДЕНТІВ ПРИ ВИВЧЕННІ КУРСУ “МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІКИ”

Галина Крамар

Науковий керівник – кандидат фізико-математичних наук Ю.В. Гуртовий

Вступ. Одним із напрямків підготовки майбутнього спеціаліста у ВНЗ є збільшення акценту на підготовку фахівця, який буде конкурентоспроможним на національному та світовому ринках праці. Це може бути досягнуто завдяки вирішенню таких завдань: модернізації системи вищої освіти, удосконалення змісту вищої освіти та організації навчального процесу; підвищення ефективності та якості вищої освіти [1].

Серед найактуальніших проблем сучасної вищої освіти виділяють питання впровадження технологій навчання, що ґрунтуються на нових підходах до подання та засвоєння знань і потребують нових, сучасних методів їх вимірювання та оцінювання. Впровадження кредитно-модульної моделі організації навчально-виховного процесу у вищій школі потребує перетворення не тільки навчальних планів та програм, але й реорганізації та розробки нової системи оцінювання і контролю [4].

1. Актуальність тестового методу. Систематичне відстеження всіх етапів засвоєння знань у формі тестування стимулюватиме студентів і до самостійної роботи під час виконання індивідуальних і домашніх завдань, підготовки до практичних занять та колоквиумів, підвищуватиме відповідальність за результати навчання.

Дуже велике позитивне значення має тестування не тільки практичних та лабораторних робіт і результатів праці студентів на цих видах занять, а й контроль знань з лекційних матеріалів, а також того матеріалу, який виноситься на самостійне опрацювання. У студентів виникає зовнішня мотивація систематично відвідувати лекції та уважно виконувати всі вказівки і настанови викладача. Також пропонується на лекціях студентам розглядати з допомогою викладача деякі найскладніші тестові завдання та аналізувати їх. Таким чином ті студенти, які систематично відвідуватимуть всі лекційні заняття будуть краще орієнтуватися у запропонованому матеріалі з даного предмету, ніж ті, котрі вирішили опрацьовувати весь об'єм матеріалу самостійно з допомогою дидактичних матеріалів (підручників, Інтернету).

Тестові завдання мають суттєві переваги над іншими формами контролю: вони високотехнологічні, можуть розроблятися, проводитися й перевірятися з використанням комп'ютерної техніки, потребують невеликих часових ресурсів для проведення та перевірки, порівняно нескладні в проведенні, що дає змогу спростити саму процедуру контролю від

його підготовки та проведення до перевірки й аналізу, а також вивільнити час викладача для інших видів роботи

Актуальність тестового методу пояснюється рядом переваг перед іншими педагогічними методами [2]:

1. Висока наукова обґрунтованість самого тесту, яка дозволяє одержувати об'єктивні оцінки рівня підготовленості.
2. Технологічність тестових методів.
3. Точність вимірювань.
4. Наявність однакових для всіх правил проведення педагогічного контролю та адекватної інтерпретації тестових результатів.
5. Сполучення тестової технології з іншими сучасними освітніми технологіями.

2. Елементи тестового контролю дисципліни.

При розробці тесту кожен автор прагне підібрати свою систему завдань, унаслідок чого по одній і тій же навчальній дисципліні може виявитися декілька різних тестів, з різним обсягом навчальних тем та числом завдань, і з різними балами оцінювання. Тому потрібна експертна оцінка, яка зважає відповідність тестової системи критеріям валідності, індивідуальності, надійності та інформативності [5].

При вивченні предмету «Математичне моделювання економіки» в педагогічному ВНЗ на фізико-математичному факультеті студентам пропонуються тестові завдання для оцінювання їхніх навчальних досягнень, які вони отримали безпосередньо при вивченні питань, що стосуються даної дисципліни. Тести наведені не лише з питань лекційного матеріалу, а й з того об'єму матеріалу, який виноситься на самостійне опрацювання, а також питань, які розглядаються на лабораторних та практичних заняттях, для вирішення яких потрібна творчість та креативність мислення. З кожного змістового модуля конкретної дисципліни було виділено систему навчальних елементів і зв'язки між ними, що підлягали перевірці [3]. На основі цієї системи було створено комплекс тестових завдань для кожного модуля. Тести, які наводяться умовно можна поділити на два типи:

1 тип: потрібно виділити той варіант, який задовольняє схарактеризовану умову;

2 тип: потрібно виділити той варіант, який не задовольняє схарактеризовану умову (виділити зайве і т. д.).

Наведемо приклади тестів обох типів.

1. Що називається моделлю?

- a) внутрішня структура даного об'єкта, над яким проводиться дослідження;
- b) зовнішня структура даного об'єкта, над яким проводиться дослідження;
- c) спеціально створений об'єкт, на якому відтворюються певні характеристики досліджуваного явища;
- d) алгоритм побудови створюваного об'єкта.

2. Які моделі називають математичними моделями, кількісними моделями або табличними моделями?

- a) економічні моделі;
- b) символічні моделі;
- c) архітектурні моделі;
- d) фізичні моделі.

Два поданих тестових завдань є завданнями першого типу. Як бачимо завданням тесту є виділення варіанту, який задовольняє сформульовану умову. Наведемо тепер приклад тесту другого типу.

1. Позначте невірний варіант. До умовних етапів процесу моделювання належать...?

- a) вивчення середовища з метою структуризації управлінської ситуації;
- b) абстрагування математичної моделі;
- c) формалізація уявлення про ситуацію;
- d) побудова символічної (кількісної) моделі.

Всі завдання між собою є рівноправними. За кожну правильну відповідь дається однакова кількість балів, але все це не так просто, як здається на перший погляд. У тестах є так звані тестові завдання-“пастки”, де одним із варіантів є відповідь, яка зовсім “не клеїться” до теми даного предмету, наприклад:

1. Існує три типи моделей:

- a) фізичні, аналогові, символічні;
- b) архітектурні, художні, мистецькі;
- c) фізичні, економічні, математичні;
- d) економічні, математичні, символічні.

Як бачимо з даного прикладу таким варіантом, про який говорилося вище є варіант b). Поміркуємо логічно, дійсно, архітектурних, художніх і мистецьких моделей взагалі не може бути в економіці і ця відповідь є просто абсурдною.

За допомогою таких завдань можна визначити студентів, які зовсім не орієнтуються у матеріалі предмету. На кожне з поставлених питань подається варіанти відповіді, а це, відповідно, є деякою підказкою для студента. Така побудова тестів має на меті відновлення в пам'яті вивченого матеріалу, що сприятиме закріпленню його під час поточного контролю знань. До недоліків такої структури завдань можна віднести те, що студент може „вгадати” правильну відповідь шляхом логічного виключення неправильних. Але і в цьому випадку така постановка завдань буде сприяти розвитку логічного мислення та застосуванню раніше набутих знань.

Як вже згадувалося раніше, всі тестові завдання рівноправні і оцінюються однаково. За кожне окреме завдання можна отримати однакову кількість балів. При оцінюванні лекції використовується від 15 до 40 запитань із варіантами відповідей. Максимальна кількість балів, яку можна отримати за виконання тестового завдання для оцінювання лекції складає 100 балів. Потім ці бали переводяться у оцінку за п'ятибальною шкалою. Так на одну оцінку за п'ятибальною системою припадає 20 балів, отриманих за тестування.

На вивчення курсу припадає 12 лекцій та 10 лабораторних робіт. На контрольне оцінювання винесено 4 тести місткістю по 30 запитань. Максимальна кількість балів, яку можна отримати за виконання контрольного тесту складає 300 балів, які за відомою схемою переводяться у оцінку за п'ятибальною шкалою.

Для оцінювання лабораторних робіт ситуація набагато складніша. Потрібно враховувати багато чинників. Насамперед, завдання повинні бути диференційованими, також необхідне врахування складності творчих завдань, кількість часу, яка потрібна для виконання завдань певного типу. Отже, за виконання всіх лабораторних робіт студент отримує оцінку, яка є середнім арифметичним всіх оцінок, отриманих на даних практичних заняттях. Так само вираховується оцінка за всі лекції. Потрібно зауважити, що оцінка враховується включно до сотої частки.

Отже, в результаті ми маємо дві оцінки: одна – за лабораторні заняття, інша – за лекційні, а загальну підсумкову рахуємо вже як середнє зважене двох оцінок:

$$П.О. = \frac{K_1 \cdot t_1 + K_2 \cdot t_2}{T}, \text{ де}$$

П.О. – шукана підсумкова оцінка,

K_1 та K_2 – підсумкові оцінки за лабораторні заняття та за лекції відповідно,

t_1 та t_2 – кількість годин, яка припадає на лабораторні заняття та на лекції відповідно,

$T = t_1 + t_2$, тобто загальна кількість годин. В даному випадку – це 135.

Тестова перевірка кожної лекції змушує бути студента завжди в “тонусі” превентивним кроком проти періодів бездіяльності, які є досить розповсюдженим явищем серед студентства, тобто сприяє систематичності і логічній структурованості навчального процесу.

Тестовий іспит має деякі недоліки: складання тестових пунктів потребує вміння; вибіркові відповіді можуть мати елемент підказки; тестові питання дозволяють перевірити знання, а не спосіб мислення майбутнього фахівця тощо. Зазвичай тести не дають можливості перевірити глибоке засвоєння і розуміння теорії математичних дисциплін, тому паралельно з тестовим контролем вважаємо за потрібне проводити хоча б один традиційний усний колоквиум, який дозволить (якщо є час) усунути недоліки пропонованого вище тестування. Використання тестових технологій в поєднанні з традиційними формами контролю сприяє підвищенню ефективності контролю знань студентів, рівня навчально-методичної роботи кафедр ВНЗ та освітнього процесу загалом.

Список використаних джерел:

1. Аванесов В.С. Композиция тестовых заданий. – М.: АДЕПТ, 1998.
2. Ашманов С. А. Введение в математическую экономику. – М.: Наука, 1984. – 293 с.
3. Мур Д.Х., Уэдерфорд Л.Р. Экономическое моделирование в Microsoft Excel. – М.: Издательский дом “Вильямс”, 2004. – 1018 с.
4. Наказ Міністерства освіти і науки України від 13.07.2007 р. № 612 “Про затвердження Плану дій щодо забезпечення якості вищої освіти України та її інтеграції в європейське і світове освітнє співтовариство на період до 2010 року”.
5. Наказ Міністерства освіти і науки України від 31.07.98 р. № 285 “Про порядок розробки складових нормативного та навчально-методичного забезпечення підготовки фахівців з вищою освітою”.

ПОРІВНЯННЯ МЕТОДІВ РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ ЗАДАЧ

Євгенія Кулькова

Науковий керівник – кандидат фізико-математичних наук, доцент Л.В. Ізюмченко

Розвиток сучасного суспільства досяг того рівня, коли виникає нагальна потреба в розробці ефективних методів управління організаційними системами різного призначення та різних рівнів з метою відшукування найефективніших способів досягнення заданих результатів. Виконання безпосередніх емпіричних досліджень відповідних процесів та явищ є недоцільним з багатьох причин: вартість досліду, їх динамічність та унікальність тощо. З урахуванням цих обставин дослідження замінюються аналізом відповідних математичних моделей [1, с.5].

В економічних, виробничих, технологічних та інших процесах різних галузей виникають задачі, подібні за постановкою та мають ряд спільних ознак. Досить поширеною є задача про рюкзак, яка формулюється так: рюкзак (вагон, судно, літак) має обмежену вантажність. Потрібно так заповнити рюкзак, щоб отримати максимальний прибуток.

Широке застосування математичних методів в цілях вдосконалення виробництва та управління стимулювало дослідження в області математичного програмування. Задача пакування рюкзака є однією з 21 NP-повних задач Ричарда Карпа, викладених в його статті 1972 року. Інтенсивне дослідження проблеми почалось з середини XX століття, але відома згадка ще в 1897 році, в статті Джорджа Метьюза Балларда. Описання задачі досить просте, але розв’язання — складне. Існуючі алгоритми, на практиці, дозволяють розв’язувати задачі досить великих розмірів. Однак, унікальна структура задачі, а також той факт, що вона присутня як підзадача у більших, загальніших проблемах, робить її важливою для наукових досліджень.

Проаналізуємо розв’язування задачі про рюкзак декількома методами, порівняємо їх за такими критеріями як швидкість виконання, оптимальність розв’язку та простота у використанні.

Нехай необхідно завантажити судно вантажністю $G = 35$ тонн, якщо відомі такі дані (Таблиця 1):

Таблиця 1

Тип речей, i	Кількість речей x_i , штук	Вага g_i , тонн	Вартість v_i , тис. грн.
1	x_1	6	10
2	x_2	10	23
3	x_3	15	28

Одним із точних методів є динамічне програмування, скористаємося ним для розв'язання цієї задачі. Математична модель задачі має вигляд:

$$F = \sum_{i=1}^n v_i x_i \rightarrow \max; \quad \sum_{i=1}^n g_i x_i \leq G; i = \overline{1, n}.$$

Для початку визначимо максимально можливу кількість завантаження судна лише однією річчю. Так $x_{i\max} = \left\lfloor \frac{G}{g_i} \right\rfloor$, тобто найбільше можливе $x_1=5$, $x_2=3$, а $x_3=2$. Процес

завантаження судна розбивають на три етапи (кількість етапів визначається по кількості речей) [2, с.160-161]. Згідно з принципом динамічного програмування, розрахунки починаються із становища, для якого рішення є відомим. Тому перший етап складається із поступових завантажень судна лише першою річчю (Таблиця 2). Другий етап складається з чотирьох таблиць, які виконуються при зростаючому на одиницю значення x_2 та поступовим додаванням речей x_1 (Таблиця 3-6). За результатами цих таблиць складаємо підсумкову другого етапу (Таблиця 7). Третій етап починається із завантаження судна при $x_3 = 0$, після цього приймається значення $x_3 = 1$ та $x_3 = 2$ (Таблиця 8-10).

З таблиць 8-10 видно, що найоптимальніше завантаження судна здійснюється при $x_1 = 0$, $x_2 = 2$, $x_3 = 1$ і максимальний прибуток складатиме 74 тис. грн.

Таблиця 2

тонни	x_1	F_1
0..5	0	0
6..11	1	10
12..17	2	20
18..23	3	30
24..29	4	40
30..35	5	50

Таблиця 3

тонни	x_1	x_2	F_{20}
0..5	0	0	0
6..11	1	0	10
12..17	2	0	20
18..23	3	0	30
24..29	4	0	40
30..35	5	0	50

Таблиця 4

тонни	x_1	x_2	F_{21}
0..5	0	0	0
6..11	0	1	23
12..17	1	1	33
18..23	2	1	43
24..29	3	1	53
30..35	4	1	63

Таблиця 5

тонни	x_1	x_2	F_{22}
0..5	0	0	0
6..11	1	0	10
12..17	2	0	20
18..23	0	2	46
24..29	1	2	56
30..35	2	2	66

Таблиця 6

тонни	x_1	x_2	F_{23}
0..5	0	0	0
6..11	1	0	10
12..17	2	0	20
18..23	3	0	30
24..29	4	0	40
30..35	0	3	69

Таблиця 7

тонни	x_1	x_2	F
0..5	0	0	0
6..11	0	1	23
12..17	1	1	33
18..23	0	2	46
24..29	1	2	56
30..35	0	3	69

Таблиця 8

тонни	x_1	x_2	x_3	F_{30}
0..5	0	0	0	0
6..11	0	1	0	23
12..17	1	1	0	33
18..23	0	2	0	46
24..29	1	2	0	56
30..35	0	3	0	69

Таблиця 9

тонни	x_1	x_2	x_3	F_{31}
0..5	0	0	0	0
6..11	0	1	0	23
12..17	0	0	1	28
18..23	1	0	1	38
24..29	0	1	1	51
30..35	0	2	1	74

Таблиця 10

тонни	x_1	x_2	x_3	F_{32}
0..5	0	0	0	0
6..11	0	1	0	23
12..17	1	1	0	33
18..23	0	2	0	46
24..29	1	2	0	56
30..35	0	0	2	56

Використаємо метод Гоморі для розв'язання цієї задачі. Ми маємо такі умови:

$$6x_1 + 10x_2 + 15x_3 \leq 35, \quad x_i \in \mathbb{Z}, \quad x_i \geq 0, \quad F = 10x_1 + 23x_2 + 28x_3 \rightarrow \max.$$

Позначимо $x_4 = -6x_1 - 10x_2 - 15x_3 + 35 \geq 0$ (Таблиця 11). Виконаємо 5 кроків модифікованих жорданових виключень (МЖВ) та отримаємо розв'язок задачі (Таблиця 12), він не є цілочисельним. Побудуємо відтинання за правилом $x_{n+1} - \sum_{j \in N} \{a_{ij}\}x_j = -\{b_i\}$. Тоді

$$x_5 - \frac{3}{5}x_1 - \frac{1}{10}x_4 - \frac{1}{2}x_3 = -\frac{1}{2}, \quad x_5 = \frac{3}{5}x_1 + \frac{1}{10}x_4 + \frac{1}{2}x_3 - \frac{1}{2}.$$

Вже для п'яти змінних (Таблиця 13) виконуємо п'ять кроків МЖВ. Результати (Таблиця 14) знову не задовольняють умові цілочисельності.

Таблиця 11

	$-x_1$	$-x_2$	$-x_3$	1
x_4	6	10	15	35
F	-10	-23	-28	0

Таблиця 12

	$-x_1$	$-x_2$	$-x_3$	1
x_4	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{2}$
F	$\frac{19}{5}$	$\frac{23}{10}$	$\frac{13}{2}$	$\frac{161}{2}$

Таблиця 13

	$-x_1$	$-x_4$	$-x_3$	1
x_2	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{2}$
x_5	$-\frac{3}{5}$	$-\frac{1}{10}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
F	$\frac{19}{5}$	$\frac{23}{10}$	$\frac{13}{2}$	$\frac{161}{2}$

Таблиця 14

	$-x_5$	$-x_4$	$-x_3$	1
x_2	1	0	1	3
x_1	1	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$
F	$\frac{19}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{10}{3}$	$77\frac{1}{3}$

Таблиця 15

	$-x_5$	$-x_4$	$-x_3$	1
x_2	1	0	1	3
x_1	1	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$
x_6	0	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{5}{6}$	$-\frac{5}{6}$
F	$\frac{19}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{10}{3}$	$\frac{232}{3}$

Таблиця 16

	$-x_5$	$-x_4$	$-x_6$	1
x_2	1	$-\frac{1}{5}$	$\frac{6}{5}$	2
x_1	1	0	1	0
x_3	0	$\frac{1}{5}$	$-\frac{6}{5}$	1
F	$\frac{19}{3}$	1	4	74

Продовжуємо відтинання $x_6 - 0x_5 - \frac{1}{6}x_4 - \frac{5}{6}x_3 = -\frac{5}{6}$; $x_6 = \frac{1}{6}x_4 + \frac{5}{6}x_3 - \frac{5}{6}$. Для нових даних (Таблиця 15), виконуючи 5 кроків МЖВ, приходимо до результату, який цілком задовольняє умові задачі (Таблиця 16).

Скористаємося для розв'язання цієї задачі можливостями Excel, а саме командою “Поиск решения”. Для її використання необхідно побудувати математичну модель; використовуючи ті ж позначення, маємо:

$$F = \sum_{i=1}^n v_i x_i \rightarrow \max, \sum_{i=1}^n g_i x_i \leq G, i = \overline{1, n}, x_i \in Z, 0 \leq x_i \leq \left\lfloor \frac{G}{g_i} \right\rfloor.$$

	A	B	C	D
1	G=		35	
2	x _i	g _i	v _i	[G/g _i]
3	0		6	10
4	2		10	23
5	1		15	28
6				
7	g _i *x _i =		35	
8	v _i *x _i =		74	

Рис. 1

У середовищі Excel заповнюємо вихідні дані, знаходимо всі невідомі з математичної моделі:

$\sum_{i=1}^n g_i x_i, \sum_{i=1}^n v_i x_i$. Тепер викликаємо команду “Поиск решения” та заповнюємо її поля, натискаємо “Выполнить”. Отриманий результат є точним (рис. 1).

Розглянемо процес розв'язування цієї ж задачі наближеним методом, який має назву жадібний.

Його суть полягає в тому, щоб повністю завантажити судно спочатку предметами, що мають найбільшу вартість. Потім незаповнений об'єм

доповнити тими предметами, які мають меншу вартість.

Тобто, товар, що має найбільшу вартість – це x_3 , ним можна завантажити судно лише на 30 тонн і при цьому отримати прибуток 56 тис. грн. Залишаться вільними на судні 5 тонн, але ніяким іншим товаром їх не можна заповнити. Тому при використанні жадібного методу максимальний прибуток становитиме 56 тис. грн.

Безумовно, всі наведені методи мають як свої переваги, так і недоліки. За швидкістю та простотою виконання, звісно, жадібний метод найкращий, але отриманий результат значно відрізняється від точного. Розв'язування задачі методом динамічного програмування займає більше часу, але дає точний результат і не потребує виконання складних операцій, в порівнянні з методом Гоморі. Використання середовища Excel поєднує переваги попередніх методів: займає мало часу, дає точний результат, але потребує побудови точної математичної моделі.

Список використаних джерел:

1. Ульяновченко О.В. Дослідження операцій в економіці. – Х., Гриф, 2002. – 580 с.
2. Кутковецький В.Я. Дослідження операцій. – К., ВД «Професіонал», 2005. – 264 с.

ЗАСТОСУВАННЯ КООРДИНАТНОГО МЕТОДУ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КОНКУРСНИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ

Євгенія Кулькова, Людмила Ізюмченко

Зміни в житті суспільства приводять до зміни пріоритетів шкільної освіти. Особливого значення вже набувають не знання у чистому вигляді, а вміння аналізувати наявну інформацію, будувати логічні ланцюжки, встановлювати взаємозв'язки, що, в свою чергу, передбачає проведення узагальнення і систематизації фактичного матеріалу, розкриття та засвоєння зв'язків між його елементами, і що найважливіше, побудову складної системи пізнання предмету вивчення [1].

У цьому процесі велику роль відіграють задачі, а саме процес їх розв'язування. Задачі сприяють розширенню в учнів уявлення про різноманітні підходи, методи їх розв'язування.

Мова йде про нестандартні задачі, пошук розв'язання яких є важливою складовою на шляху розвитку творчих здібностей особистості.

Серед універсальних методів розв'язування задач значне місце посідає метод координат, який дозволяє спростити викладення теоретичного матеріалу, алгоритмізувати, спростити розв'язування багатьох, часто складних як геометричних, так і алгебраїчних задач. Дослідження застосування координатного методу зустрічається у працях Апостолової Г.В., Зеленька О.П., Осадчої Р.В., Ясінського В.В., Ясінського В.А. та інших.

Метою статті є аналіз та порівняння розв'язування конкурсних геометричних задач координатним методом з іншими можливими способами їхнього розв'язання.

Задача 1. На основах AD та BC трапеції $ABCD$ побудовані квадрати $ADEF$ і $BCGH$, розташовані поза трапецією. Діагоналі трапеції перетинаються в точці O . Знайти довжину відрізка AD , якщо $BC = 2$, $GO = 7$, а $GF = 18$ [2, с. 277].

Розв'язування.

I спосіб (застосування координатного методу). Візьмемо за початок координат точку $F(0;0)$; оскільки $ADEF$ – квадрат, то координати його вершин: $E(a;0)$, $D(a;a)$, $A(0;a)$. Позначимо $\angle GFE = t$, тоді координати точки $G(18 \cot t; 18 \sin t)$.

Оскільки $CGHB$ – квадрат, то координати усіх його вершин також відомі: $C(18 \cos t; 18 \sin t - 2)$,

$$H(18 \cos t - 2; 18 \sin t),$$

$$B(18 \cos t - 2; 18 \sin t - 2).$$

Знайдемо координати точки O перетину прямих AC і BD , для цього запишемо їхні рівняння за двома точками:

$$AC: \frac{x-0}{18 \cos t - 0} = \frac{y-a}{18 \sin t - 2 - a},$$

$$AC: (18 \sin t - 2 - a)x - 18y \cos t + 18a \cos t = 0$$

$$BD: \frac{x-a}{18 \cos t - 2 - a} = \frac{y-a}{18 \sin t - 2 - a}, (18 \sin t - 2 - a)x - (18 \cos t - 2 - a)y + 18a(\cos t - \sin t) = 0.$$

Точка O має такі координати: $O\left(\frac{18a \cos t}{2+a}; \frac{18a \sin t}{2+a}\right)$. Тоді координати вектора

$$\overrightarrow{GO}: \overrightarrow{GO} = \left(\frac{18a \cos t}{2+a} - 18 \cot t; \frac{18a \sin t}{2+a} - 18 \sin t\right) \text{ або } \overrightarrow{GO} = \frac{-36}{2+a} \cdot (\cos t; \sin t). \text{ А тоді модуль}$$

вектора $|\overrightarrow{GO}| = \frac{36}{2+a}$; за умовою задачі $|\overrightarrow{GO}| = 7$, маємо $\frac{36}{2+a} = 7 \Rightarrow a = \frac{22}{7}$ – це і є шукана величина.

II спосіб. Виконаємо такі побудови: побудуємо задану трапецію, на її нижній основі побудуємо квадрат $ADEF$, сполучимо точки F та точку перетину діагоналей трапеції (O), та продовжимо до перетину з $m \perp BC$.

1. Доведемо, що $GC = BC$.

Розглянемо прямокутний трикутник $\triangle FAK$: нехай $AF = x$, а $\angle AKF = \alpha$. Оскільки $ADEF$ – квадрат, то $AF = AD = x$. Якщо $\angle AKF = \alpha$, то $\angle AKF = \angle OKD$, $\angle GMC = \angle BMK$ як вертикальні та $\angle BMK = \angle MKD$ як внутрішні різносторонні.

$$AK = x \operatorname{ctg} \alpha, \quad KD = x - x \operatorname{ctg} \alpha.$$

2. Розглянемо $\triangle OKA$ і $\triangle OMC$:

$MC \parallel AK$, $\angle OMC = \angle OKA$, $\angle OCM = \angle OAK$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих, $\angle MOS = \angle KOA$ як вертикальні. Тому $\triangle OKA \sim \triangle OMC$. Введемо коефіцієнт подібності: $MC = k \cdot AK = k \cdot x \operatorname{ctg} \alpha$, $MO = k \cdot OK$.

3. $\triangle GCM$ ($\angle GCM = 90^\circ$) знайдемо GC : $GC = MC \cdot \operatorname{tg} \alpha = k \cdot x$.

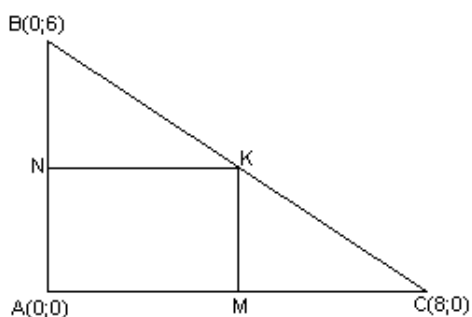
4. Розглянемо $\triangle OKD$ і $\triangle OMB$: $MB \parallel KD$, $\angle OMB = \angle OKD$, $\angle OBM = \angle ODK$, як внутрішні різносторонні при паралельних прямих, $\angle MOB = \angle KOD$ як вертикальні. Отже, $\triangle OKD \sim \triangle OMB$. Оскільки $MO = k \cdot OK$, то коефіцієнт подібності цих трикутників також k . Тому $BM = k \cdot KD = k \cdot (x - x \operatorname{ctg} \alpha)$, $BC = BM + MC = k \cdot (x - x \operatorname{ctg} \alpha) + k \cdot x \operatorname{ctg} \alpha = kx$.

5. Але і $GC = kx$. Отже, пряма, що проходить через вершину квадрата F та центр перетину діагоналей трапеції O , перетинає пряму m у вершині квадрата, побудованого на меншій основі трапеції.

6. $\triangle AOF \sim \triangle COG$, оскільки $\angle COG = \angle AOF$ як вертикальні, $\angle OGC = \angle OFA$ як внутрішні різносторонні при паралельних прямих GC і AF . $GC = BC = 2$, $GO = 7$, $OF = GF - GO = 18 - 7 = 11$. Отже, $\frac{AF}{GC} = \frac{OF}{GO}$, $AF = \frac{2 \cdot 11}{7} = \frac{22}{7}$, $AF = AD = \frac{22}{7}$.

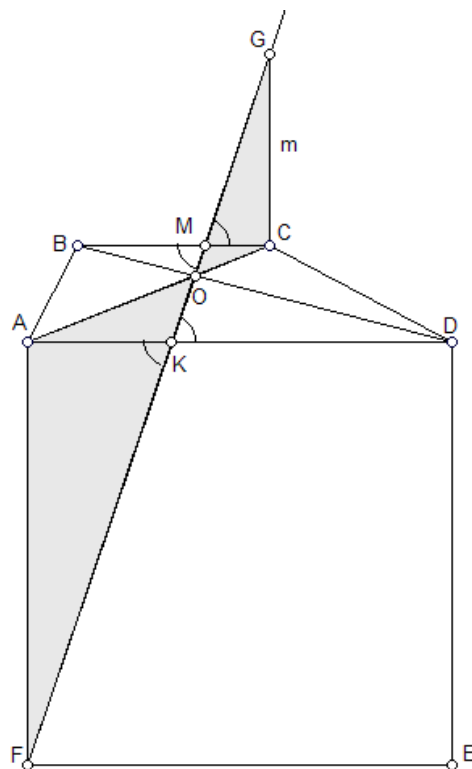
Відповідь: $AD = \frac{22}{7}$.

Звичайно, кожен метод має свої переваги та недоліки. Успішність координатного методу, в певній мірі, залежить від вибору системи координат, в чому і полягає найбільша складність. Далі вже розв'язати алгоритмізовану задачу, у більшості випадків, не викликає проблем. Другий метод не потребує складних операцій, але сама ідея методу нетривіальна, більш того, є зовсім неочевидною, а також потребує розбиття задачі на підзадачі.



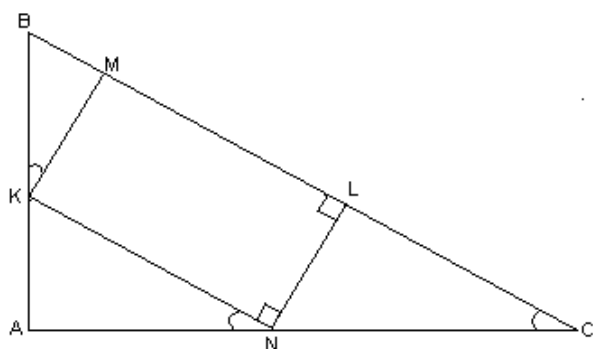
Задача 2. Скількома способами в даний прямокутний трикутник з катетами 6 і 8 можна вписати прямокутник найбільшої площі [III етап Всеукраїнського конкурсу-захисту НДР учнів-членів МАН, 2010 рік]?

І випадок: одна з вершин прямокутника співпадає з вершиною A прямого кута трикутника. Введемо систему координат з початком у точці $A(0;0)$, тоді $B(0;6), C(8;0)$; $ANKM$ – прямокутник, вписаний в даний трикутник. Складемо рівняння прямої BC : $y = kx + b$, кутовий коефіцієнт $k = \operatorname{tg} \beta = -\frac{3}{4}$ (кут з додатним напрямом вісі Ox тупий), звідки $y = -\frac{3}{4} \cdot x + 6$, оскільки точка $B(0;6)$ належить прямій.



Координати точки K вказують на відстані до осей координат: $K(x; 6 - \frac{3}{4} \cdot x)$, а тому рівні довжинам сторін прямокутника. Площа $S = \left(6 - \frac{3x}{4}\right) \cdot x$, за умовою $\frac{24x - 3x^2}{4} \rightarrow \max$.

Максимальне значення (парабола, вітки напрямлені вниз) досягається у вершині параболі:



$x = -\frac{b}{2a}$, $x = 4$. А тоді $y_K = 3$ і максимальна площа такого прямокутника дорівнюватиме 12.

II випадок: нехай дві вершини прямокутника лежать на гіпотенузі трикутника. Знайдемо максимальну площу такого прямокутника. Оскільки рівняння прямої BC :

$y = -\frac{3}{4} \cdot x + 6$, то рівняння паралельної їй прямої KN : $y = -\frac{3}{4} \cdot x + c$, звідки координати

точок $K(0; c)$, $N(\frac{4}{3}c; 0)$ і довжина $KN = \frac{5}{3} \cdot c$. Запишемо рівняння паралельних прямих

BC : $3x + 4y - 24 = 0$; KN : $3x + 4y - 4c = 0$ у нормальному вигляді: $\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{24}{5} = 0$;

$\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{4c}{5} = 0$, тоді відстань між паралельними прямими є $\frac{24}{5} - \frac{4c}{5}$. Площа

прямокутника $S = NL \cdot KN = \left(\frac{24 - 4c}{5}\right) \cdot \frac{5}{3}c \rightarrow \max$ при $c = 3$ набуває найбільшого значення

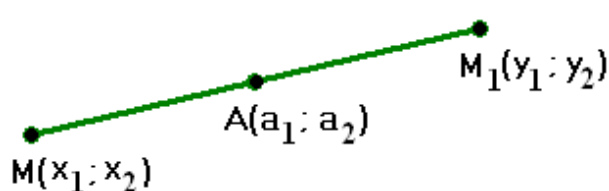
12.

Відповідь: задача має два розв'язки, максимальна площа дорівнює 12.

Наведемо приклад задачі на доведення, застосування методу координат для якої є надзвичайно корисним, не потребує значних обчислень та забезпечує швидкий результат.

Задача 3. На площині дано трикутник ABC і в його площині довільна точка M , яка двічі послідовно відображається відносно усіх вершин $\triangle ABC$. Довести, що після останнього кроку відображення отримана точка попаде в точку M .

Виберемо прямокутну систему координат, нехай координати точок $A(a_1; a_2)$,



$B(b_1; b_2)$, $C(c_1; c_2)$, $M(x_1; x_2)$. Позначимо через M_i точку, що утвориться після i -го відображення точки M . Так як точка A – середина відрізка MM_1 , то її координати пов'язані з координатами точок M і $M_1(y_1; y_2)$

відомим співвідношенням: $a_1 = \frac{x_1 + y_1}{2}$; $a_2 = \frac{x_2 + y_2}{2}$, звідки $y_1 = 2a_1 - x_1$, $y_2 = 2a_2 - x_2$. А

тоді матимемо: M_1 – симетрична до $M(x_1; x_2)$ відносно $A(a_1; a_2)$: $M_1(2a_1 - x_1; 2a_2 - x_2)$; обчисливши послідовно координати точок $M_1 - M_6$, отримаємо: $M_6(x_1; x_2) \equiv M(x_1; x_2)$.

Розв'язування конкурсних задач різними методами на уроках, гуртках та інших видах позакласних занять дозволяє учням накопичувати досвід у зіставленні, спостереженні, виявляти нескладні математичні закономірності, висловлювати гіпотези, які потребують доведень. Крім того, такі задачі допоможуть вчителю у вихованні таких моральних якостей особистості як працьовитість, завзятість у досягненні мети, наполегливість, старанність тощо.

Список використаних джерел:

1. Ізюмченко Л.В., Ріжняк Р.Я. Використання елементів системно-діяльнісного навчання у процесі інтенсивної математичної підготовки обдарованих учнів //Наукові записки. – Вип. 68.– Серія: Математичні науки.– Кіровоград, РВВ КДПУ ім.В. Винниченка, 2009.– С. 78-85.
2. 3000 конкурсных задач по математике /Куланин Е.Д., Норин В.П., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. – Москва, Айрис-пресс, 2003. – 624 с.

ПРО ГЛАДКІСТЬ ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНО СТІЙКОГО ІНВАРІАНТНОГО ТОРУ**Володимир Матвєєв****Науковий керівник — кандидат фізико-математичних наук, доцент Г. В. Завізіон**

Центральним об'єктом дослідження є інваріантний тороїдальний многовид динамічної системи в евклідовому просторі E^n . Якщо врахувати, що квазіперіодичні розв'язки динамічної системи в E^n “замітає” інваріантний тор цієї системи, то є очевидним зв'язок теорії інваріантних торів з теорією багаточастотних коливань: наявність таких торів є необхідною умовою існування багаточастотних коливань, що описуються квазіперіодичними розв'язками динамічних систем. Визначивши багаточастотні коливання як рух динамічної системи, що описується рекурентною траєкторією на інваріантному тороїдальному многовиді системи, ми перетворюємо інваріантний тороїдальний многовид в основний об'єкт математичної теорії багаточастотних коливань: наявність такого многовиду є достатньою для існування багаточастотних коливань системи. Тому дана тема є важливою і актуальною.

Основна увага в роботі приділяється дослідженню умов існування інваріантних тороїдальних многовидів лінійних систем в $E^n \times F_m$ та властивостям гладкості і стійкості цих многовидів.

Починаючи з 60-х років, в теорії коливань відбувся різкий поворот в сторону вивчення коливних процесів, що характеризуються “майже точними” їх повтореннями через “майже один і той самий” проміжок часу. Увага дослідників була прикута до квазіперіодичних коливань відповідних систем рівнянь, а найбільшим досягненням виявилось створення КАМ – теорії [2, 7, 11, 16] – теорія квазіперіодичних розв'язків “майже інтегровних” гамільтонових систем. Квазіперіодичні розв'язки “слабонелінійних” систем загального вигляду були вивчені Н. Н. Боголюбовим [4, 6]. Багато питань, пов'язаних з аналізом систем, що описують квазіперіодичні коливання, розкриті в роботах Ю. А. Митропольського [6, 9, 10] і А. М. Самойленка [13].

В. В. Нємицький [12] детально проаналізував питання про те, які рухи динамічної системи в E^n слід вважати коливальними, і зупинився на рекурентному русі. При такому визначенні мінімальна множина, що “замітається” траєкторіями рекурентних рухів, є основним об'єктом досліджень теорії автоколивань. На сьогодні, найбільш вивченими з мінімальних множин є множини, що “замітаються” траєкторіями квазіперіодичних рухів. Згідно з думкою А. А. Андропова і А. А. Вітта [1], можна вважати, що вже А. Пуанкаре знав, що вказана множина є тором. Та не зважаючи на цю важливу роль, до недавнього часу дослідження інваріантних торів динамічних систем в E^n велись фрагментарно. Перші глибокі твердження про інваріантні тороїдальні многовиди систем нелінійної механіки були отримані Н. Н. Боголюбовим і Н. М. Криловим [3, 8] в процесі обґрунтування асимптотичних методів нелінійної механіки. Пізніше, ідеї висунені в цих роботах, знайшли всесторонній розвиток в дослідженнях Ю. А. Митропольського [5, 10].

Початок нового напрямку у вказаній теорії поклали дослідження К. О. Фрідрікса [17]. Його теорія періодичних розв'язків додатних систем лінійних рівнянь в частинних похідних є досить оригінальною і своєрідною теорією існування інваріантних торів цих систем.

Дослідження Ю. Мозера і Р. Сакера [11] завершили цикл робіт по створенню теорії збурень інваріантних торів динамічних систем.

Поняття функції Гріна задачі про інваріантний тор лінійного розширення динамічної системи на торі, дало новий імпульс розвитку різноманітних аспектів даної теорії. Сталося, ніби, повернення до ідей метода інтегральних многовидів в теорії стійкості інваріантних торів систем нелінійної механіки, що привело до нових результатів в цій теорії [14, 15].

У моїй роботі продовжується дослідження умов існування і властивостей інваріантного тора з використанням функції Гріна. Проаналізовано і досліджено онтологію досліджень інваріантних торів у сучасній математиці. Зібрано і систематизовано матеріал по даному питанню, що накопичився за останні шістдесят років.

Список використаних джерел:

1. Андронов А. А., Витт А. А. О квазипериодических движениях // Собрание трудов А. А. Андронova. – М.: Изд-во АН СССР, 1956. – С. 47-50.
2. Арнольд В. И. Математические методы классической механики. – М.: Наука, 1974. – 431 с.
3. Боголюбов Н.Н. О некоторых статистических методах в математической физике. – Киев: Изд-во АН УССР, 1945. – 137 с.
4. Боголюбов Н. Н. О квазипериодических решениях в задачах нелинейной механики // Труды первой летней математической школы. – Киев: Наукова думка, 1969. – 647 с.
5. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Метод интегральных многообразий в нелинейной механике // Труды Международного симпозиума по нелинейным колебаниям. Т. 1: Аналитические методы. – Киев: ИМ АН УССР, 1963. – С. 93-154.
6. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А., Самойленко А.М. Метод ускоренной сходимости в нелинейной механике. – Киев: Наукова думка, 1969. – 248 с.
7. Колмогоров А. Н. О сохранении условно периодических движений при малом изменении функции Гамильтона // ДАН СССР. – 1954. – 98, №4. – С. 527-530.
8. Крылов Н. М., Боголюбов Н. Н. Новые методы нелинейной механики. – М. –Л.: ОНТИ, 1934. – 363 с.
9. Митропольский Ю. А. Нестационарные процессы в нелинейных колебательных системах. – Киев: Изд-во АН УССР, 1955. – 280 с.
10. Митропольский Ю. А., Самойленко А. М. До питання про структуру траєкторій на тороїдальних многовидах // Доп. АН УРСР. Сер. А. – 1964 – №8. С. 984 – 985.
11. Мозер Ю. Лекции о гамильтоновых системах. – М.: мир, 1973. – 164 с.
12. Немыцкий В. В. Колебания в автономных системах // Пятая летняя мат. школа. – Киев: Наукова думка, 1968. – С. 436-472.
13. Самойленко А. М. К вопросу о структуре траекторий на торе // Укр. мат. журн. – 1964. – 16, № 6. – С. 769-782.
14. Самойленко А. М., Парасюк И. О. О методике Галеркина в теории возмущения инвариантных торов // ДАН УССР. Сер. А. – 1977. – №2. – С. 112 – 115.
15. Самойленко А. М., Мальков В. А., Трофимчук С. И. Расщепление линейного расширения динамической системы на торе // ДАН УССР. Сер. А. – 1982. №11. – С. 19-22.
16. Moser J. A new technique for the construction of solution of non – linear differential equations // Proc. Nat. Acad. Sci. – 1961. – 47. №11 – P. 1824 – 1831.
17. Friedrichs K. O. Symmetric positive linear differential equations // Comm. Pure Appl. Math. — 1958. – 11, № 3. — P. 333-418.

ПЕДАГОГІЧНЕ ТЕСТУВАННЯ ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ

Ксенія Негода

Науковий керівник – кандидат педагогічних наук, доцент Л.І.Лутченко

Метою навчання у вищих навчальних закладах в умовах сьогодення є забезпечення професійного та особистісного розвитку спеціаліста, який здатен не тільки застосовувати отримані знання на практиці, а й спроможний здобувати нову інформацію та викорис-

товувати її у роботі, розвиватися та вдосконалюватися як фахівець, бути компетентним у своїй галузі. З метою підвищення якості навчання у вузах впроваджується ціла низка системних заходів, а саме: реалізація кредитно-модульної організації системи навчання, використання засобів інформаційно-комунікаційних технологій, вдосконалення системи оцінювання навчальних досягнень, зокрема використання тестування для педагогічного контролю навчальних досягнень студентів.

Тестування як форма контролю за рівнем навчальних досягнень є однією зі складових частин кредитно-модульної системи організації навчального процесу, до якої переходить вища школа України. Багаторічний досвід розвинених країн і навіть власний український чотирирічний досвід використання тестування для зовнішнього оцінювання навчальних досягнень школярів свідчить про те, що тестування є одним із надійних і об'єктивних інструментів оцінювання.

Використання педагогічних тестів дає змогу вирішити важливі завдання щодо управління навчально-виховним процесом у вищій школі: від коригування змісту освітніх стандартів і навчальних програм до вдосконалення методик викладання предметів та підвищення ефективності самостійної роботи студентів.

У педагогічній та психологічній літературі метод тестування відомий давно. Психологічні основи тестування було закладено у працях М.С. Берштейна, В.П. Беспалько, А. Анастасі, В.С. Аванесова, Я.С. Бродського, І.Є. Булах, С.Ю. Курганова, О.І. Ляшенко, А.Н. Майорова, О.С. Масалітіної та ін.

Розробкою тестів у нашій країні активно почали займатися в 90-х роках. Проте для викладання курсу математичної статистики таке питання мало вивчене. Недостатнє методичне забезпечення викладання вказаної дисципліни й обумовило вибір теми нашого дослідження "Педагогічне тестування під час вивчення математичної статистики".

Під час розробки педагогічних тестів для студентів фізико-математичного факультету спеціальності "Математика (статистика)" ми використовували трактування В.Аванесова й під педагогічними тестами розуміли сукупність взаємопов'язаних завдань зростаючої складності, які дають змогу надійно і валідно оцінити знання, навички та уміння студентів.

Класифікацію тестів можна здійснити за багатьма ознаками. За призначенням у педагогіці Л. Бурлачук і С.Морозов розрізняють такі види тестів: тести навчальних досягнень, тести готовності до навчання, тести інтелекту, психометричні тести, профорієнтаційні тести. Враховуючи мету нашої роботи, ми акцентуємо увагу на тестах досягнень, оскільки саме вони призначені для з'ясування рівня засвоєння знань, навичок та умінь у процесі навчання. Використовують їх на всіх етапах дидактичного процесу. Вони можуть забезпечити всі види контролю, облік успішності й академічних досягнень. Тести досягнень поділяються на тести дії, письмові та усні. У нашій практиці навчання студентів математичної статистики використовувалися письмові тести. Вони істотно допомогли в обробці великого обсягу матеріалу за короткий час, дали змогу встановити якісний рівень знань, навичок та умінь з предмета, об'єктивно їх оцінити.

Відповідно до навчальної програми ми склали систему тестових завдань. Під час складання тестів за основу брали такі положення:

- тести мають бути валідними щодо тих знань, які перевіряємо;
- тести повинні охоплювати ключові питання теми чи розділу;
- порядок тестів має визначатися логікою викладання матеріалу, його поступовим розширенням і ускладненням;
- завдання тестів повинні бути короткими, чіткими, зрозумілими.

Будуючи тести, ми розбили їх на дві частини: теоретичну і практичну. Кожна з частин характеризується тим, що на запитання або завдання пропонуються переважно чотири відповіді, з яких лише одна відповідає поставленій вимозі. Варіанти відповідей будували, враховуючи типові помилки студентів під час усних відповідей та розв'язуванні задач. Тести розроблені в двох варіантах.

Користуючись ключем правильних відповідей викладач за короткий час має змогу перевірити та оцінити роботу студента.

Для прикладу наведемо кілька тестових завдань для перевірки теоретичних знань:

1. Дискретним статистичним розподілом є:
 - а) елементи вибірки, розміщені в порядку зростання;
 - б) простий варіаційний ряд у якого відібрані усі різні значення і розміщені в порядку зростання;
 - в) відповідність між варіантами та їх частотами або відносними частотами, зображена у вигляді таблиці;
 - г) відповідність між проміжками, у яких знаходяться варіанти ознаки, та їх частотами або відносними частотами, зображена у вигляді таблиці.
2. Щоб побудувати гістограму частот, потрібно:
 - а) побудувати прямокутники, основами яких є частинні проміжки, а їх висотами – частоти;
 - б) побудувати прямокутники, основами яких є рівні проміжки, а їх висотами – частоти;
 - в) на осі ординат відкласти частинні проміжки, а на осі абсцис – частоти.
3. Емпіричною функцією розподілу випадкової величини називається:
 - а) функція $F^*(x)$, значення якої дорівнює ймовірності події випадкової величини меншої за будь-яке дійсне число x ;
 - б) функція $F^*(x)$, значення якої дорівнює відношенню обсягу вибірки до накопичених частот;
 - в) функція $F^*(x)$, значення якої дорівнює відношенню кількості елементів вибірки, не менших від x до обсягу вибірки;
 - г) функція $F^*(x)$, значення якої дорівнює відношенню кількості елементів вибірки, менших від x до обсягу вибірки.
4. Дисперсія – це
 - а) це алгебраїчна сума відхилень значень ознаки від середньої величини;
 - б) сума модулів усіх відхилень ознаки від середньої величини;
 - в) середній квадрат відхилень значень ознаки від середньої величини;
 - г) це відношення середнього квадратичного відхилення до середньої величини.
5. Мода – це
 - а) варіанта, яка ділить варіаційний ряд на дві рівні за обсягом частини;
 - б) варіанта, що в статистичному ряді зустрічається найчастіше;
 - в) відношення суми всіх результатів вимірів до обсягу вибірки;
 - г) відношення абсолютних характеристик варіації до середньої величини.

(Правильні відповіді до наведених тестів: 1-в, 2-а, 3-г, 4-в, 5-б).

Наведемо також приклад практичної частини тесту.

Для заданого статистичного розподілу вибірки потрібно виконати такі дії:

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n_i	1	2	6	4	7	7	8	6	3	4	2

1. Визначити частоту частинного інтервалу (2;5]:
 - а) 18;
 - б) 17;
 - в) 24;
 - г) 13.
2. Указати значення емпіричної функції розподілу на проміжку (6;7]:
 - а) 0,88;
 - б) 0,7;

- в) 0,82;
- г) 0,28.
- 3. Знайти вибіркове середнє:
 - а) 5,18;
 - б) 1,1;
 - в) 4,7;
 - г) 4,78.
- 4. Обчислити вибірккову дисперсію:
 - а) 32,11;
 - б) 32,4;
 - в) 32,94;
 - г) 6,11.
- 5. Знайти вибірккове середнє квадратичне відхилення:
 - а) 5,74;
 - б) 2,47;
 - в) 5,69;
 - г) 5,67.
- 6. Знайти моду:
 - а) 5;
 - б) 10;
 - в) 6;
 - г) 7.

(Правильні відповіді до наведених тестів: 1-а, 2-б, 3-а, 4-г, 5-б, 6-в).

Як показала практика, тести досягнень мають перевагу у порівнянні з іншими видами оцінювання, так як саме тестовий контроль надає викладачеві об'єктивну інформацію про рівень знань студентів, про прогалини в їхній підготовці, інколи вказує на причини цих прогалин.

Отже, створення і застосування тестового контролю знань студентів є необхідною умовою діяльності вищих педагогічних навчальних закладів. Тестовий контроль може використовуватись для актуалізації знань студентів, встановлення рівнів успішності академічних груп та окремих студентів, аналізу різних форм і методів навчання, підсумкового оцінювання. Необхідно поступово готувати студентів до такої форми контролю, який в умовах кредитно-модульної системи організації навчання вищих педагогічних навчальних закладів може стати основним для окремих дисциплін.

Список використаних джерел:

1. Аванесов В.С. Теоретические основы разработки заданий в текстовой форме. Пособие для профессорско-преподавательского состава высшей школы / В.С. Аванесов. – М.: МГТА, 1995. – 95 с.
2. Алексейчук І.С. Про технологію створення систем тестування. // Нові технології навчання. – 2000. – № 27. – С. 9-13.
3. Дуженков В.Д., Панасик Т.І. Деякі аспекти методики складання тестових завдань // Організація навчально-виховного процесу. – 2006. – № 8. – С. 104-109.

МІРИ ТА ЇХ ВЕКТОРНІ ЗНАЧЕННЯ

Яна Омельчук

Науковий керівник – кандидат фізико-математичних наук, доцент В.О.Романов

Стаття присвячена неперервним векторним мірам, їх застосуванням до квазіінваріантних, диференційовних та аналітичних мір, до згорткових операторів та до диференціальних рівнянь.

Актуальність обраної теми полягає в тому, що дослідження властивостей векторних мір важливі не тільки для виявлення структурно-логічних зв'язків усередині теорії диференційованості, але і для застосувань в задачах нескінченного аналізу, теорії наближень і в диференціальних рівняннях. Викладений матеріал може бути використаний як основа для спецкурсів (розрахованих на магістрантів та студентів старших курсів).

Основна проблема полягає в деталізації викладу теми, написанні роботи зрозумілою та доступною мовою для магістрантів, студентів старших курсів та викладачів, які цікавляться теорією міри та функціональним аналізом.

Робота корисна магістрантам, студентам старших курсів та викладачам, які цікавляться теорією міри та функціональним аналізом.

Дослідження векторних мір

У 1971 році в теоремі 1.1.1 роботи [1] С.В. Фоміна, О.Г. Смолянова і В.І. Авербуха було встановлено, що при диференціюванні скалярних мір по напіврефлексивному підпростору природним чином виникають векторні міри, а тому вже в рамках самої теорії диференціювання з'явилася необхідність дослідження диференціальних властивостей векторних мір.

В 1992 і 1995 роках В.О. Романовим досліджені граничні переходи щодо різних видів збіжності з нескінченно диференційовними і аналітичними векторними мірами. Такі граничні переходи представляють інтерес для завдань наближення інтегральних операторів.

У 2000 році А.В. Углановим отримані застосування диференційованих векторних мір до інтегровності по гладких поверхнях.

У 2002 році в роботі [2] В.О. Романовим доведено, що для векторних мір визначення варіаційної, напівваріаційної і поточної диференційовності попарно нееквівалентні.

У тому ж 2002 року В.О. Романовим доведені теореми про розв'язання задачі Коші для диференційовних векторних мір, з трьома видами збіжності в початковій умові – по варіації, відносно напівваріації і на системі вимірних множин.

У 2005 році в роботі [5] В.О. Романовим сформульовані теореми про згортки з диференційовними векторними мірами. Такі згортки корисні при побудові рішень диференціальних рівнянь.

Формула для повної напівваріації

Нехай X та Y – два банахових простори.

Означення 1. Під Y -значною мірою m в просторі X розуміємо функцію множини, яка визначена на всіх борелевських множинах простору X , приймає значення в просторі Y та має властивість зчисленної адитивності, тобто для кожної послідовності неперерізних борелевських множин $A_n \subset X$ виконується рівність $m(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n) = \sum_{n=1}^{\infty} m(A_n)$, де послідовність частинних сум збігається за нормою простору Y .

Означення 2. Значенням варіації векторної міри m на борелевській множині A називається число, яке позначається через $\mathcal{V}(\mu)(A)$ і яке дорівнює верхній грані сум $\sum_n \|m(A_n)\|$, причому верхня грань береться за всіма скінченними системами неперерізних борелевських підмножин A множини A .

Означення 3. Значенням *напівваріації* векторної міри m на борелівській множині A називається число, яке позначається через $\|m\|(A)$ і яке дорівнює верхній грані величин $\left\| \sum_n \alpha_n m(A_n) \right\|$, причому верхня грань береться за всіма скінченними системами неперерізних борелівських підмножин A_n множини A та за всіма наборами скалярів α_n , модуль яких не перевищує 1.

Означення 4. Значення варіації та напівваріації на усьому просторі X називається *повною варіацією* та *повною напівваріацією* і позначається відповідно через $\text{Var } m$ та $\|m\|$.

Далі вважаємо, що $\text{Var } m < \infty$. Нехай $h \in X$.

Означення 5. Векторна міра m називається *варіаційно неперервною* за напрямом h , якщо $\lim_{t \rightarrow 0} \text{Var}(m_{th} - m) = 0$.

Означення 6. Векторна міра m називається *напівваріаційно неперервною* за напрямом h , якщо $\lim_{t \rightarrow 0} \|m_{th} - m\| = 0$.

Означення 7. Векторна міра m називається *поточково неперервною* за напрямом h , якщо для кожної борелівської множини A $\lim_{t \rightarrow 0} (m_{th} - m)(A) = 0$.

Векторну міру називаємо *H – неперервною* (де $H \subset X$ – лінійний підпростір), якщо вона є неперервною за кожним напрямом $h \in H$.

Теорема 1 [3, с.310]. Нехай m – векторна міра в банаховому просторі. Тоді $\|m\| = \sup \|m(A) - m(B)\|$, де верхня грань береться за всіма парами неперерізних борелівських множин A та B .

Доведення. Розглянемо рівність $\|m\| = \sup_{\{E_n\}} \left(\sup_{|\alpha_n| \leq 1} \left\| \sum_n \alpha_n m(E_n) \right\| \right)$, де зовнішня верхня грань береться за всіма системами із скінченної кількості неперерізних вимірних множин, а внутрішня – за всіма наборами скалярів α_n , модуль яких не перевищує 1. Вираз під знаком норми є лінійним відносно скалярів, а тому досягає свого екстремуму в одній з вершин відповідного скінченновимірного куба. Тому можна вважати, що $|\alpha_n| = 1$. Далі розіб'ємо доданки $\alpha_n m(E_n)$ на дві частини: на доданки, для яких $\alpha_n = 1$, та на доданки, для яких $\alpha_n = -1$. Тоді вираз під знаком норми можна записати у вигляді $m(A) - m(B)$, де множина A є об'єднанням тих множин E_n , для яких $\alpha_n = 1$, а множина B є об'єднанням решти множин E_n . Теорема доведена.

Границі неперервних векторних мір

Теорема 2. [7, с.106]. Нехай H – лінійний підпростір банахова простору X . Виконуються наступні твердження:

- 1) якщо векторна міра m є варіаційною границею послідовності варіаційно H -неперервних векторних мір, то вона теж варіаційно H -неперервна;
- 2) якщо векторна міра є напівваріаційною *границею* послідовності напівваріаційно H -неперервних векторних мір, то вона також напівваріаційно H -неперервна;
- 3) якщо векторна міра m є поточною границею послідовності поточною H -неперервних векторних мір m_n , то вона теж поточною H -неперервна.

Доведення. Перші два твердження доводяться так само, як і теорема 2 [4, с.7]. Залишається довести третє твердження. Для кожного функціоналу f із одиничної кулі спряженого до U простору (де U -простір значень міри m) послідовність H -неперервних скалярних мір $f m_n$ поточною прямує до скалярної міри $f m$. Тоді за теоремою 12 [4, с.12] скалярна міра $f m$ є H -неперервною, а тому залишається скористатись теоремою 50 [4, с.38]. Теорема доведена.

Інтегрування за неперервними мірами

Нехай X та Y – банахові простори, m – скалярна міра в просторі X , а f – інтегровна за Бохнером Y -значна функція на X .

Означення 8. Добутком fm Y -значної функції f та скалярної міри m називається Y -значна міра, значення якої на кожній борелевській множині B простору X задається формулою $(fm) = \int_B f(x) dm(x)$.

Приклад 1. [6, с.514]. Нехай H -лінійний підпростір сепарабельного банахова простору X . Тоді добуток H -неперервної скалярної міри m на m -інтегровну за Бохнером Y -значну функцію $f \in$ варіаційно H -неперервним.

Доведення.

- 1) Спочатку розглянемо випадок, коли функція f приймає сталі значення y на борелевській множині A , а в усіх інших точках дорівнює нулю. Тоді варіаційна H -неперервність добутку впливає із нерівностей

$$\text{Var}((fm)_{th} - fm) \leq \text{Var}(f_{th}(m_{th} - m)) + \text{Var}((f_{th} - f)m) \leq \|y\|(\text{Var}(m_{th} - m) + \mathcal{G}(m)A_{th}\Delta A))$$

, де $h \in H$.

- 2) Якщо функція $f \in$ простою функцією із скінченною кількістю значень, то її добуток на міру $m \in$ сумою кількох доданків розглянутого виду, а тому теж $\in$ варіаційно H -неперервним.
- 3) Нарешті, для довільної інтегрованої за Бохнером функції f існує рівномірно збіжна до неї послідовність простих функцій f_n із скінченною кількістю значень. Тоді $\lim_{n \rightarrow \infty} \text{Var}(f_n m - fm) = 0$, а тому за теоремою 51 [4, с.38] добуток fm теж $\in$ варіаційно H -неперервним.

Базис диференціала векторної міри

Теорема 3. [2, с.530]. Нехай m – Y -значна поточно диференційовна за напрямом h міра. Тоді її диференціал $d_h m$ $\in$ абсолютно неперервним відносно варіації $v(m)$.

Доведення. Для кожного функціоналу φ із одиничної кулі спряженого до Y простору скалярна міра φm $\in$ диференційовною за напрямом h , а тому, згідно з [1, с.152], її диференціал $d_h(\varphi m) = \varphi(d_h m)$ $\in$ абсолютно неперервним відносно $v(\varphi m)$, а тому і відносно $v(m)$. Звідси випливає, що диференціал самої векторної міри m також $\in$ абсолютно неперервним відносно $v(m)$. Теорема доведена.

Наслідок 1. Якщо Y має властивість Радона-Нікодима, то диференціал $d_h m \in$ добутком деякої Y -значної інтегрованої за Бохнером функції на $v(m)$, а тому $v(m) \in$ базисом для $d_h m$.

Висновки

Розглянуто векторні міри, їх неперервність та диференційованість, деякі властивості та нерівності векторних мір.

Отримані базис диференціала векторної міри, а також розглянуто інтегрування за неперервними векторними мірами.

Список використаних джерел:

1. Авербух В.И., Смолянов О.Г., Фомин С.В. Обобщенные функции и дифференциальные уравнения в линейных пространствах. Дифференцируемые меры // Труды московского математического общества. – 1971. – Т.24. – С. 133-174.
2. Романов В.А. О неэквивалентности различных определений дифференцируемости для векторных мер // Математические заметки. – 2002. – Т. 72, №4. – С.528-534.
3. Романов В.А. О неэквивалентности трех определений непрерывных направлений для векторных мер // Математические заметки. – 1995. – Т. 57, №2. – С.310-312.
4. Романов В.О. Неперервні міри. – Кіровоград: РВВ КДПУ, 2004. – 64 с.
5. Романов В.А. Свертки с дифференцируемыми мерами // Математика, економіка, інформатика: актуальні проблеми та методика викладання: Матеріали обласної наук.-практ. конференції (10-12 березня 2005 р.) – Кіровоград, 2005. – С. 23-25.

6. Романов В. А. Векторные меры различных классов гладкости и их пределы // Український математичний журнал – 1995. – Т. 47, №4. – С.512-514.
7. Романов В.О. Напрями неперервності та границі векторних мір// Наукові записки Кіровоградського державного педагогічного інституту. – 1995. – Випуск 10. – С.104-108.

ЛЕБЕГІВСЬКЕ ПРОДОВЖЕННЯ МІРИ

Інна Потапова

Науковий керівник – кандидат фізико-математичних наук, доцент В.О.Романов

Фундаментальна підготовка майбутніх учителів математики відбувається в процесі вивчення вищої математики, окремі курси якої охоплюють основні галузі сучасної математики. Теорія міри та інтегрування є важливим розділом загальної теорії математичних функцій, що бере початок з робіт А. Лебега (1906) з теорії інтеграла та знаходить місце і в працях сучасних вчених.. Наприклад, Толстов Георгій Павлович, інженер-полковник, доктор фізико-математичних наук, професор, великий фахівець в галузі теорії функцій, заслужений діяч науки РРФСР багато років приділив вивченню міри та інтеграла і свої наукові досягнення виклав у книзі “Міра та інтеграл” [4].

Викладаючи вищу математику в педагогічному університеті, бажано представляти її, особливо першокурсникам, в науковому, історичному і культурному аспектах.

Розділ “Міра” займається вивченням природи основних операцій математичного аналізу.

Дана тема актуальна в наш час, тому що міра Лебега широко застосовується у функціональному аналізі, теорії ймовірностей та теорії випадкових процесів, теорії масового обслуговування, в теоретичній фізиці, квантовій механіці, квантовій теорії поля та ін.[1].

Наведемо деякі з найголовніших означень та теорем до теми “Лебегівське продовження міри”. Вони є досить складними, тому що студенти вперше зустрічають такі поняття як абсолютно збіжні числові ряди, сигма-кільця, які самі по собі не є простими. Тому за мету ми ставимо підібрати такі приклади, які б найкраще дозволяли розкрити дану тему на відносно доступному рівні для певної категорії читачів, а саме студентам 2-3 курсів.

Означення 1. Мірою інтервала називається його довжина. Міру відрізка, а також міру напіввідрізка теж задамо як його довжину [3].

Означення 2. Мірою відкритої обмеженої множини G на прямій називається число, яке позначається через $m(G)$ і яке дорівнює сумі ряду, доданками якого є довжини неперерізних інтервалів, що є компонентами множини G .

Означення 3. Якщо F – обмежена замкнена множина на прямій, причому F є доповненням відкритої множини G до деякого відрізка S , то мірою множини F називається число, яке позначається через $m(F)$ і яке дорівнює різниці мір множин S та G .

Теорема 1. Міра m на системі всіх відкритих множин прямої має властивість зчисленної адитивності, тобто якщо відкрита обмежена множина G є об'єднанням зчисленної

сім'ї неперерізних відкритих множин G_n , то
$$m(G) = \sum_{n=1}^{\infty} m(G_n).$$

Означення 4. Функція m з числовими значеннями, яка визначена на системі P деяких підмножин множини X , називається **мірою** (на системі P), якщо вона має властивість зчисленної адитивності, тобто якщо для кожної множини A системи P , яка є об'єднанням зчисленної сім'ї неперерізних множин A_n системи P , виконується рівність
$$m(A) = \sum_{n=1}^{\infty} m(A_n).$$

Нехай P – деяке півкільце підмножин множини X , m – міра з невід'ємними значеннями на цьому півкільці.

Означення 5. Множина називається **елементарною**, якщо вона належить кільцю, яке породжується півкільцем P .

Означення 6. Множина називається *обмеженою*, якщо вона є підмножиною деякої множини півкільця P .

Означення 7. *Зовнішньою мірою*, яка породжується мірою m , називається функція множини, значення якої на кожній обмеженій множині B позначається через $\mu^*(B)$ і задається як нижня грань сум $\sum_n m(P_n)$, яка береться за всіма покриттями множини B скінченними або зчисленими системами множин P_n півкільця P .

Означення 8. Обмежена множина B називається *вимірною (за Лебегом)*, якщо для кожного $\varepsilon > 0$ існує така елементарна множина A , що $\mu^*(B \Delta A) < \varepsilon$, де символ „ Δ ” означає симетричну різницю.

Означення 9. Функція множини μ^* , яка розглядається лише на вимірних множинах, називається *мірою Лебега* і позначається через μ .

Зрозуміло, що система вимірних множин включає в себе підкільце P і що на підкільці P міра μ співпадає з мірою m .

Теорема 2. На системі вимірних множин міра Лебега має властивість зчисленної адитивності, тобто для кожної зчисленної сім'ї неперерізних вимірних множин B_n , об'єднання яких є обмеженою множиною, є вірною рівність $\mu(\bigcup_{n=1}^{\infty} B_n) = \sum_{n=1}^{\infty} \mu(B_n)$.

Доведення. 1) Нехай ε – додатне число. Наблизимо з точністю до $\frac{\varepsilon}{2}$ (з точки зору симетричної різниці) множини B_1 та B_2 елементарними множинами A_1 та A_2 . Позначимо через A об'єднання цих елементарних множин. Тоді множина A теж є елементарною, причому вона наближає множину $B_1 \cup B_2$ з точністю до ε . Таким чином, з довільною точністю множину $B_1 \cup B_2$ можна наблизити елементарною множиною, а тому об'єднання двох вимірних множин теж є вимірною множиною. Зрозуміло, що це твердження є вірним для довільної скінченної кількості вимірних множин.

2) Оскільки $A_1 \cap A_2 \subset (B_1 \Delta A_1) \cup (B_2 \Delta A_2)$, то $\mu(A_1 \cap A_2) < \varepsilon$. Тому з рівності $\mu(A_1) + \mu(A_2) = \mu(A) + \mu(A_1 \cap A_2)$ випливає, що $|\mu(A) - \mu(A_1) - \mu(A_2)| < \varepsilon$. Таким чином, $|\mu(B_1 \cup B_2) - \mu(B_1) - \mu(B_2)| \leq |\mu(B_1 \cup B_2) - \mu(A)| + |\mu(A) - \mu(A_1) - \mu(A_2)| + |\mu(A_1) + \mu(A_2) - \mu(B_1) - \mu(B_2)| < 3\varepsilon$.

3) Оскільки для кожного натурального числа p є вірним включення $\bigcup_{n=1}^p B_n \subset \bigcup_{n=1}^{\infty} B_n$, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \mu(B_n)$ є збіжним, а тому його залишок прямує до нуля. Таким чином, існує p , для якого $\sum_{n=p+1}^{\infty} \mu(B_n) < \varepsilon$. Оскільки об'єднання перших p множин B_n можна з точністю до ε наблизити деякою елементарною множиною, то з урахуванням останньої нерівності (про залишок ряду) одержуємо, що ця елементарна множина наближає об'єднання всіх множин B_n з точністю до 2ε . Оскільки додатне число ε можна взяти довільним, то множина $\bigcup_{n=1}^{\infty} B_n$ є вимірною.

4) Для кожного натурального числа p розглянемо рівність $\mu(\bigcup_{n=1}^{\infty} B_n) = \mu(\bigcup_{n=1}^p B_n) + \mu(\bigcup_{n=p+1}^{\infty} B_n)$. Перший доданок правої частини дорівнює $\sum_{n=1}^p \mu(B_n)$, а

другий доданок прямує до нуля, коли $p \rightarrow \infty$. Тому при переході до границі отримується властивість зчисленної адитивності. Теорема доведена.

Наведемо приклад де застосовується міра Лебега:

Чи є функція $f(x)$ сумовною на відрізку $[0,1]$, якщо

$$f(x) = \begin{cases} 0, \text{ коли } x = 0 \\ (-1)^n * n, \text{ коли } x \in [2^{-n}, 2^{1-n}]; (n \in \mathbb{N}) \end{cases}$$

Розв'язання:

$$y_n = n * (-1)^n; \quad A_n = [2^{-n}, 2^{1-n}]$$

Перевіримо, чи є збіжним абсолютно ряд $\sum_{n=1}^{\infty} y_n * \mu(A_n)$, або, чи є збіжним ряд виду

$\sum_{n=1}^{\infty} |y_n| \mu(A_n)$. Зрозумілим є те, що $|y_n| = n$, а міра $\mu(A_n)$ рівна довжині відрізка, тобто

$\mu(A_n) = (2^{1-n} - 2^{-n})$. Складемо суму ряду $\sum_{n=1}^{\infty} n * (2^{1-n} - 2^{-n})$. В свою чергу, сума ряду рівна

$$\sum_{n=1}^{\infty} n * (2^{1-n} - 2^{-n}) = \sum_{n=1}^{\infty} n * (2 - 1) * 2^{-n} = \sum_{n=1}^{\infty} n * 2^{-n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$$

Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ – додатний. Перевіримо цей ряд на збіжність: $a_n = \frac{n}{2^n}$; $a_{n+1} = \frac{n+1}{2^{n+1}}$.

Їх відношення $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2} * \frac{n+1}{n}$. За даною ознакою, якщо границя цього відношення

менша одиниці, то ряд збіжний, якщо більша – розбіжний. Як ми бачимо, границя відношення рівна $\frac{1}{2}$, а отже, менша одиниці. Тому, можна стверджувати, що наш ряд є збіжним.

Отже, наша проста функція є сумовною.

Також можна обчислити Лебегову міру множини всіх точок квадрата $[0;1]$ на $[0;1]$, які мають хоча б одну раціональну координату, або сума координат яких є раціональним числом.

Багато розділів із теми “Міра та інтеграл Лебега” вже розглянуто мною на даний момент, де одним із головних є “Лебегівське продовження міри”. Також підібрано ряд прикладів з яких доречно було б починати вивчення теми і приклади на закріплення основних понять. Що стосується подальших досліджень, заплановано більш широко розглянути інтеграл Лебега, його властивості та граничні теореми з відповідно підібраними прикладами.

Список використаних джерел:

1. Баскаков А.Г. О теории меры и интеграле // Соросовский образовательный журнал. – 1998. – №5. – С.118-121.
2. Бутузов В.Ф. Математический анализ в вопросах и задачах. – М.:Физматлит. - 2001 – 480 с.
3. Романов В.А. Функціональний аналіз. – Кіровоград: РВЦ КДПУ. – 2003. – 40 с.
4. Толстов Г.П. Мера и интеграл – М.:Наука, 1976. – 392 с.

ЗАСТОСУВАННЯ ФУНКЦІЇ БЕЗ'Є ДО ПОБУДОВИ ПОВЕРХОНЬ

Валерій Прядун

Науковий керівник - доктор фізико-математичних наук, професор Ю.І.Волков

Актуальність обраної теми полягає в тому, що дослідження властивостей функцій Без'є, а також їх узагальнення, дає змогу наближати поверхні поверхнями Без'є з більшою точністю та з меншим використанням комп'ютерних ресурсів.

Робота може бути корисна магістрантам, студентам старших курсів та викладачам, які цікавляться як самими функціями Без'є, так і їх застосуванням для побудови поверхонь.

Означення 1. Нехай f_i^n , $i = 0, 1, \dots, n$ довільна числова послідовність. Функцією Без'є цієї послідовності називають многочлен $p(u) = \sum_{i=0}^n f_i^n B_i^n(u)$, $0 \leq u \leq 1$, де $B_i^n(u)$ - базисні многочлени Бернштейна, що визначаються так: $B_i^n(u) = C_n^i u^i (1-u)^{n-i}$, де $0 \leq u \leq 1$, $i = 0, 1, \dots, n$. Якщо $f_i^n = f\left(\frac{i}{n}\right)$, де f - довільна функція, визначена на відрізку $[0;1]$, то функцію Без'є називають *многочленом Бернштейна* функції f [1].

Розглянемо деякі **властивості** базисних многочленів Бернштейна [3]:

1. $\sum_{i=0}^n B_i^n(u) \equiv 1$. Доведення:

$$1 = (u + (1-u))^n = \sum_{i=0}^n C_n^i u^i (1-u)^{n-i} = \sum_{i=0}^n B_i^n(u).$$

2. $B_i^n(u) \geq 0$, $\forall u \in [0;1]$. Ця властивість є очевидною. Також можна довести, що

$$\min_{0 \leq i \leq n} f_i^n \leq p(u) \leq \max_{0 \leq i \leq n} f_i^n.$$

3. Існує рекурентна формула для обчислення многочленів:

$$B_i^n(u) = (1-u)B_i^{n-1}(u) + uB_{i-1}^{n-1}(u), \quad 0 \leq u \leq 1,$$

$$B_i^n(u) = 0 \quad \forall i < 0, \forall i > n$$

Доведення:

$$(1-u)B_i^{n-1}(u) + uB_{i-1}^{n-1}(u) = C_{n-1}^i u^i (1-u)^{n-1-i+1} + C_{n-1}^{i-1} u^{i-1+1} (1-u)^{n-1-i} =$$

$$(C_{n-1}^i + C_{n-1}^{i-1}) u^i (1-u)^{n-i} = C_n^i u^i (1-u)^{n-i} = B_i^n(u).$$

4. $\max B_i^n(u) = B_i^n\left(\frac{i}{n}\right)$. Для доведення знайдемо спочатку похідну:

$$\frac{d}{du} B_i^n(u) = \frac{d}{du} C_n^i u^i (1-u)^{n-i} =$$

$$= \frac{i \cdot n!}{i!(n-i)!} u^{i-1} (1-u)^{n-i} - \frac{(n-i) \cdot n!}{i!(n-i)!} u^i (1-u)^{n-i-1} =$$

$$= \frac{n \cdot (n-1)!}{(i-1)!(n-i)!} u^{i-1} (1-u)^{n-i} - \frac{n \cdot (n-1)!}{i!(n-i-1)!} u^i (1-u)^{n-i-1} =$$

$$= n(B_{i-1}^{n-1}(u) - B_i^{n-1}(u)).$$

Тепер, якщо прирівняти її до нуля та знайти корені, то отримаємо, що $u_1 = 0, u_2 = 1, u_3 = \frac{i}{n}$. Неважко перевірити, що в перших двох точках будемо мати мінімум, а в третій - максимум.

Наведені властивості при реалізації алгоритму побудови поверхонь Без'є на комп'ютері дозволяють суттєво оптимізувати цей алгоритм, що дає можливість будувати поверхні порядку більше 3×3 .

Поверхнею Без'є порядку $n \times m$ називається параметрична функція, задана рівняннями:

$$\begin{cases} x(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m X_{i,j} B_i^n(u) B_j^m(v), \\ y(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m Y_{i,j} B_i^n(u) B_j^m(v), & 0 < u < 1, \\ z(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m Z_{i,j} B_i^n(u) B_j^m(v), & 0 < v < 1. \end{cases}$$

де (X_i, Y_i, Z_i) координати $(n+1)$ -ї контрольної точки.

У роботі [2] розглянуто узагальнені функції Без'є.

Означення 2. Позначатимемо: через $\{y\}$ (або просто y) числову послідовність $\{y_0, \dots, y_{2n}\}$;

$$b = b(x, a) = \left(1 - \frac{2a(1-x)}{a + \sqrt{1 + (a^2 - 1)(2x - 1)^2}} \right), 0 \leq x \leq 1, a > 0;$$

$$C(n, k, a) = \frac{1}{k!} \frac{d^k}{dx^k} (1 + 2az + z^2)^n \Big|_{z=0} = \sum_{i+2j=k} \frac{n!(2a)^j}{i!(n-i-j)!}, k = 0, 1, \dots, 2n.$$

Тоді функції, задані наступним чином:

$$B_n(y, x, a) = \sum_{k=0}^n y_k C(n, k, a) b(x, a)^{k/2} b(1-x, a)^{n-k/2},$$

називають *узагальненими функціями Без'є*. Такі функції дають значно краще наближення, якщо їх застосовувати для побудови поверхонь Без'є.

Нами розроблено програму "Bezier Surface", що дозволяє будувати поверхні Без'є порядку 2×2 , 3×3 та 4×4 за заданими контрольними точками (Рис. 1).

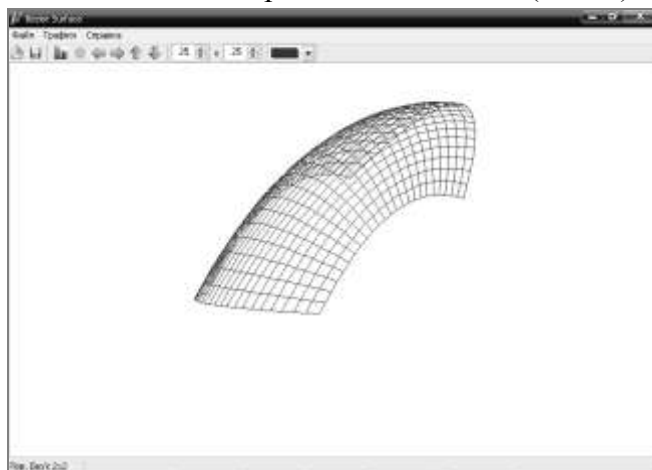


Рис. 1.

Програма дозволяє не лише побудувати поверхню, а й виконати над нею найпростіші перетворення, такі як повороти навколо координатних, масштабування зображення поверхні (тобто зменшення чи збільшення) та інші.

Далі планується таке:

- реалізувати побудову поверхонь Без'є за допомогою узагальнених функцій Без'є. Це дасть змогу отримувати значно кращі наближення для заданих поверхонь.
- зробити інтерфейс багатовіконним (MDI-стиль) як у MS Office 2000, Adobe Photoshop та ін. Це дасть змогу у зручному режимі порівнювати одні й ті ж поверхні, побудовані за допомогою звичайних та узагальнених функцій Без'є.
- додати можливість виконувати прості перетворення над поверхнями за допомогою миші, що дозволить значно полегшити роботу з програмою.

Список використаних джерел:

1. Бернштейн С.Н. Конструктивная теория функций. Т1 – М: АН СССР, 1952. – 582 с.
2. Волков Ю.І. Узагальнена генератриса Без'є// Наукові записки. Серія: математичні науки – 2008. – Випуск 67. – С. 133-174.
3. Денискин Ю.И. Особенности аппроксимации обводов параметрическими полиномами в форме Бернштейна // Прикладная геометрия. – 2000. – Т.2, №2.

ФУНКЦІОНАЛЬНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РІВНЯНЬ

Ірина Сенчіна, Людмила Ізюмченко

Сьогодні особливої актуальності набуває проблема формування самостійності мислення, спроможності отримувати, аналізувати інформацію, використовувати її в нових умовах і приймати адекватні рішення. Тому актуальною є увага до нестандартних рівнянь, пошук розв'язання яких є важливою складовою на шляху розвитку творчих здібностей особистості. Дана стаття присвячена дослідженню способів розв'язування складних рівнянь із використанням властивостей функцій, що входять до цих рівнянь. Задачі такого типу часто зустрічаються на конкурсах, олімпіадах різних рівнів, вступних іспитах, проте є складними для учнів та вчителів.

При розв'язуванні рівнянь, як правило, дослідження області визначення рівняння значно затягує процес розв'язування і приводить до значної втрати часу: часто легше розв'язати рівняння і потім відкинути сторонні корені, виконавши перевірку. Проте іноді до розв'язання не приходиться вдаватися, оскільки область визначення рівняння містить скінченне (невелике) число елементів. Проілюструємо це на прикладах.

Задача 1. Розв'язати рівняння $\sqrt{x^2 + x - 6} - \sqrt{2x - x^2} = x^2 - 5x + 6$.

Розв'язання. Область визначення рівняння, що задається системою нерівностей
$$\begin{cases} x^2 + x - 6 \geq 0 \\ 2x - x^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)(x+3) \geq 0 \\ x(2-x) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -3] \cup [2; \infty) \\ x \in [0; 2] \end{cases},$$
 складається з однієї точки $x = 2$.

Перевіркою встановлюємо, що $x = 2$ є коренем даного рівняння.

Задача 2. Розв'язати рівняння $(\sqrt{x^2 - 4x + 3} + 1) \cdot \log_5 \frac{x}{5} + \frac{1}{x} \cdot (\sqrt{8x - 2x^2} - 6 + 1) = 0$ [1].

Розв'язання. Область визначення рівняння $x \in \{1; 3\}$. Перевіркою встановлюємо, що лише $x = 1$ є коренем даного рівняння.

При розв'язуванні деяких задач ефективним виявляється дослідження множини значень функцій, що входять до лівої та правої частин рівняння.

Задача 3. Розв'язати рівняння $\cos^2(x \cdot \sin x) = 1 + \log_7^4 \sqrt{x^2 + x + 1}$.

Розв'язання. Множиною значень лівої частини рівняння є відрізок $[0;1]$, а множиною значень правої – проміжок $[1, \infty)$. А тому дане рівняння рівносильне системі двох рівнянь з

однією невідомою: $\begin{cases} \cos^2(x \cdot \sin x) = 1 \\ 1 + \log_7 \sqrt{x^2 + x + 1} = 1 \end{cases}$. З другого рівняння маємо $\sqrt{x^2 + x + 1} = 1$, звідки

$x=0$ або $x=-1$. Перевіркою встановлюємо, що лише $x=0$ задовольняє також і перше рівняння. Отже, $x=0$ – єдиний корінь рівняння.

Цей самий прийом є дієвим при розв'язуванні деяких нерівностей.

Задача 4. Розв'язати нерівність $|x| + |x+1| \leq \cos x$.

Розв'язання. Множиною значень правої частини нерівності є відрізок $[-1;1]$, а лівої – проміжок $[1, \infty)$. А тому нерівність рівносильна системі рівнянь $\begin{cases} |x| + |x+1| = 1 \\ \cos x = 1 \end{cases}$. Розв'язком

першого рівняння є відрізок $[-1;0]$, другого – множина $2\pi k, k \in \mathbb{Z}$. Обидва рівняння задовольняє $x=0$ – єдиний корінь рівняння.

Задача 5. Знайти всі пари дійсних чисел (x, y) , для яких $15\sin x + 8\cos x = 3y^2 + 6y + 20$.

Розглянемо праву частину $3y^2 + 6y + 20 = 3(y+1)^2 + 17 \geq 17$.

Дослідимо ліву частину, скористаємося нерівністю Коші-Буняковського: $f(x) = (15; 8) \cdot (\sin x; \cos x) \leq \sqrt{15^2 + 8^2} \cdot \sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x} = 17$. А тоді рівняння рівносильне системі $\begin{cases} 15\sin x + 8\cos x = 17 \\ 3y^2 + 6y + 20 = 17 \end{cases}$. У першому рівнянні знак рівності досягається за умов

співнаправленості векторів: $\frac{\sin x}{15} = \frac{\cos x}{8} > 0 \Rightarrow \operatorname{tg} x = \frac{15}{8}$ (I чверть), звідки

$x = \operatorname{arctg} \frac{15}{8} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$. Друге рівняння рівносильне до $3(y+1)^2 = 0 \Leftrightarrow y = -1$.

А тоді усі пари описуються: $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} \frac{15}{8} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}, \\ y = -1. \end{cases}$

Для розв'язування і дослідження рівнянь використовуються різні властивості функцій, що входять до рівнянь, такі як неперервність, монотонність, обмеженість, існування найбільшого і найменшого значень тощо, а також графіки функцій.

Задача 6. Розв'язати рівняння $3^x + 4^x = 5^x$.

Розв'язання. Нескладно помітити, що $x=2$ є коренем даного рівняння. Доведемо, що рівняння не має інших коренів. Поділивши обидві частини на 5^x , одержимо рівносильне

рівняння $\left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x = 1$. Функція $f(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^x + \left(\frac{4}{5}\right)^x$ – спадна, як сума двох спадних

функцій $y = \left(\frac{3}{5}\right)^x$ і $y = \left(\frac{4}{5}\right)^x$. Тому пряма $y=1$ може перетнути графік функції $y = f(x)$ не

більше, ніж в одній точці. Отже, рівняння $f(x) = 1$ має не більше, ніж один корінь. Оскільки один корінь вже знайдено, то цим доведено, що інших коренів немає.

Задача 7. Розв'язати рівняння $3\sqrt{x^2-9} + 4\sqrt{x^2-16} + 5\sqrt{x^2-25} = \frac{120}{x}$ [1].

Розв'язання. Нескладно помітити, що $x = 5$ є коренем даного рівняння, крім того, ліва частина рівняння є невід'ємною, а тому і права має бути невід'ємною; з урахуванням області визначення рівняння, маємо, що $x \geq 5$. Ліва частина при $x \geq 5$ є зростаючою функцією, а права – спадною, тому вони можуть мати не більше однієї спільної точки, а тому $x = 5$ – єдиний корінь.

Задача 8. Розв'язати рівняння $\log_2 x = 2 - (x-1)^{4/3}$ [1].

Розв'язання аналогічне розв'язанню попередньої задачі: $x = 2$ – єдиний корінь рівняння.

Задача 9. Розв'язати рівняння $\log_3 \frac{x^2}{1-x^2} = \log_2 x$ [2].

Розв'язання. Область визначення рівняння $x \in (0;1)$. Нескладною перевіркою встановлюємо, що $x = \frac{1}{2}$ є коренем даного рівняння. Доведемо, що інших коренів немає.

Розглянемо функцію $f(x) = \log_3 \frac{x^2}{1-x^2} - \log_2 x$ та обчислимо її похідну:

$$f'(x) = \frac{1-x^2}{x^2 \cdot \ln 3} \cdot \frac{2x \cdot (1-x^2) - x^2 \cdot (-2x)}{(1-x^2)^2} - \frac{1}{x \cdot \ln 2} = \frac{2}{x(1-x^2) \cdot \ln 3} - \frac{1}{x \ln 2} = \frac{2 \ln 2 - (1-x^2) \cdot \ln 3}{x(1-x^2) \cdot \ln 3 \cdot \ln 2} =$$

$$= \frac{2 \ln 2 - \ln 3 + \ln 3 \cdot x^2}{x(1-x^2) \cdot \ln 3 \cdot \ln 2} = \frac{\ln \frac{4}{3} + \ln 3 \cdot x^2}{x(1-x^2) \cdot \ln 3 \cdot \ln 2} > 0 \text{ для усіх } x \in (0;1), \text{ функція } y = f(x) \text{ монотонно}$$

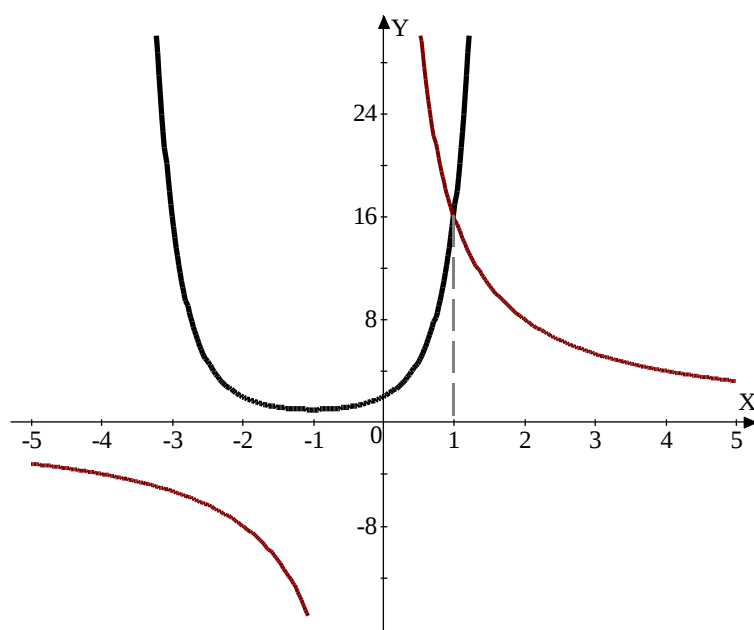
зростає, а тому має рівняння $f(x) = 0$ не більше одного кореня. Оскільки один корінь вже знайдено, то цим доведено, що інших коренів немає.

Наведемо приклад графічного дослідження рівнянь.

Задача 10. Розв'язати рівняння $x \cdot 2^{x^2+2x+3} = 64$ [1].

Розв'язання.

Нескладно помітити, що права частина рівняння є додатною, а тому і ліва має бути додатною, звідки $x > 0$. Перепишемо вихідне рівняння у вигляді $2^{(x+1)^2} = \frac{16}{x}$ і побудуємо графіки двох функцій $y = 2^{(x+1)^2}$ та $y = \frac{16}{x}$ (для графіка першої функції пряма $x = -1$ є віссю симетрії). Для усіх $x > 0$ одна з функцій є монотонно зростаючою, а інша – монотонно спадною, а тому $x = 1$ – єдиний корінь.



Проілюструємо на прикладі наступної задачі використання властивостей функції, що входить до рівняння, а саме парності.

Задача 11. Знайдіть усі значення параметра a , за яких рівняння $\left| \frac{x(2^x - 1)}{2^x + 1} + 2a \right| = a^2 + 1$ має непарне число розв'язків [3].

Розв'язання. Розглянемо функцію $f(x) = \left| \frac{x(2^x - 1)}{2^x + 1} + 2a \right|$. Дослідимо, чи є дана функція парною (непарною): 1) область визначення рівняння є проміжок, симетричний відносно 0;

2) $f(-x) = \left| \frac{-x \cdot (2^{-x} - 1)}{2^{-x} + 1} + 2a \right| = \left| \frac{-x \cdot \left(\frac{1}{2^x} - 1 \right)}{\frac{1}{2^x} + 1} + 2a \right| = \left| \frac{x(2^x - 1)}{2^x + 1} + 2a \right| = f(x)$, отже, функція є парною, а тому якщо деяке значення невідомої x є коренем функції, то і $(-x)$ також є коренем.

Непарне число розв'язків отримаємо, якщо $x = 0$ – буде коренем рівняння, а тоді при $x = 0$ маємо: $|0 + 2a| = a^2 + 1$, звідки $a^2 + 1 = \pm 2a$ або $(a \mp 1)^2 = 0$, звідки $a = \pm 1$.

Відповідь: при $a = \pm 1$ рівняння має непарне число розв'язків.

Розв'язування таких рівнянь допоможе вчителю при роботі з обдарованими дітьми у вихованні таких моральних якостей особистості як працьовитість, завзятість у досягненні мети, наполегливість, старанність тощо.

У роботі наведено задачі, які розглядалися на заняттях з учнями, слухачами секції «Математика» Кіровоградського територіального відділення Малої академії наук учнівської молоді.

Список використаних джерел:

1. Афанасьєва О.М., Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенко А.К. Алгебра і початки аналізу. 11 клас. – Тернопіль, Навч. книга. – Богдан, 2004. – 384 с.
2. Заочний тур олімпіади з математики механіко-математичного факультету в 2009 році [Електронний ресурс] <<http://www.mechmat.univ.kiev.ua/u/ru/node/14>>
3. 3000 конкурсных задач по математике /Куланин Е.Д., Норин В.П., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. – Москва, Айрис-пресс, 2003. – 624 с.

ПЕРЕВІРКА РЕЗУЛЬТАТІВ ВИВЧЕННЯ СТУДЕНТАМИ РОЗДІЛУ «ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ»

Олена Сергієнко

Науковий керівник – кандидат педагогічних наук, доцент Н.М. Войналович

“Вимірювання – права рука навчання.

Без вимірювання не може бути оцінювання.

Без оцінювання не може виникнути зворотний зв'язок з навчанням.

Без зворотнього зв'язку не має інформації про досягнуті результати.

Без інформації про досягнуті результати не може виникнути систематичного навчання.”

Дж. Парнелл, 1973

Для впровадження у шкільний курс математики нової змістової лінії “Елементи теорії множин. Комбінаторика”, передбаченої Державним стандартом загальної середньої освіти, необхідно вирішити проблему підготовки та перепідготовки вчителів з цієї тематики.

При цьому необхідно посилити професійно-педагогічну направленість математичних курсів, передбачивши проміжну, перехідну ланку від шкільного рівня до вузівського, який водночас залишався б елементарним і був більш глибоким ніж у школі.

В статті ми розглянемо один з аспектів вивчення елементів комбінаторики – контроль результатів навчання.

Контроль, чи перевірка, результатів навчання, є обов'язковим компонентом процесу навчання. Оцінювання – це, напевно, найбільш емоційно-навантажений елемент навчального процесу. Він має місце на всіх стадіях процесу навчання, але особливого значення набуває після вивчення певної теми чи розділу.

Методи контролю – сукупність методів, які дають можливість перевірити рівень засвоєння студентами знань, сформованості вмінь і навичок. Інструмент вимірювання — це категорія, яка визначає засіб за допомогою якого здійснюється вимірювання. Наприклад, при усному опитуванні та письмовій роботі інструментом вимірювання є білет або структуровані завдання; при тестуванні – це тест, складений з тестових завдань [3, с.352].

Пошук досконалих методів вимірювання рівня навчальних досягнень студентів на сучасному етапі розвитку інформаційних технологій набуває надзвичайної актуальності, оскільки об'єктивізація процесу вимірювання забезпечує зворотний зв'язок і дає можливість координувати розвиток. Отже, об'єктивні та точні методи вимірювання й оцінювання знань стають однією з рушійних сил наукового прогресу.

Використання тестів у навчальному процесі надійно увійшло у світову педагогічну практику, розвиваються уявлення про призначення та педагогічні можливості тестів, форми тестів, формати запитань, методи обробки результатів тестування та їх інтерпретації.

Отже, ми пропонуємо використати метод контролю – тестування, при цьому інструментом вимірювання є тест.

Тестування – це метод вимірювання певних властивостей особи за допомогою тесту

Тест – це інструмент, що складається з

- кваліметрично вивіреної системи тестових завдань,
- стандартизованої процедури проведення,
- заздалегідь спроектованої технології обробки і аналізу результатів,
- призначений для вимірювання якостей і властивостей особи, зміна яких можлива в процесі систематичного навчання [4].

Кваліметрія – область практичної та наукової діяльності, яка пов'язана з розробкою теоретичних основ і методів вимірювання та кількісної оцінки якості. Кваліметрія є складовою квалітології – науки про якість.

Перевага тестування в його об'єктивності, тобто незалежності перевірки і оцінки від викладача. Однак до тесту наука висуває високі вимоги, розглядаючи його як вимірювальний пристрій.

Характеристика завдань у тестовій формі:

- | | |
|--------------------------|--|
| • стислість; | • визначеність місця для відповіді; |
| • технологічність; | • однаковість правил оцінювання відповідей; |
| • визначеність мети; | • правильність розташування елементів завдання; |
| • логічна форма вислову; | • однаковість інструкції для всіх випробовуваних; |
| | • адекватність інструкції формі і змісту завдання. |

Форма тестових завдань – це спосіб організації, впорядкування та існування змісту тесту:

- завдання з вибором правильної відповіді (MCQ – Multiple Choice Question);
- завдання на встановлення послідовності (Arranging);
- завдання на встановлення відповідності (Correspondence);
- завдання з короткою відповіддю (Short Answer);
- завдання з розгорнутою формою відповіді (Essay);
- фасетні завдання [5].

При розробці тестів ми використали трирівневий підхід до визначення рівнів засвоєння початкового матеріалу. Згідно цього підходу виділяють такі рівні:

- 1) відтворення знань;
- 2) розуміння і застосування знань в знайомій ситуації;
- 3) застосування знань в змінених умовах чи незнайомій ситуації.

Для рівня відтворення знань ставлять такі вимоги до досягнень студентів (рівня підготовки): знати термінологію, специфічні факти (дати, події, імена людей і т.п.), категорії, критерії, методи, принципи, закони, теорії і т.д.

Інструкція: обвести номер правильної відповіді:

A1. Число комбінацій з n елементів по k елементів позначається символом:	
1) K_n^k	4) A_k^n
2) A_n^k	5) C_n^k
3) C_k^n	

Це завдання з вибором правильної відповіді (причому єдиної).

Інструкція: встановіть відповідність:

A2. Операції над множинами	Означення
1) Нехай $A \subset \Omega$. Доповненням $\bar{A}$ до множини A називається	а) називається множина $\Omega \setminus A$.
2) Об'єднанням $A \cup B$ множин A і B називається	б) множина тих і тільки тих елементів, які належать A і не належать B .
3) Різницею $A \setminus B$ множин A і B називається	в) множина всіх тих і тільки тих елементів, які належать принаймні одній з множин A або B .
4) Перетином $A \cap B$ множин A і B називається	г) множина всіх тих і тільки тих елементів, які належать як A так і B .
5) Симетричною різницею $A \circ B$ множин A і B називається	д) називається множина тих і тільки тих елементів, які належать A або B і не належать $A \cup B$.
	е) називається множина тих і тільки тих елементів, які належать A або B і не належать $A \cap B$.
	ж) множина тих і тільки тих елементів, які належать B і не належать A .
Відповідь: 1 __, 2 __, 3 __, 4 __, 5 __.	

Це завдання на встановлення відповідності.

Для рівня розуміння і застосування знань в знайомій ситуації ставлять такі вимоги до досягнень студентів (рівня підготовки): розуміти факти, закони, принципи, критерії, теорії; розуміти прочитаний текст; застосовувати знання до пояснення, порівняння, розв'язання якісних і кількісних задач; правильно використовувати методи, алгоритми, процедури, будувати графіки, діаграми, таблиці та ін.

Інструкція: обвести номер правильної відповіді:

B1. На прямій є 10 точок, а на паралельній прямій – 11 точок. Скільки існує трикутників з вершинами в цих точках?	
1) 1045	4) 550
2) 10	5) 1330
3) 11	

B2. В групі навчаються 24 студенти. З них 14 студентів знає англійську мову, 14 – німецьку і 7 – французьку. Англійську і французьку мови знають 3 студенти, англійську і німецьку – 7, німецьку і французьку – 4 студенти, а всі три мови – 1 студент. Скільки в групі студентів не знають ні англійську, ні німецьку, ні французьку мови?	
1) 10	4) 3
2) 2	5) 5
3) 23	

Обидва завдання з вибором єдиної правильної відповіді.

Для рівня застосування знань в змінених умовах чи незнайомій ситуації ставлять такі вимоги до досягнень студентів (рівня підготовки): інтегрувати знання з різних розділів для розв'язання різноманітних проблем, аналізувати, узагальнювати, оцінювати, конструювати, планувати діяльність, експеримент.

Інструкція: обвести номер правильної відповіді:

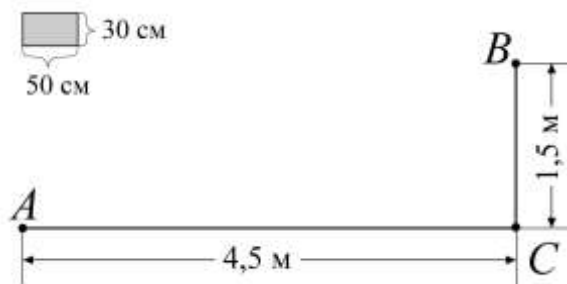
C1. Квадрат розділено на 16 рівних квадратів. Скількома способами можна розфарбувати їх в зелений, червоний, синій і білий кольори так, щоб в кожному вертикальному і горизонтальному рядку були всі чотири кольори?

- | | |
|--------|---------|
| 1) 16 | 4) 576 |
| 2) 560 | 5) 1024 |
| 3) 4 | |

Це завдання з вибором правильної відповіді (причому єдиної).

Інструкція: обвести номер правильної відповіді:

C2. Із плит висотою 30 см і довжиною 50 см будують сходи, що ведуть із точки А в точку В. Відстань АС – 4,5 м, а СВ – 1,5 м. Висота кожної сходинки 30 см, а ширина – ціле число, кратне 50. Скількома способами можна побудувати ці сходи?



- | | |
|----------|-------|
| 1) 126 | 4) 45 |
| 2) 15120 | 5) 50 |
| 3) 252 | |

Це завдання з вибором правильної відповіді (причому єдиної).

Наведені приклади входять до системи тестів, які розроблені для виявлення рівня навчальних досягнень студентів II курсу спеціальності «Математика» при вивченні розділу «Елементи комбінаторики» курсу «Дискретна математика».

Список використаних джерел:

1. Виленкин Н.Я., Виленкин А.Н., Виленкин П.А. Комбинаторика. – М.: ФИМА, МЦНМО, 2006. – 400 с.
2. Волков Ю.І., Войналович Н.М. Елементи дискретної математики: Навчальний посібник. – Кіровоград: РВЦ КДПУ ім. В.Винниченка, 2000. – 176 с.
3. Педагогика. Учебное пособие для студентов педагогических вузов и педагогических колледжей / Под ред. П.И. Пидкасистого. – М.: Педагогическое общество России, 1998. – 640 с.
4. Тестові технології оцінювання якості. <<http://osvita.ua/school/theory/2644>>
5. Аванесов В.С. Теория и методика педагогических измерений. <<http://testolog.narod.ru/Theory21.html>>

ПРОГРАМНЕ СЕРЕДОВИЩЕ ДЛЯ ВІЗУАЛЬНОЇ РОБОТИ З ГРАФАМИ

Олексій Тупаленко

Найковий керівник – кандидат фізико математичних наук, доцент С.Д. Паращук

Починаючи з 30-х років XIX століття, популярність графів і кількість праць з теорії графів та її застосувань неухильно зростає. Графи зустрічаються у дослідженнях з соціології, психології, економіки, теорії ігор, логіки, програмування, теорії ймовірностей (ланцюги Маркова), квантової механіки, хімії (структура молекул), статистичної механіки, кристалофізики, медицини (нервові, судинні та інші мережі), електро – і радіотехніки,

лінгвістики, теорії розкладів, з транспортних мереж і потоків, вентиляційних мереж та ін. Наочність теоретико-графових структур і доступність мови теорії графів дозволяє зробити зрозумілими складні прикладні задачі та досить тонкі методи їх розв'язку. Тому теорія графів є актуальним прикладним розділом математики.[3]

Важливою задачею сучасної системи освіти є використання різноманітних інноваційних технологій для покращення якості знань майбутніх фахівців конкретній галузі знань. Для цього використовують різноманітні комп'ютерні технології. Існують такі технології для роботи з графами, але жодне з них не поєднує в собі всіх можливостей для побудови і опрацювання графів. Тож існує потреба у створенні універсального програмного продукту, який й давав можливість повного дослідження графів і мав можливість виконання всіх основних алгоритмів. Вирішенням цієї проблеми є створене програмне середовище для візуальної роботи з графами. Тож, розроблено MDI додаток для зображення орієнтованих та неорієнтованих графів з можливістю порівняння різних видів графів в одному вікні (рис. 1). Дане середовище має можливість зберігати інформацію про граф в різних форматах та підтримує інтеграцію з різними пакетами існуючих програмних продуктів, таких як Microsoft Word та Microsoft Excel.

Для кожного виду графа обрано такі структури даних, при використанні яких затрачається найменше ресурсів комп'ютера, що дає змогу швидко обробляти різні за своєю структурою та величиною графи. У роботі використано наступні основні представлення графа: списки суміжних вершин, матриці суміжності [1].

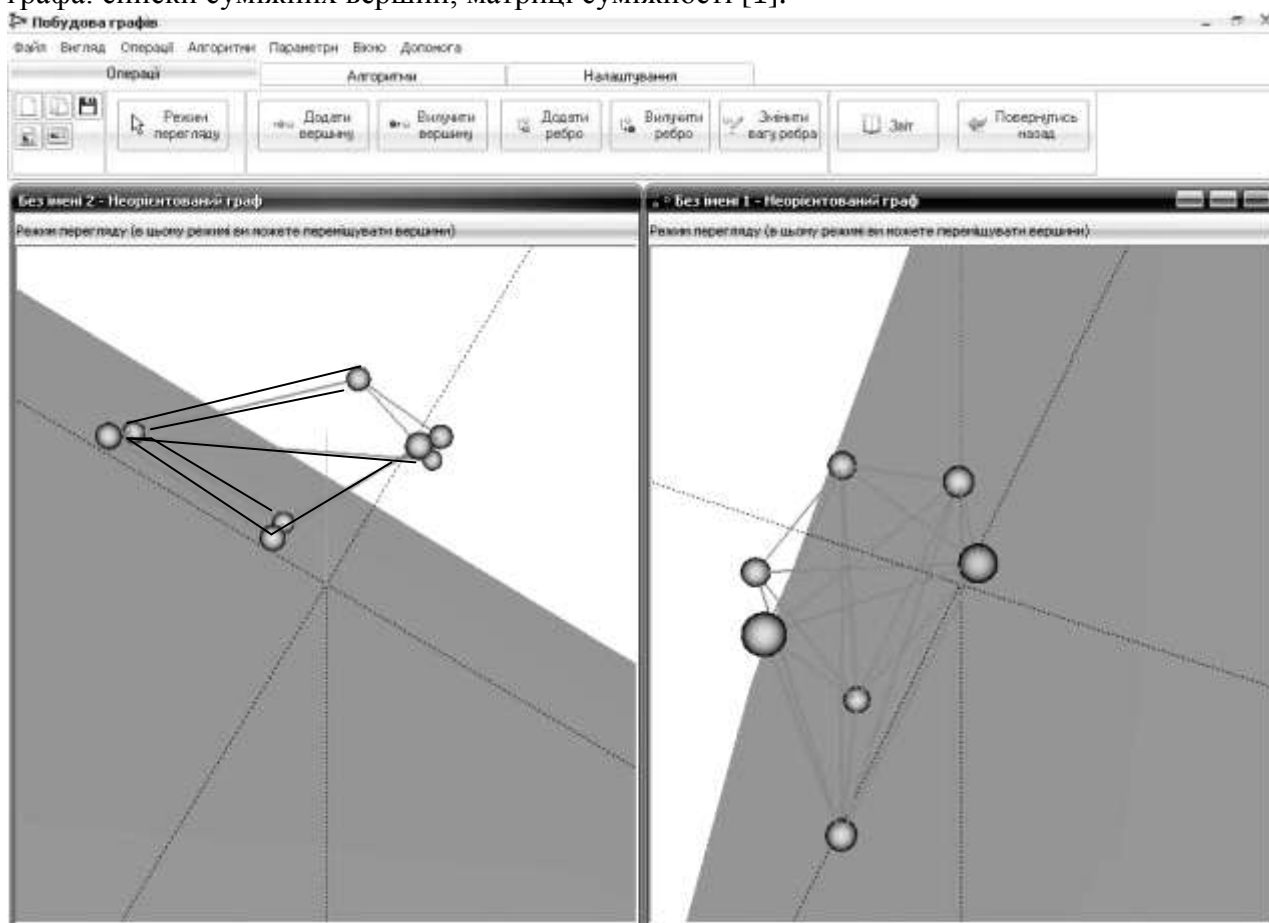


Рис. 1.

Розроблена програма дозволяє зображати графи на екрані дисплея, редагувати їх, досліджувати їх властивості. У програмі є можливість додавати елементи графа (вершини і ребра), вилучати, переміщувати як вершини графа, так і його компоненти зв'язності, змінювати вагу ребра або дуги (якщо граф орієнтований), будувати повний граф, знищувати граф, задавати граф матрицею суміжності. Для вибору тієї чи іншої дії можна скористатися

пунктом меню операції, або скористатися панеллю, на якій винесено основні кнопки для зміни дії в програмі.

Існує можливість задання графа за допомогою матриці суміжності (рис. 2.). Також можна змінювати зовнішній вигляд графа: колір вершин та ребер, розмір вершини та товщину ребра, колір фону робочої області, колір ваги ребра або дуги. Матрицю суміжності за бажанням можна зберегти як файл Excel.

Задати граф матрицею суміжності

Кількість вершин графа: 17

Тип графа: неорієнтований

☒ Автоматично вводиться вага ребер (дуг)

Побудувати граф

Скасувати

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
10	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
15	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Рис. 2.

У будь-який момент виконання програми є можливість проглянути списки суміжних вершин та матрицю суміжності побудованого графа.

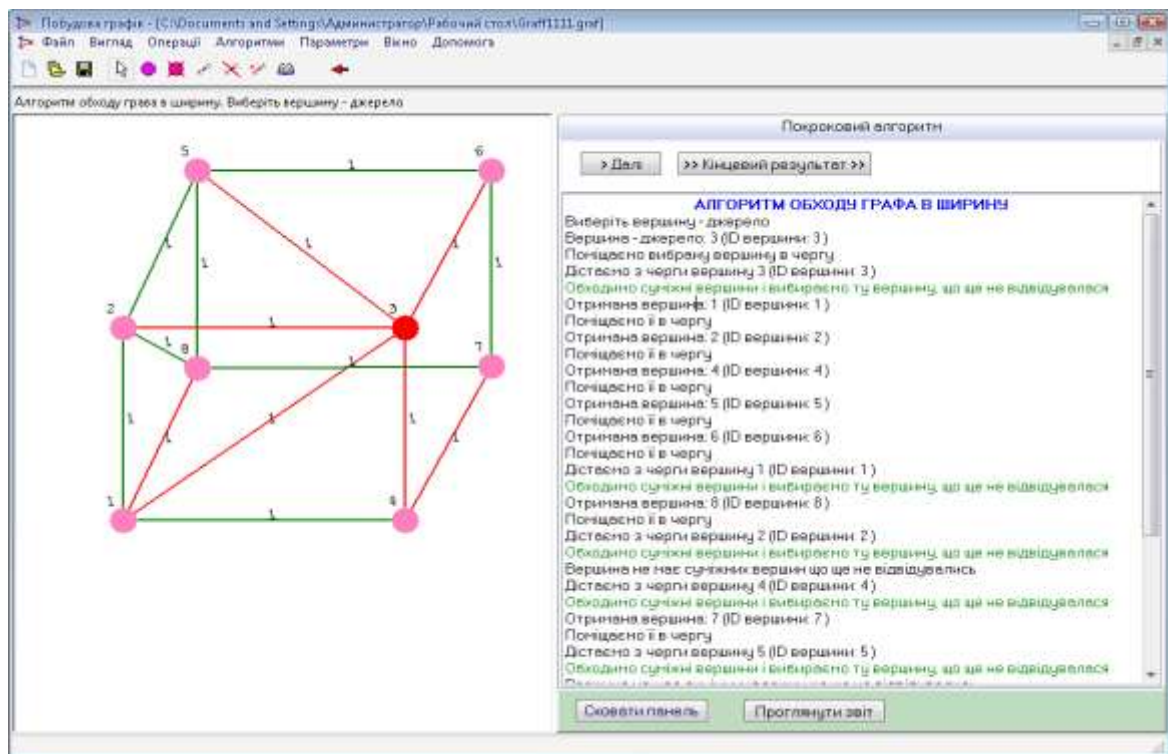


Рис. 3.

У програмі реалізовано роботу таких алгоритмів [2]:

- Алгоритм Флойда пошуку найкоротшого шляху між двома вершинами;
- Алгоритм Флойда пошуку найкоротшого шляху між усіма парами вершин;

- Алгоритм Дейкстри;
- Алгоритм обходу графа в ширину;
- Алгоритм обходу графа в глибину;
- Алгоритм Пріма побудови остовного дерева мінімальної ваги;
- Знаходження ейлерового шляху та циклу;
- Перевірка ациклічності графа;
- Визначення степенів вершин графа;
- Знаходження ексцентриситету графа.

Роботу більшості з алгоритмів можна побачити в покроковому режимі. Усі результати виконання алгоритмів заносяться у звіт з можливістю збереження у текстовий файл. Відомості про граф можна також завантажувати з диску. Наявна можливість збереження графа в графічному файлі (.bmp,.jpg).

Розроблене візуальне середовище має вбудовану довідку, в якій містяться основні поняття теорії графів, опис алгоритмів та інструкцію для користування програмою.

Робота може бути корисною для студентів різних спеціальностей вищих навчальних закладів, які вивчають дискретну математику, програмування, аспірантів і спеціалістів, які використовують відповідні математичні і комп'ютерні методи.

Список використаних джерел:

1. Ахо А. В., Хопкрофт Д. Э., Ульман Д. Д. Структуры данных и алгоритмы. – М.:Издательский дом "Вильямс", 2000. – 384 с.
2. Бакнелл Дж. М. Фундаментальные алгоритмы и структуры данных в Delphi – СПб: ООО "ДиаСофтЮП", 2003. – 560 с.
3. Оре О. Теория графов – М.:Наука, 1980 – 336 с.

РОЗВИТОК ТВОРЧИХ ЗДІБНОСТЕЙ УЧНІВ НА УРОКАХ ТРУДОВОГО НАВЧАННЯ ПРИ ВИВЧЕННІ РОЗПИСУ ПО ТКАНИНІ

Віра Уманець

Науковий керівник – кандидат технічних наук, доцент О.В.Єжова

На сучасному етапі розвитку педагогічної теорії та практики особливої ваги набувають проблеми вдосконалення методів навчання як шляхом поновлення методичних надбань новими методами та прийомами навчання, так і за рахунок модернізації традиційних методів.

Завдання вчителя полягає в розвитку творчого потенціалу учнів на кожному уроці. Учитель повинен сприяти пробудженню інтересу до пізнання, розвивати вміння та навички самостійно працювати, творчо ставитися до виконання завдання. Досить ефективним методом взаємодії вчителя й учнів на уроці є використання навчальних ігор, що відіграють одночасно навчальну, розвиваючу та виховну функції, мають велике значення для духовного, емоційного, інтелектуального розвитку дитини і дитячої фантазії.

Проблема розвитку творчих здібностей учнів на заняттях із трудового навчання є досить актуальною проблемою в період необхідності відродження національної культури та самосвідомості народу.

Феномен творчості завжди привертав увагу дослідників якнайважливіший компонент соціальної культури. Творчість – це позитивно спрямована діяльність, каталізатор прогресивних змін у суспільстві, культурі. Це багатогранне поняття, що пронизує всі сторони діяльності особистості і проявляється у всіх напрямках суспільної практики.

З моменту зародження та становлення шкільної практики навчання особлива увага завжди приділялася вихованню особистості, що зможе творчо ставитися до праці, самостійно знаходити вирішення назрілих проблем. Виховання таких якостей потребує

відповідного педагогічного підходу, цілеспрямованого впливу педагогів протягом усього періоду навчання та виховання. Діти повинні вчитися самостійно мислити, мати власну думку, відчувати відповідальність за справу.

Індивід, який мислить творчо, – головна рушійна сила соціальних та духовних трансформацій. Творча особистість значно краще адаптується до соціальних, побутових та виробничих умов, ефективно їх використовує, удосконалює, змінює.

Протягом тривалого часу творчі здібності вважалися притаманними лише обранцям долі. Проблема творчості з давніх-давен цікавилися Платон, Аристотель, Августин, Гегель, Й.-Г. Песталоцці, та ін.

Більш глибоке дослідження питань творчості, особливостей творчої діяльності, умов формування творчої особистості почалося на межі XIX та XX століть.

Ідеї розвитку творчої особистості продовжують у своїх працях Т.Г.Шевченко, І.Я.Франко, Леся Українка, яка, зокрема, наголошувала на тому, що вчитель повинен постійно працювати над розвитком творчого потенціалу учнів. Ці ідеї продовжують в своїй педагогічній спадщині Б.Д.Грінченко, А.С.Макаренко, В.О.Сухомлинський.

Творча діяльність людини на сучасному етапі є предметом дослідження філософії, фізіології, психології, педагогіки, логіки.

Головною ознакою творчості найчастіше вважають новизну, визначаючи творчою діяльністю ту, “що породжує щось якісно нове, позначене неповторністю, оригінальністю та суспільно історичною унікальністю”. В основі творчості лежить, як правило, трудова діяльність людини. Праця – єдиний засіб перетворення людини в творчу особистість. Творчі ідеї самі собою не народжуються, а виникають тоді, коли людина відчуває потребу щось змінити, вдосконалити. До творчості людину спонукають як соціальні мотиви, так і її фантазія, мрії [5, 6].

Процес творчості поєднує традиції і новаторство. Абсолютно нового у творчості не буває. Суб'єкт творчості може реалізувати свій задум, лише враховуючи результати попередньої діяльності людей, закріплені у формі традицій. Щоб створити щось нове, треба зруйнувати старе та, використовуючи його окремі конструктивні елементи, утворити нову конструкцію.

Під дитячою творчістю розуміють діяльність дитини, в процесі якої вона створює якісно нові для самої себе цінності. Ці цінності мають і суспільне значення, тому що необхідні для всебічного розвитку особистості і, як наслідок, для розвитку суспільства. Інколи діти створюють речі, які мають справжню естетичну цінність, є творами мистецтва.

Навчити творчості неможливо, бо в педагогіці немає універсальних рецептів для цього. Творчу особистість можна розвинути, використовуючи елементи навчання, але наявність знань зовсім не забезпечує творчості. Так Дж.Стігер з'ясував, що високий рівень розумових здібностей є необхідною умовою для творчості, але не достатньою. Обов'язковою, на його думку, є інтелектуальна незалежність, виняткова допитливість, значна гнучкість під час зіткнення з будь-якими проблемами.

Чимало дослідників підкреслюють, що найважливішою властивістю творчої особистості є твердість у досягненні мети, впевненість у собі. Але у більшості випадків, навчаючись у школі, дитина поступово втрачає віру у свої сили, починає сумніватися у власній здатності відкрити щось нове. Поновити віру у свої сили можливо за умов використання завдань зростаючої складності та творчих завдань, що передбачають максимальну самостійність школяра.

Отже, слід “організовувати навчання як пізнання”, тобто репродуктивну діяльність оптимально поєднувати з творчою, продуктивною.

Кінцевою метою школи по відношенню до суспільства є підготовка людини, здібної працювати творчо, мислити, нести відповідальність за долю країни та людства. Суспільству потрібні фахівці вищого творчого потенціалу, здатні проникати в суть ідеї, і втілювати її в життя. На думку І.П.Волкова, для нахилів до даного виду діяльності, здібності до швидкого

навчання, розумової активності, кмітливості й винахідливості; прагнення добувати знання, необхідні для виконання конкретної практичної роботи; самостійності при виборі й розв'язанні задачі; працелюбності; здатності бачити загальне, головне в різному й різне в подібних явищах; потреби у постійному підвищенні кваліфікації.

Слід зазначити, що деякі вчителі загальноосвітніх шкіл вже багато років працюють над проблемою розвитку творчих здібностей учнів. Так, наприклад, вчитель праці і малювання І.П. Волков зазначає, що “найефективніший шлях розвитку індивідуальних здібностей – прилучення всіх школярів до продуктивної творчої діяльності з першого класу”, бо “розвинути здібності – це значить озброїти дитину способом діяльності, дати їй до рук ключ, принцип виконання роботи, створити умови для виконання й розквіту її обдарованості” [2, с.93].

Відомо, що творчі здібності учнів найбільш ефективно розвиваються у ході продуктивної творчої діяльності. Творчість, індивідуальність, фантазія проявляються у навіть мінімальному відході від зразка. Творчість учнів розуміють, як процес створення ними оригінальних продуктів, виробів, у ході роботи над якими самостійно застосовуються засвоєнні знання, уміння, навички, здійснюється їх перенесення, комбінування відомих способів діяльності або створення нового для дитини підходу до виконання завдання.

Виходячи з вище сказаного стає зрозуміло, що вчитель повинен розвивати в учнях творчі здібності поступово, підвищуючи складність завдань. Використовуючи на уроках трудового навчання теми пов'язані з розписом тканин фарбами будь-яким способом, можна підштовхнути їх до пізнавальної, пошукової діяльності. Діти люблять, коли одяг прикрашений тематичними малюнками – мотивами, взятими із оточення дитини, добре знайомих йому предметів, пісень, казок, віршів, мультфільмів (Рис. 1). Вони пробуджують дитячу цікавість, стимулюють фантазію дитини і навіть бажання наслідувати героїв мультфільмів, а також представників зрозумілих їм професій.

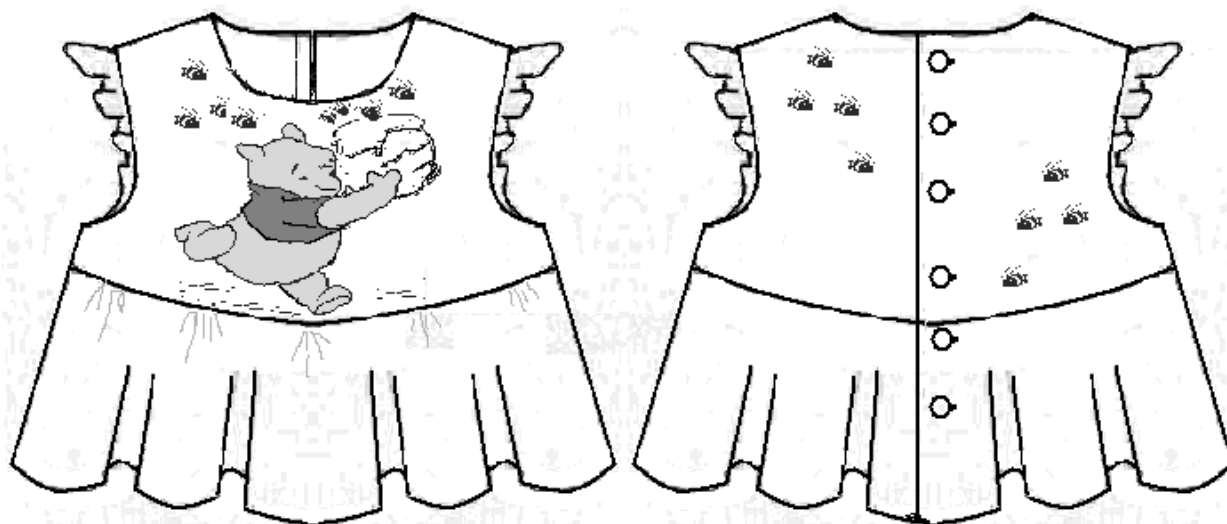


Рис. 1. Дитяча блузка

В наш час досить часто зустрічається одяг оздоблений за допомогою розпису. Останні 2-3 роки, а особливо в минулому році, дуже поширились різноманітні техніки. Стали оформляти не лише легкий літній одяг, а й більш щільні теплі тканини. Все частіше можна зустріти, крім шарфів та хустинок, туніки, сукні та джинси, урочистий та повсякденний одяг прикрашені оригінальними малюнками за допомогою фарби. В дитячому одязі ця техніка отримала особливо швидкого поширення.

Звичайно, не завжди вдається знайти одяг з відповідним зображенням. Тому як альтернативу можна використати акрилові фарби чи фарби батік, і за допомогою різних

технік прикрасити одяг за своїм смаком. Ці фарби є досить простими у використанні і в той же час дуже ефектно виглядають.

Але крім естетичних одяг має ряд інших функцій. Красивий і зручний одяг добре налаштовує, розвиває художні смаки дитини ще на ранніх етапах життя, привчає до охайності.

Характер дитячого одягу визначається рядом об'єктивних факторів. Це соціальні основи виховання дітей, кліматичні умови, вікові особливості статури дітей, вплив моди, промисловий спосіб виробництва.

Будучи складовою частиною предметного світу, у якому живуть діти, одяг активно впливає на їхню психіку, викликаючи позитивні (або негативні) емоції й тим самим сприяючи ствердженню підростаючого покоління в колективі й розвитку певних рис характеру (активності, впевненості або сором'язливості); впливає на відношення хлопців до трудової діяльності дорослих, і на власне прагнення прилучитися до неї. Спочатку через просте наслідування, а потім і захопленість заняттям.

Таким чином, дитячий одяг у дуже великому ступені виконує суспільно значиму виховну функцію. Тому підходити до проектування дитячого одягу треба з позицій ідеології нашого суспільства, з позицій соціальної відповідальності за сприяння засобами костюма виробленню певних норм і манери поведінки. Звідси виходить, що характер дитячого одягу залежить від соціальних основ суспільного виховання [4, с.265].

Одяг для дітей у значній мірі залежить від кліматичних умов. Вплив температури, вологості й руху повітря залежно від клімату по-різному впливають на ступінь охолодження тіла, а тому вимагає й різного рішення одягу.

Одяг дошкільника характеризує вже саму дитини, як ту, що активно розвивається, життєрадісну «чомучку» (Рис. 2).

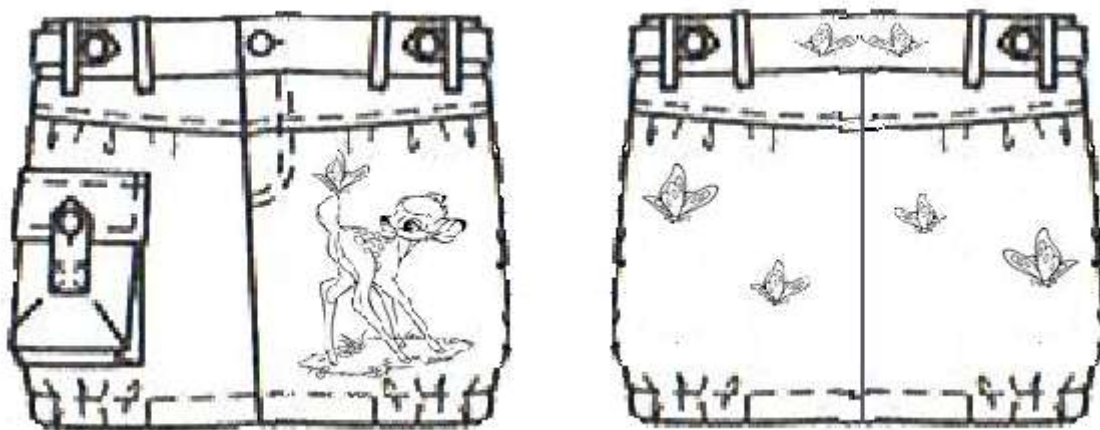


Рис. 2. Дитяча спідниця

Молодші школярі прилучаються до основ серйозних знань про світ, про себе самих, до навичок життя в колективі, чому сприяє формений одяг.

У старших школярів критерієм цінності людини стає відношення до сформованого колективу, і в одязі це виражається бажанням одягатися «як всі». У цьому випадку дуже важливо проектувати можливо більше число варіантів типів одягу.

Підлітки, прилучаючись до суспільно корисної праці, засвоюють і зовнішні сторони прояву «дорослості». Тому їхній одяг, відбиваючи функціональне призначення, повинен включати елементи моди дорослих.

Діти – наші маленькі супутники в житті, і дитячий одяг повинен бути вирішений в єдиному стильовому рішенні з одягом дорослих, але з урахуванням вікової специфіки.

Дуже важливо враховувати всі особливості дитячого розвитку під час навчального процесу, підбирати теми, засоби і способи відповідно віку та розвитку дітей.

Відповідно тканині, асортименту та статево-віковим особливостям розвитку можна використати різні техніки та фарби.

Акрилові фарби по тканині призначені для художнього оформлення всіх типів тканин. Фарби можна застосовувати як для вільного розпису, так і для оформлення тканин методом резервування («холодного» батіка).

Фарби розфасовані в практичні флакони 50 мл із кришкою-дозатором, і готові до застосування. При необхідності, їх можна розбавляти спеціальним розріджувачем. Для друкованих робіт (набійка, шовкографія) рекомендується розбавляти фарби спеціальним розріджувачем по тканині, розробленим на основі водної акрилової дисперсії в пропорції 1/3.

Фарби швидко сохнуть. Через 48 годин після повного висихання допускається машинне прання виробу м'якими мийними засобами при температурі 30-40°C у режимі «делікат».

Матеріали й інструменти: набір фарб по тканині; тканина, попередньо випрана, пропрасована; дерев'яна рама або п'яльці; палітра для змішування фарб; кнопки або натяжні гачки; резерв по тканині; розріджувач фарби по тканині; м'які кисті; ємності для води й фарб; палички з поролоновим наконечником («спонж»); ватяні палички; фен, праска.

Робоче місце

Ідеальне робоче місце повинне бути добре освітлене й забезпечене водою, мати достатній простір, щоб пересуватися навколо підрамника й малювати з будь-якої сторони. Важливо, щоб перед очима була вся палітра наявних фарб.

Кілька підготовчих прийомів

Натягування тканини

Попередньо тканину випрати, щоб видалити крохмаль. При необхідності пропрасувати праскою. Спочатку закріпити тканину на двох кутах. Потім за допомогою кнопок або натяжних гачків, розташованих на відстані від 5 до 8 см один від одного, закріпити одну сторону, потім – інші. При цьому стежити, щоб кнопки не розташовувалися одна напроти іншої. Таким чином, можна уникнути утворення улоговин. Наприкінці натягнення тканина повинна бути як шкіра барабана.

Нанесення резервного контуру на тканину

М'яким олівцем на тканині наноситься контур малюнка із заздалегідь приготовленого шаблону. Резерв необхідний, для того щоб не допустити затікання й змішання фарб. Торкаючись кінцем насадки, нанести резерв по олівцевому сліду. Обов'язковою умовою є замкненість контуру. Лінія повинна вестися плавно без зупинок, щоб склад міг пройти крізь тканину.

Якщо працювати на щільних тканинах (бязь, льон), то слід нанести резерв із двох сторін. Після нанесення резерву варто просушити тканину на повітрі до повного висихання, а потім перевірити цілісність і надійність контуру. При необхідності контур можна поправити – зафіксувавши місця пропуску.

Після роботи насадку промити водою. Зберігати резерв у щільно закритій тубі.

Розпис методом резервування («холодного» батіка).

Натягнути тканину на раму, перевести малюнок, і нанести резерв. Лінія контуру повинна бути замкнута. Сушити лінію, що резервує, не менш 3 годин. Змочити тканину, усередині контуру, водою. Фарби перед використанням добре перемішати. За допомогою м'якої кисті спочатку зафарбовувати світлі елементи малюнка, а потім, більш темні його частини. Фарбу наносити на тканину, не доводячи до краю контуру, що резервує.

При зафарбовуванні більших поверхонь тканину змочуйте водою, тоді фарба буде лягати рівно, не залишаючи сильно помітного кордону.

Завершивши роботу, необхідно почекати 24 години, після чого зняти з рами, і закріпити фарби гарячою праскою з виворітної сторони протягом не менш 5 хвилин.

Вільний розпис

Розпис тканини кистю нагадує дивний ефект гобелена. Починати з вибору фарб. Для початку відібрати фарби чотирьох або п'яти кольорів, які легко комбінуються один з одним.

Наносити фарби більшими й маленькими мазками, розташованими поруч один з одним. Намагатися працювати якнайшвидше, щоб фарба перемішалася і не залишила сильно помітного кордону.

Для ефекту прозорості, у фарби можна додавати розріджувач, у такий спосіб одержуються ніжні тони, схожі на акварельні.

Завершивши роботу, необхідно почекати 24 години, і пропрасувати розпис гарячою праскою з виворітної сторони протягом не менш 5 хвилин.

Трафаретна техніка

Трафарет – це декоративний мотив, вирізаний на папері. Трафарети виконані із промасленого картону є водостійкими, і добре витримують розчинники, їх можна використати кілька разів. Перевага роботи з картонними трафаретами полягає в зниженні до мінімуму можливості змазування фарби, тому що картон усмоктує фарбу по краях прорізів.

Ця техніка дуже проста. Щільно закріпити трафарет на робочій поверхні. Підготувати на палітрі фарби. Використовуючи шматок поролону, акуратно вмочити його у фарбу, нанести на трафарет.

Завершивши роботу, необхідно почекати 24 години й пропрасувати розпис гарячою праскою з виворітної сторони протягом не менш 5 хвилин.

Створення декоративних ефектів

Додаткові декоративні ефекти можна одержати, використовуючи кольорові рельєфні контури по тканині. У наш час розроблена палітра з 17 кольорів: 4 – кольори «металік», 6-перламутрових і 7 – кольорів класичного спектра.

Контури наносяться безпосередньо з туби легким натисканням. Пастоподібна маса утворить рельєфну лінію. Товщина лінії регулюється: якщо підсилити стиск туби й переміщати її уздовж тканини повільно, то лінія буде товща.

Фіксація фарб праскою

Готовий виріб пропрасовують електричною праскою з терморегулятором, при температурі, яка характерна для використовуваної тканини. Виріб пропрасовують із виворітної сторони [3, с.32].

Формування творчої особистості є актуальною проблемою педагогічної теорії і практики. В умовах глибоких та динамічних змін, що відбувається в суспільстві завдання удосконалення навчально-виховного процесу, спрямування його на розвиток творчих здібностей учнів набуває особливої ваги.

Вирішення цього питання можливе лише при створенні для школярів відповідних умов життя і діяльності, здійсненні переорієнтації педагогічного процесу на виховання людей з високим творчим потенціалом. Важливо створювати на кожному уроці творчу атмосферу, доброзичливо оцінювати результати творчої діяльності учнів, забезпечувати умови для самостійного здобуття і практичного застосування ними набутих знань, для конструктивного спілкування членів учнівського колективу та ін.

Особливо ефективним для розвитку творчих здібностей учнів на уроках трудового навчання є розпис по тканині, адже всі, малі чи великі, мають потяг до прекрасного. Також на підсвідомості на нашу психіку впливають різні кольори та зображення. Тому використовуючи техніки розпису по тканині, потрібно особливу увагу звертати саме на розвиток особистості, статево-вікові особливості дітей. Вже відомо, якщо пред'являти до учнів надмірні вимоги, то можна отримати і негативний результат (невпевненість у собі, своїх силах, сором'язливість).

Список використаних джерел

1. Барко В.І., Тютюнников А.М. Як визначити творчі здібності дитини? – К.: Видавництво «Україна», 1991. – 79 с.

2. Волков И.П. Учим творчеству. // Педагогический поиск / Сост. Н.И.Бажекова; Пер. с рус. – К.: Рад.шк., 1988. – 296 с.
3. Художняя роспись тканей: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности «Декоративно-прикладное искусство и народные промыслы» / Р.А.Гильман. – М.: Гуманитар. изд. Центр ВЛАДОС, 2005. – 159 с.
4. Моделирование и художественное оформление женской и детской одежды: Учеб. для сред. спец. учеб. заведения / Т.В.Козлова, Л.Б. Рыввинская, З.Н. Тимашева, – 2-е изд., перераб. и доп. М., Легпромбытиздат, 1990. – 320 с.
5. Слюсаренко Н.В. Розвиток творчих здібностей учнів 5-9 класів на уроках обслуговуючої праці засобами ігрової діяльності: Навчально-методичний посібник. Херсон, 2002. – 148 с.
6. Синеглазова М.О. Батик. – М.: Издательский Дом МСП, 2004. – 96 с.

ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМИ MOODLE ДЛЯ РЕАЛІЗАЦІЇ ТЕСТОВОГО КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ УЧНІВ З ІНФОРМАТИКИ

Вікторія Царенко, Зоя Халецька

Контроль знань відіграє важливу роль у навчально-виховному процесі. У випадку Інтернет-курсу, коли вчитель чи викладач не має можливості здійснювати особистий контроль за процесом навчання і досягнення учнів, він стає ще більш важливим і актуальним.

Відомо, що тестові технології можуть бути використані з метою вирішення навчальних, виховних і розвиваючих задач на всіх етапах освітнього процесу (актуалізації, мотивації, вивчення нового матеріалу, встановлення зворотного зв'язку, закріплення, узагальнення вивченого, контролю і оцінювання знань та умінь). В системі моніторингу якості освіти тестовому контролю відводиться особлива роль, оскільки він дозволяє отримати найбільш оперативну і достатньо об'єктивну оцінку навчальних досягнень учнів.

Саме через тестові матеріали нами реалізований контроль до розробленого дистанційного курсу інформатики за програмою 9 класу. Тестові завдання для контролю знань учнів тематично згруповані в окремі блоки, що дає змогу їх використовувати не лише для поточного, а й для тематичного оцінювання.

Багаторічний зарубіжний досвід свідчить, що тестовий контроль успішності учнів за певних умов спричинює позитивне ставлення до нього, оскільки тести спрямовані переважно на виявлення досягнень учнів. Велика кількість різних завдань (20 – 30 і більше), які охоплюють значний навчальний матеріал і перевіряють не тільки навички й уміння, а й теоретичні знання, дає змогу учню вибрати передусім ті, з якими він може впоратися і набрати максимальну для нього кількість балів. Постановка завдань і опрацювання результатів тестування стандартизовані, що забезпечує досить об'єктивне і швидке оцінювання успішності й здібностей багатьох учнів. При цьому особливе значення в модернізації моніторингового інструментарію мають комп'ютерні тести. Використання інформаційно-комунікаційних технологій для організації тестового контролю у порівнянні зі звичайним «паперовим тестуванням» має наступні переваги:

- використання комп'ютера як засобу виконання завдань тестів;
- забезпечення оперативного аналізу результатів тестування;
- використання мультимедійних можливостей комп'ютера;
- спрощення адміністрування;
- зниження затрат на організацію і проведення тестування.

Але існують певні проблеми у використанні електронних тестів, які в першу чергу пов'язані із якістю тестових матеріалів та рівнем їх ефективності для оцінки знань. На жаль, більшість тестів створюються за правилом «питання-відповідь» без урахування теорії тестів, без визначення надійності тестів і статистичної обробки результатів.

При використанні електронних тестів також виникає проблема психологічного сприйняття учнем тексту питання і відповідей тесту. Ця проблема тісно пов'язана із якістю тестових матеріалів.

При конструюванні тестових матеріалів нами була врахована теорія тестів і дотримані правила конструювання тестів, найважливіші з яких такі:

1) тестові завдання були сформульовані чітко і ясно, орієнтовані на отримання однозначної відповіді;

2) кожне завдання сформульовано у вигляді одного речення, яке легко сприймається учнем;

3) кожне завдання тесту перевіряє конкретне знання, вміння чи навички;

4) варіанти відповідей побудовані однакової форми і довжини;

5) виключена можливість вибору відповіді інтуїтивно;

6) всі відповіді незалежні і однаково привабливі для вибору;

7) жодний дистрактор не стає правильною відповіддю при зміні допустимих умов;

8) із відповіді до одного тестового завдання не можна отримати відповідь на інше завдання;

9) жодне завдання не вимагає знань, які виходять за межі навчального матеріалу;

10) всі завдання у тесті закритої форми, яка краще сприймається учнями.

Запропоновані нами різноманітні типи тестових завдань перевіряють знання, вміння і навички учнів, які передбачає засвоїти програма з інформатики для 9 класу.

Наприклад, завдання з простим вибором одноелементних відповідей використовуються для перевірки вміння правильно відтворювати набуті знання:

За територіальним розміщенням мережі поділяються на:

а) міські, обласні, національні

б) глобальні, локальні, регіональні

в) однорангові і багаторангові

г) дротові і бездротові

Правильна відповідь: б

Завдання з простим вибором багатоеlementних відповідей використовуються для перевірки вмінь характеризувати або знаходити схоже в явищах, які вивчаються:

До бездротових технологій належать:

а) bluetooth

б) Hi-Fi

в) Winmax

г) Wi-Fi

Правильні відповіді: а, г

Завдання з перехресним вибором одноелементних відповідей використовуються з метою перевірки вміння вільно орієнтуватися у групі схожих понять, процесів чи явищ:

Встановіть відповідність:

1. Мережний адаптер а) пристрій, що перетворює сигнал з цифрового вигляду до аналогового та навпаки

2. Модем б) сполучає окремі сегменти мережі і аналізує адресу призначення кожного кадра

3. Концентратор в) інтерфейсний блок для з'єднання комп'ютера з лінією зв'язку

4. Маршрутизатор г) сигнал, що надійшов на один з його портів, повторюється на всіх його портах

Правильні відповіді: 1. в 2. а 3. г 4. б

Системою підтримки розробленого дистанційного курсу була обрана MOODLE, яка надає досить гнучкі інструменти для створення, підтримки процесу тестування, а також для формування оцінки на основі розроблених норм оцінювання.

В системі MOODLE тестом називається вид занять, де студентам пропонується відповісти на ряд тестових питань. Відповіді кожного учня автоматично оцінюються і зберігаються у базі даних. Вчителю надаються статистичні дані як по учням, так і по питанням. Він може оцінити не тільки знання кожного окремого студента, а й те, як група в цілому засвоїла ті чи інші розділи навчальної дисципліни.

Елемент курсу MOODLE «Тести» дозволяє вчителю розробляти тести з використанням питань різних типів:

- ✓ питання закритої форми (множинний вибір);
- ✓ так/ні
- ✓ коротка відповідь
- ✓ числовий
- ✓ відповідність
- ✓ випадкове питання тощо.

Значна кількість параметрів тестових завдань дозволяє достатньо повно контролювати процес тестування. Наприклад, при проходженні тесту може бути використано кілька спроб, кожна з яких автоматично фіксується. Оцінювання може здійснюватися за наслідками першої спроби, останньої спроби або як середнє арифметичне всіх використаних спроб тестування. Викладач має нагоду переглядати відповіді студентів на кожне тестове завдання або відразу все.

Важливою інформацією, яка реєструється при тестуванні, є врахування часу, який витрачений на обмірковування кожного питання і відсоток правильних відповідей на нього. На основі цих параметрів реалізується об'єктивна оцінка складності питання. Така оцінка дозволяє динамічно створювати рівнозначні за складністю тести за допомогою випадкової вибірки питань із бази даних. При наявності достатньо великого числа питань у базі даних по матеріалу, який вивчається, з'являється можливість багатократного тестування кожного учня з наданням йому тільки тих питань, на які він або ще не відповідав, або відповів неправильно.

Список використаних джерел

1. Дерба Т.О. Дистанційне навчання школярів [Електронний ресурс]. <[http://www.ime.edu-ua.net/em13/emg.html](http://www.ime.edu.ua.net/em13/emg.html)>
2. Андреев А.В., Андреева С.В., Доценко И.Б. Практика электронного обучения с использованием Moodle. – Таганрог: Изд-во. ТТИ ЮФУ, 2008. – 146 с.

МЕТОД СИНТАКСИЧНОГО НАЛАГОДЖЕННЯ ПРОГРАМ

Сергій Чоповський, Володимир Євладенко

Відомо, що написання достатньо складної програми в алгоритмічній мові є трудомістким і складним процесом, внаслідок чого, як правило, така програма містить помилки, які необхідно усунути в процесі її налагодження.

З часу появи ЕОМ розроблено достатньо багато різних прийомів, засобів і методів налагодження програм, зокрема, їх «тестування».

Одним з перших способів налагодження програм, достатньо простим і зручним, було налагодження програм при безпосередньому доступі до машини з клавіатури в режимі діалогу людина-машина.

В подальшому появилась можливість автоматизації процесу налагодження за рахунок використання індивідуальних і стандартних налагоджувальних програм.

Поява мов програмування високого рівня (ФОРТРАН, АЛГОЛ-60 і ін.) стимулювала новий етап в розвитку автоматизації програмування і, зокрема, в автоматизації процесу налагодження програм.

Завдяки створенню систем з розподілом часу намітилася тенденція до відновлення можливостей діалогу людина-машина у варіанті безпосереднього доступу, але на його вищому рівні, про що свідчать діалогові системи програмування.

Істотна роль в загальному процесі налагодження програм належить так званому **синтаксичному налагодженню програм**, яке включає в себе такі основні моменти: знаходження синтаксичних суперечностей (помилки) в тексті (програмі); видачу діагностичної інформації про ці помилки в тому чи іншому вигляді; їх автоматичне чи автоматизоване виправлення.

Складовою частиною проблеми синтаксичного налагодження є **задача синтаксичного контролю**, яка, як відомо, полягає в наступному. Нехай X – термінальний алфавіт мови, $F(X)$ – вільна півгрупа з одиницею ε в алфавіті X , Γ – контекстно-вільна граматика, а $Y(\Gamma)$ – мова, що породжується граматикою Γ . Для заданого слова $\alpha \in F(X)$ і заданій граматичі Γ потрібно визначити істинність предиката $\alpha \in Y(\Gamma)$.

Синтаксичний контроль слова $\alpha \in F(X)$ методом «розгортки» з використанням граматичи Γ можна представити як побудову зліва-направо α -керованого виводу в Γ , тобто як побудову деякого виводу в Γ , керування яким здійснюється за допомогою інформації, яка одержується при побуквенному перегляді слова α . Формалізацією такої обробки заданого слова є **метод поділу на слово** [1], суть якого полягає в наступному.

Слово α засилається у вхідний стек, а аксіома граматичи Γ – в стек виводу, який функціонує, взагалі кажучи, як недетермінований. Далі слово α по мірі побудови α -керованих виводів в Γ зберігається в стеку виводу. При цьому, якщо слово, на яке покомпонентно (зліва) ділиться пара (α_i, β_i) (α_i – вміст вхідного стеку, β_i – стеку виводу) не пусте, то скорочення можна розуміти як синхронний зсув вершин цих стеків.

Якщо в процесі цього зсуву вміст вхідного стеку – пусте слово, а стеку виводу – множина слів (адже стек недетермінований), якому належить пусте слово, значить $\alpha \in Y(\Gamma)$, інакше $\alpha \notin Y(\Gamma)$.

В основі синтаксичного налагодження програм лежать алгоритми синтаксичного контролю. Проглядаючи початкову програму зліва-направо, вони працюють до виявлення першої синтаксичної помилки. Після виправлення кожної помилки подальший контроль програми продовжується з її початку. Цілком зрозуміло, що для підвищення продуктивності як комп'ютера, так і його користувача, за один перегляд програми важливо автоматично виявити інформацію про багато (по можливості, про всі) наявні в ній помилки. Іншими словами, важливо забезпечити можливість продовження синтаксичного контролю програми без внесення до неї користувачем яких би то не було виправлень.

В достатньо загальному плані проблема продовження синтаксичного контролю програми за один її перегляд зліва-направо розглядається в роботі [2], де запропоновано використовувати так звані **ключові символи** та **генератори списків**. При цьому відповідний алгоритм синтаксичного контролю інколи видає сигнали про помилки, яких насправді немає. Недоліком алгоритму є також і те, що при деяких помилках він пропускає досить довгий відрізок вхідного тексту, не піддаючи його контролю. Хоч вказані недоліки і усуваються, але при цьому на вхідні мови накладається ряд суттєвих обмежень.

Пропонований нами метод продовження синтаксичного контролю, так званий **метод синтаксичного налагодження**, є, з одного боку, достатньо простим і природним, з іншого – за потужністю не поступається відомим і перевершує їх внаслідок того, що після виявлення синтаксичної помилки дозволяє продовжувати контроль без всяких пропусків вхідного тексту.

В основі запропонованого нами **методу синтаксичного налагодження** покладено використання **допустимих послідовностей** символів контрольованих мов.

Нехай $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ – термінальний алфавіт мови Y . Слово α_1 в алфавіті X назвемо **допустимою послідовністю** символів мови Y , якщо воно входить як підслово хоч би в одне слово (програму) цієї мови. Іншими словами, $\alpha_1 \in F(X)$ – допустима послідовність мови Y , якщо знайдеться таке $\alpha \in Y(\Gamma)$, що $\alpha = u_1\alpha_1u_2$ ($u_1, u_2 \in F(X)$). Всяку послідовність символів мови, відмінну від допустимої, будемо називати **недопустимою**. Недопустиму послідовність символів мови надалі назвемо **синтаксичною помилкою**, а символ x_{ir} – **кінцем помилки** або просто **помилковим** символом, якщо підслово $x_{i1}x_{i2}\dots x_{ir}$ ($x_{ij} \in X$) слова $\alpha \in F(X)$ є недопустимою послідовністю мови Y , а $x_{i1}x_{i2}\dots x_{ir-1}$ – допустима послідовність.

Нехай $\alpha \in F(X)$. Очевидно, що $\alpha \notin Y(\Gamma)$ тоді і тільки тоді, коли $\alpha = u_1\alpha_1u_2$ ($u_1, u_2 \in F(X)$), а α_1 – недопустима послідовність символів мови Y .

Для реалізації запропонованого нами методу синтаксичного налагодження програм потрібно задати множину пар виду (x, Y_x) , де $x \in X$, а Y_x – мова, що задає всі допустимі послідовності символів контрольованої мови Y , що починаються символом x .

Мова Y_x ($x \in X$) задається деякою граматикою Γ_x , аксіома якої A_x . Сукупність граматик Γ_x будемо називати **налагоджувальним синтаксисом** заданої мови $Y(\Gamma)$. Множина пар (x, Γ_x) задається в результаті дослідження мови Y та її граматик. При цьому вказані пари можна задавати лише для деяких термінальних символів (ключових), хоч максимальне число помилок буде знайдено, коли такі пари будуть задані для переважної більшості термінальних символів.

Для опису методу синтаксичного налагодження, в основі якого лежить ідея використання допустимих послідовностей символів контрольованої мови, будемо використовувати один із алгоритмів синтаксичного контролю, який орієнтований на клас вхідних мов [3]. Нагадаємо, що такий алгоритм відноситься до алгоритмів типу «розгортки», в процесі свого функціонування використовує вхідний стек, стек виводу та метод ділення на слово.

Отже, якщо в тексті $\alpha = uabvsw$, що перевіряється на належність до мови Y , яка задається граматикою Γ ($u, v, w \in F(X)$, X – термінальний алфавіт мови Y , $a, b, c \in X$), ua – недопустима послідовність, а a – помилковий символ, тоді запропонований метод синтаксичного налагодження полягає в наступному.

Після відшукування синтаксичної помилки ua і видачі про неї інформації подальший контроль вхідного тексту здійснюється з символу, який слідує за помилковим символом a . При цьому для забезпечення продовження контролю використовуються задані для мови Y пари (x, Γ_x) , де Γ_x – граматика з того ж класу, що і граматика Γ мови Y . Якщо ж для символу b , що безпосередньо слідує за помилковим символом a , пара (b, Γ_b) не задана, то цей символ в тексті пропускаємо, потім переходимо до розгляду наступного за ним і так до тих пір, поки не зустрінемо символу, для якого пара вказаного виду задана. Якщо ж жодного такого символу не знайшлося, синтаксичне налагодження тексту вважається завершеним. Нехай v таких символів не містить, а c буде першим після виявленої помилки символом, для якого пара (c, Γ_c) задана. Тоді повністю очищається стек виводу і в нього засилається метасимвол A_c – аксіома граматик Γ_c . Подальший контроль вхідного тексту проводиться тим же алгоритмом синтаксичного контролю при наступних станах вхідного стеку і стеку виводу: вміст вхідного стеку є слово sw , а в стеці виводу міститься аксіома A_c . При цьому синтаксичний контроль тексту sw , що залишився, проводиться уже незалежно від інформації, яка містилася в початковому слові $uabvsw$. В ряді випадків це приводить до того, що в процесі подальшого контролю може порушуватися узгодженість деяких символів і конструкцій по відношенню до всього вхідного тексту α . Такими можуть бути, наприклад, дужкові конструкції, умовні вирази, цикли і т.ін. Цей факт необхідно враховувати при розробці налагоджувального синтаксису.

Описаний метод синтаксичного налагодження проілюструємо на прикладі.

Нехай мова Y задана *Т-граматикою* [4] (це така контекстно-вільна граматика, всі підстановки якої починаються з різних термінальних символів): $\Gamma = \Gamma(X, Y, P, y_1)$, де $X = \{A, 1, (,), *, [,], +\}$ – термінальний алфавіт, $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$ – алфавіт метасимволів, y_1 – аксіома граматики Γ , а P – наступна бекусівська нормальна форма (БНФ):

$$y_1 ::= (A y_2) \mid +(A y_4)$$

$$y_2 ::= \varepsilon \mid A y_2 \mid + A y_2 \mid [y_3]$$

$$y_3 ::= A y_4 * I y_4 \mid + A y_2 * I y_4$$

$$y_4 ::= \varepsilon \mid I y_4$$

Налагоджувальний синтаксис задамо такою множиною пар:

$\Omega = \{(A, \Gamma_1), (I, \Gamma_2), ((, \Gamma_3), (, \Gamma_4), (*, \Gamma_5), ([, \Gamma_6), ([, \Gamma_7), (+, \Gamma_8)\}$, де $\Gamma_1 = \Gamma_1(X, Z, P_1, z_1)$, $\Gamma_2 = \Gamma_2(X, Z, P_2, z_2)$, $\Gamma_3 = \Gamma_3(X, Z, P_3, z_3)$, $\Gamma_4 = \Gamma_4(X, Z, P_4, z_4)$, $\Gamma_5 = \Gamma_5(X, Z, P_5, z_5)$, $\Gamma_6 = \Gamma_6(X, Z, P_6, z_6)$, $\Gamma_7 = \Gamma_7(X, Z, P_7, z_7)$, $\Gamma_8 = \Gamma_8(X, Z, P_8, z_8)$, а $Z = Y \cup \{z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7, z_8, z_9, z_{10}\}$, $P = P \cup P_1$, де P_1 – така множина метаформул:

$$z_1 ::= A z_{10}; z_2 ::= I y_4]; z_3 ::= (A y_4); z_4 ::=); z_5 ::= * z_2; z_6 ::= [y_3];$$

$$z_7 ::=); z_8 ::= + A y_2; z_9 ::=) \mid * I y_4]; z_{10} ::= A y_2 y_9 \mid + A y_2 y_9 \mid I y_4 y_9 \mid * I y_4] \mid [y_3] y_9$$

$\mid$). Знак « $\mid$ » означає альтернативну підстановку. Нехай потрібно провести синтаксичне налагодження тексту

$\alpha = (A * A + I [I * A])$. Налагодження починається застосуванням до цього тексту алгоритму синтаксичного контролю, орієнтованого на клас Т-граматик. Згідно цього алгоритму будується послідовність (α_i, β_i) ($i = 0, 1, 2$), де

α_0 – початковий вміст вхідного стеку (текст α), а β_0 – початковий вміст стеку виводу (аксіома y_1 граматки Γ):

1. $\alpha_0 = (A * A + I [I * A])$, $\beta_0 = y_1 \Rightarrow (A y_2)$, де $\Rightarrow$ – знак вивідності; $\alpha_1 = A * A + I [I * A]$, $\beta_1 = A y_2$; $\alpha_2 = * A + I [I * A]$; $\beta_2 = y_2$. Оскільки із y_2 не виводиться слово, що починається символом « $*$ », процес контролю на цьому припиняється. Пару (α_2, β_2) не можна скоротити на символ « $*$ », отже « $(A *$ » – помилка, а « $*$ » – помилковий символ.

Після видачі інформації про помилку в тексті $\alpha_2 = * A + I [I * A]$ виділяємо символ « A », наступний за помилковим. Оскільки пара $(A, \Gamma_A) \in \Omega$, то контроль тексту α_2 буде продовжений, починаючи з цього символу. Алгоритм контролю буде нову послідовність (α_0, β_0) ($i = 0, 1, 2$), де z_1 – аксіома граматки Γ_1 :

$$2. \alpha_0 = A + I [I * A], \beta_0 = \Rightarrow A + A y_2$$

$$\alpha_1 = + I [I * A], \beta_1 = + A y_2$$

$$\alpha_2 = I [I * A], \beta_2 = A y_2$$

Пара (α_2, β_2) не скорочується на « I », отже « I » – помилковий символ, « $A + I$ » – синтаксична помилка. Після видачі інформації про помилку в тексті $\alpha_2 = I [I * A]$ виділяється наступний за помилковим символ « $[$ ». Оскільки $([, \Gamma_1) \in \Omega$, контроль продовжується. При цьому будується послідовність (α_i, β_i) ($i = 0, 1, 2, 3$), де z_6 – аксіома граматки Γ_6 :

$$3. \alpha_0 = I * A, \beta_0 = z_6 \Rightarrow [y_3]; \alpha_1 = I * A, \beta_1 = y_3] \Rightarrow I y_4 * I y_4];$$

$$\alpha_2 = * A], \beta_2 = y_4 * I y_4] \Rightarrow * I y_4]; \alpha_3 = A], \beta_3 = I y_4]).$$

Оскільки пара (α_3, β_3) не скорочується на « A », то « A » – помилковий символ, а « $I * A$ » – помилка. Далі видаємо інформацію про помилку, потім в тексті $\alpha_3 = A]$ виділяємо наступний за помилковим символ « $]$ » і оскільки пара $(], \Gamma_1) \in \Omega$, подальший контроль продовжується. При цьому будується нова послідовність (α_i, β_i) ($i = 0, 1, 2$), де z_7 – аксіома граматки Γ_7 :

$$4. \alpha_0 =], \beta_0 = z_7 \Rightarrow]; \alpha_1 =), \beta_1 =); \alpha_2 = \varepsilon, \beta_2 = \varepsilon..$$

Оскільки $\alpha_2 = \beta_2 = \varepsilon$ (ε – пусте слово), послідовність $\alpha_0 =]$ є допустимою в мові Y . Текст α переглянутий до кінця, синтаксичне налагодження на цьому закінчено.

Якби для описаної в прикладі мови Y множина Ω містила лише одну пару, наприклад, $([, \Gamma_7)$, то в початковому тексті $\alpha = (A * A + I [I * A])$ в процесі синтаксичного налагодження була б

виявлена тільки одна, а саме перша помилка «(A*»». Цим підтверджується та обставина, що повнота синтаксичного налагодження знаходиться в прямій залежності від того, задані пари (x, Γ_x) для всіх $x \in X$ чи тільки для окремих із них.

При описі вищенаведеного методу синтаксичного налагодження передбачалося, що граматики Γ_x задає множину всіх допустимих послідовностей початкової мови $Y(\Gamma)$, що починаються символом x . Проте розробка граматики Γ_x за початковою граматикою Γ є, з одного боку, досить складною задачею, з іншого – приводить до сильного зростання об'єму налагоджувального синтаксису. Тому при практичній реалізації налагоджувальної системи для окремих термінальних символів доцільно задавати такі пари (x, Γ_x) , що Γ_x породжує не всі допустимі послідовності контрольованої мови, що починаються символом x , а тільки їх деякі початкові відрізки.

Щоб і при цьому, дещо модифікованому методі синтаксичного налагодження, можна було користуватися тим самим алгоритмом синтаксичного контролю, необхідно після виявлення першої помилки провести настройку алгоритму контролю, яка полягає в наступному:

(а) той оператор, який при обробці пари (r, v) (r – слово, що є вмістом вхідного стеку, а v – вміст стеку виводу) при $r \neq \epsilon$, $v = \epsilon$ видавав інформацію про помилку, тепер замінюється оператором переходу на п.(б);

(б) в слові $r = uxw$ ($x \in X$; $u, w \in F(X)$) шукаємо перший зліва символ x такий, для якого пара (x, Γ_x) задана. Якщо жодного такого символу не знайшлося, синтаксичне налагодження на цьому закінчується. Нехай u такого символу не містить, а x – перший зліва символ, для якого пара (x, Γ_x) задана. Далі очищається стек виводу і в нього засилається метасимвол A_x – аксіома граматики Γ_x . Подальший контроль з використанням того ж алгоритму синтаксичного контролю проводиться при наступних станах вхідного стеку і стеку виводу: вміст вхідного стеку – слово xw , вміст стеку виводу є аксіома A_x .

Щодо практичної реалізації запропонованого методу синтаксичного налагодження зробимо ряд зауважень.

1. Налагоджувальний синтаксис доцільно задавати так, щоб граматики Γ_x істотним чином використовували метаозначення, вже наявні в граматиці Γ , яка породжує початкову мову $Y(\Gamma)$. Це дає можливість економити число допоміжних метасимволів і компактно записувати множину всіх підстановок граматики Γ_x .

2. У багатьох мовах програмування є конструкції типу «алгольний рядок», що складаються з будь-якої послідовності символів мови. Перевірка таких конструкцій пов'язана з великим перебором і уповільнює час контролю. Тому їх контроль доцільно здійснювати спеціальними підпрограмами, винесеними поза алгоритмом синтаксичного контролю.

3. Якщо відомі методи синтаксичного налагодження після виявлення помилки вимагають пропуску частини тексту, що слідує за помилкою, то запропонованим методом можна здійснювати подальше синтаксичне налагодження вхідного тексту без всяких пропусків.

Список використаних джерел

1. Редько В.Н. Параметрические грамматики и проблема параметризации. // Автоматизация программирования. – К.: ИК АН УССР, 1969. – Вып. 1. – С. 27-36.
2. Васильев В.А. О строении конструкций в формализованных языках... Журнал вычислительной математики и математической физики. – М.: Наука, 1966. – Вып. 6, № 4. – С. 46-50.
3. Евладенко В.Н. Алгоритм распознавания для одного класса параметрических грамматик квазирекурсивного типа. // Программирование. – М.: Наука, 1980, № 5. – С. 26-30.
4. Евладенко В.Н. Об одном параметрическом алгоритме синтаксического контроля. // Сб. «Математическое обеспечение ЭЦВМ». – К.: ИК АН УССР, 1970. – Вып. 5. – С. 3-20.

ФОРМУВАННЯ ПОНЯТТЯ НАБЛИЖЕНОГО РОЗВ'ЯЗКУ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ У СТУДЕНТІВ ЗА ДОПОМОГОЮ ІКТ

Олена Шапаренко

Науковий керівник – доктор педагогічних наук, професор В.А.Кушнір

Лише окремі, досить обмежені класи диференціальних рівнянь інтегруються в квадратурах, а в елементарних функціях і поготів.

Тому, природно, постало питання про побудову наближених розв'язків диференціальних рівнянь. Методи побудови наближених розв'язків диференціальних рівнянь з наперед заданою точністю називають наближеними методами інтегрування диференціальних рівнянь.

Наближені методи почали розвиватися одночасно з розвитком теорії диференціальних рівнянь, коли стало зрозуміло, що більшість рівнянь, які виникають з потреб практики, в загальному випадку не інтегруються в квадратурах та елементарних функціях. Наближені методи беруть початок свого розвитку з праць Ньютона та Ейлера. Нині теорія цих методів добре розвинена і є потужним апаратом дослідження процесів, описуваних складними диференціальними рівняннями, які не інтегруються в квадратурах.

Теорія наближених методів інтегрування диференціальних рівнянь розвивається в двох напрямках: теорія аналітичних наближених методів інтегрування диференціальних рівнянь та теорія чисельних методів розв'язування диференціальних задач.

Ці методи дають наближений розв'язок, ступінь точності якого зростає із зменшенням проміжку інтегрування або проміжку зміни деяких параметрів або, навпаки, він тим точніший, чим більших значень набуває незалежна змінна або деякі параметри.

Чисельні методи інтегрування диференціальних задач, ґрунтуються на заміні диференціальної задачі різницевою задачею.

Постає проблема пояснення та показ переваг чи недоліків того чи іншого методу наближеного розв'язування диференціальних рівнянь. Цю проблему вдало допомагає вирішити ІКТ. На початку розглянемо загальну суть методу Ейлера. Нехай дане диференціальне рівняння і початкова умова $y(x_0) = y_0$. Потрібно знайти функцію $y(x)$, що задовольняє як зазначеному рівнянню, так і початковій умові. Шукана функція виражається в табличному вигляді

x_0	x_1	x_2	x_3	...	x_n
y_0	y_1	y_2	y_3	...	y_n

Значення x обчислюються, через мале збільшення h , $h = x_0 - x_1 = x_2 - x_1$. Звичайно чисельне рішення цієї задачі одержують, обчислюючи спочатку значення похідної, а потім, задаючи мале збільшення для x , переходять до нової точки $x_1 = x_0 + h$. Положення нової точки визначається нахилом кривої, обчисленому за допомогою диференціального рівняння. Таким чином, графік чисельного розв'язку являє собою послідовність коротких прямолінійних відрізків, якими апроксимується крива $y = f(x)$. Сам чисельний метод визначає порядок дій при переході від даної точки кривої до наступної. На (рис.1) показано графічне представлення чисельного розв'язання задачі Коші. Тут 1 – точний розв'язок; 2 – розв'язок, отриманий чисельним методом.

Розв'язавши конкретний приклад, легко довести, якщо крок h прямує до нуля, то наближений розв'язок, прямує до точного розв'язку $y' = F(x, y)$, $y(x_0) = y_0$, тобто має місце факт сходження наближеного розв'язку до точного при $h \rightarrow 0$.

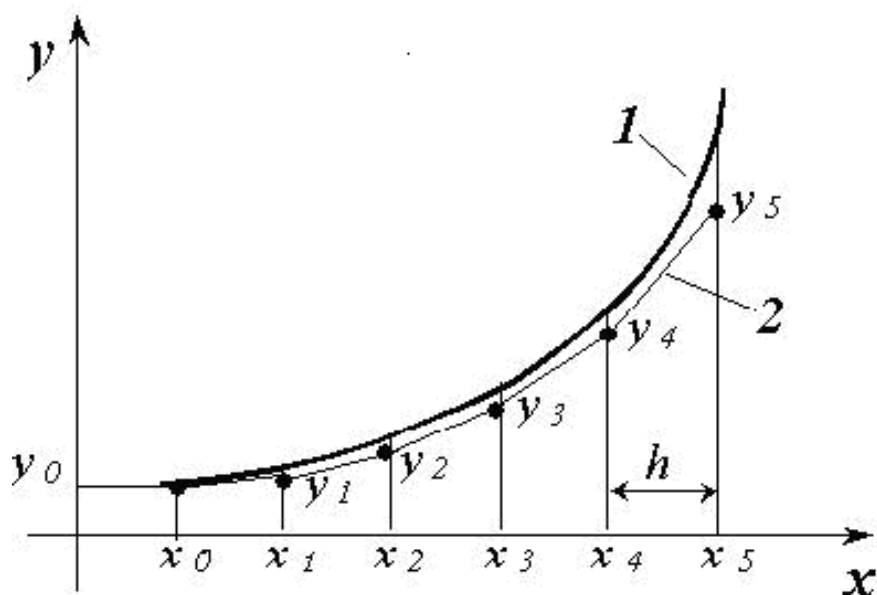


Рис.1

На графіку (рис.2) зображений точний розв'язок рівняння, та розв'язок рівняння методом Ейлера з кроком 0,05; 0,1; 0,01.

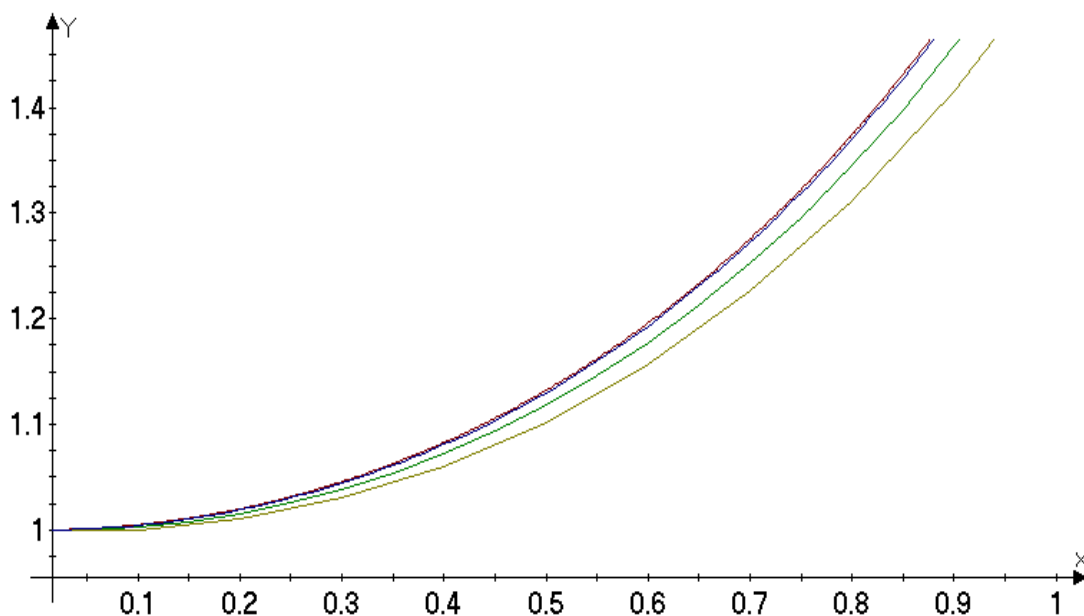


Рис.2

Розглянемо застосування методу Ейлера при розв'язуванні диференціальних рівнянь в MathCAD.

Розглянемо рівняння $y' = x \cdot y$ та його розв'язання методом Ейлера в середовищі математичного пакета MathCAD. Задаємо границі зміни $x_{\min} \equiv 0$, $x_{\max} \equiv 1$. Число точок і величина кроку $n \equiv 10$, $h \equiv \frac{(x_{\max} - x_{\min})}{n}$. Початкові умови $y_0 \equiv 1$, $x_0 \equiv x_{\min}$. По формулах методом Ейлера обчислюють при $j = 1 \dots n$,

$$x_j \equiv x_{\min} + j \cdot h,$$

$$y_j \equiv y_{j-1} + f(x_{j-1}, y_{j-1}) \cdot h.$$

Розв'язати дану задачу можна використовуючи середовище програмування. Наведемо приклад розв'язання даної задачі за допомогою програмування на мові Паскаль.

```

Program Euler;
Uses Crt;
Var xn,xk,yn,h,x,y: real;
Begin
f:=x*y;
end;
Begin
ClrScr;
Writeln ('Розв'язок диференціального рівняння');
Writeln (' $\frac{dy}{dx} = x * y$  методом Ейлера');
xn:=0;
yn:=1;
xk:=1;
h:=0,1;
Writeln ('-----');
Writeln ('| №      |      x      |      y      |');
Writeln ('-----');
x:=xn; y:=yn; i:=1;
Writeln ('|', i:2, '|', x:2:5, '|', y:7:4, '|');
Repeat
y:=y+h*f(x,y);
Writeln ('|', i:2, '|', x:2:5, '|', y:7:4, '|');
x:=x+h;
i:=i+1;
until x>xk;
Writeln ('-----');
Readln;
End.

```

В результаті розв'язання на екран виводиться таблиця наближених значень.

Таким чином аналізуючи графік, розв'язуючи рівняння в математичних пакетах, можна зрозуміти його переваги та недоліки. Так з графіку можна переконатися про швидкість збіжності методу, про точність та порядок.

Список використаних джерел

1. Запорожець Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу. – М., Высшая школа, 1966. – 460 с.
2. Самойленко А.М., Кривошия С.А., Перестук М.О., Диференціальні рівняння в задачах. – К., Либідь, 2003. – 500 с.
3. Шкіль М.І., Сотниченко М.А., Звичайні диференціальні рівняння. – К., Вища школа, 1992. – 302 с.

ПРО ДОЦІЛЬНІСТЬ ВИВЧЕННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛІ

Ольга Шульга

Науковий керівник – кандидат фізико-математичних наук, доцент Л.В. Ізюмченко

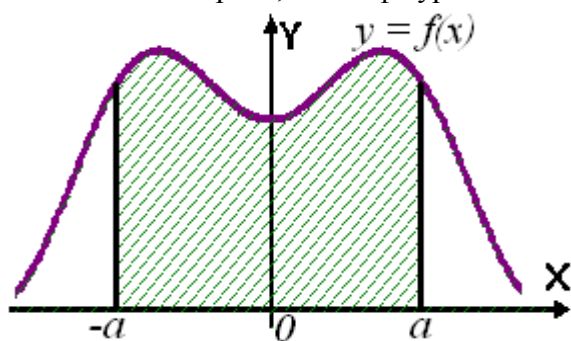
Зараз є дуже актуальним і широко обговорюється в Інтернеті питання про вилучення із шкільної програми елементів вищої математики (ВМ). Прихильники таких змін мотивують цей намір перевантаженням учнів, противники ж стверджують, що ази ВМ дозволяють учням структурувати мислення і прораховувати ризики від прийняття рішень. Нинішній ректор Московського державного університету В.А. Садовничий (народився у 1939 р. в

Харківській обл.) висловлюється за те, що забороняти вивчати ВМ у школі не потрібно, потрібно лише змінити методику її викладання, зокрема, старшокласників можна було б знайомити з елементами ВМ у вигляді оглядових лекцій, на окремих семінарах чи у спецшколах. Нагадаємо, що у 1975 році О.І. Маркушевич, автор підручників з теорії функцій комплексної змінної, виступив проти скорочення годин на вивчення традиційного курсу «Комплексні числа», сказавши, що краще взагалі зняти їх вивчення, ніж скоротити до 7 годин. З програми були виключені комплексні числа. Політика «Все або нічого» нанесла математичній освіті значної шкоди.

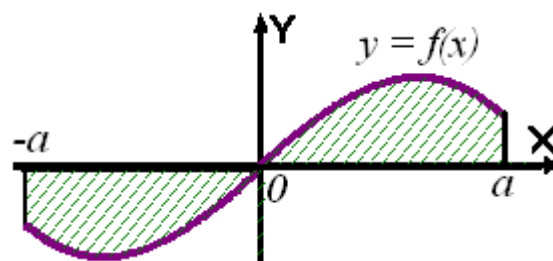
До розділів ВМ у шкільному курсі відносять елементи аналітичної геометрії, поняття функції, теорію границь, похідних, інтегралів; елементи теорії ймовірностей та математичної статистики. Навіть для учнів гуманітарних класів необхідно мати уявлення про похідну як швидкість руху і зміни різних процесів, про відшукування інтеграла, про роль початкових умов. Ми живемо в ймовірнісному світі. Розуміння ролі випадковості, кількісної характеристики випадкової події – його ймовірності, законів розподілу випадкових величин потрібне кожній грамотній людині незалежно від її професії. Тому ці знання мають бути закладені ще у школі.

Особливо хотілось би звернути увагу на вивчення елементів ВМ, які виходять за межі шкільної програми, з обдарованими учнями. Вчителі математики Педагогічного ліцею ще з початку навчання у 10 класі виділяють здібних учнів, які цікавляться математикою. Як відомо, такі діти виділяються рядом характерних особливостей: вони мають добру пам'ять, у них добре розвинута свідомість, вони настирливі в досягненні результату у сфері, яка їх цікавить, для них характерний творчий пошук; вони хочуть вчитися і досягають у навчанні успіхів; навчання дає їм задоволення, вони вміють критично оцінювати навколишню дійсність і прагнуть проникнути у суть речей і явищ, з задоволенням виконують складні і довгострокові завдання. У даній статті ми хотіли б зупинитися на аспектах вивчення теми «Інтеграл» у класах природничо-математичного профілю, зокрема, навести фрагмент дострокового індивідуального домашнього завдання (ІДЗ).

У словнику іншомовних слів терміну «інтеграл» наводиться етимологічна довідка й пояснення: від лат. integer – цілий; ціла величина, що розглядається як сума своїх нескінченно малих частин. Вивчення інтеграла у шкільному курсі алгебри і початків аналізу починається із означення первісної і невизначеного інтеграла, основних властивостей невизначеного інтеграла, таблиці основних інтегралів та основних методів інтегрування; визначеного інтеграла, площ фігур та об'ємів тіл обертання.



$$\int_{-a}^a f(x)dx = 2 \int_0^a f(x)dx, \quad S = 2 \int_0^a f(x)dx$$



$$\int_{-a}^a f(x)dx = 0, \quad S = 2 \int_0^a f(x)dx$$

У навчальну програму природничо-математичного класу включені питання обчислення визначеного інтеграла у випадках, коли проміжок інтегрування – симетричний відносно 0, а підінтегральна функція є парною (непарною); обчислення площі фігури за тих самих умов, обчислення інтеграла із використанням властивостей підінтегральної функції. Проілюструємо зміст ІДЗ на конкретному прикладі.

Завдання 1. Для функції знайти первісну, графік якої проходить через точку A :
 $y(x) = (\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x^3})^2$, $A(1; 0)$.

Після перетворення функції матимемо $y(x) = x^{4/3} - 2x^{17/12} + x^{3/2}$, невизначений інтеграл, відповідно, $\int y(x)dx = \frac{3}{7}x^{7/3} - \frac{24}{29}x^{29/12} + \frac{2}{5}x^{5/2} + C$, з урахуванням початкової умови шукана первісна має вигляд $Y(x) = \frac{3}{7}x^{7/3} - \frac{24}{29}x^{29/12} + \frac{2}{5}x^{5/2} - \frac{1}{1015}$.

Завдання 2. Обчислити невизначені інтеграли:

а) $\int 2^x \left(1 - \frac{2^{-x}}{\sqrt{x}} + 3^x\right) dx$; б) $\int (x^3 - 2)^2 x^2 dx$.

Після перетворення підінтегральної функції матимемо, відповідно,
 $\int 2^x \left(1 - \frac{2^{-x}}{\sqrt{x}} + 3^x\right) dx = \int \left(2^x - x^{-1/2} + 6^x\right) dx = \frac{2^x}{\ln 2} - 2\sqrt{x} + \frac{6^x}{\ln 6} + C$, $\int (x^3 - 2)^2 x^2 dx = \frac{(x^3 - 2)^3}{9} + C$.

Завдання 3. Обчислити визначені інтеграли

а) $\int_0^{\pi/3} 14 \cos 3x \sin 4x dx$; б) $\int_0^3 \frac{2x dx}{\sqrt{25 - x^2}}$.

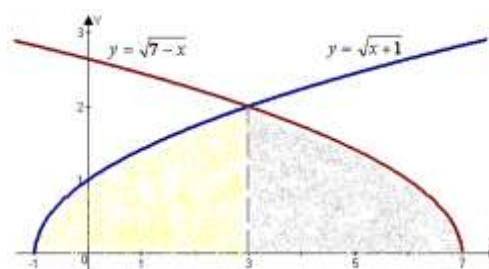
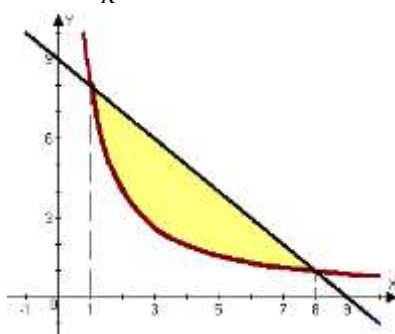
Після перетворення підінтегральної функції матимемо, відповідно,

$$\int_0^{\pi/3} 14 \cos 3x \sin 4x dx = \int_0^{\pi/3} 7(\sin 7x + \sin x) dx = (-\cos 7x - 7 \cos x) \Big|_0^{\pi/3} = (\cos 7x + 7 \cos x) \Big|_{\pi/3}^0 =$$

$$= (1 + 7) - (0,5 + 7 \cdot 0,5) = 4 \quad \text{та} \quad \int_0^3 \frac{2x dx}{\sqrt{25 - x^2}} = -2 \sqrt{25 - x^2} \Big|_0^3 = -2(4 - 5) = 2.$$

Завдання 4. Обчисліть площу фігури, обмеженої лініями:

а) $y = \frac{8}{x}$; $x + y = 9$; б) $y = \sqrt{7 - x}$; $y = \sqrt{x + 1}$; $y = 0$.



а) Розв'язавши систему $y = \frac{8}{x}$; $x + y = 9$, маємо абсциси точок перетину $x_1 = 1$; $x_2 = 8$. А

тоді $S = \int_1^8 \left(9 - x - \frac{8}{x}\right) dx = \left(9x - \frac{x^2}{2} - 8 \ln|x|\right) \Big|_1^8 = (72 - 32 - 8 \ln 8) - \left(9 - \frac{1}{2} - 8 \ln 1\right) = 31 \frac{1}{2} - 24 \ln 2$.

Площа дорівнює $S = 31 \frac{1}{2} - 24 \ln 2 \approx 14,86447$ (од.²).

б) Прирівнявши попарно функції, отримаємо абсциси точок перетину указаних ліній:

$x_1 = -1$; $x_2 = 3$; $x_3 = 7$. Матимемо $S = S_1 + S_2 = \int_{-1}^3 \sqrt{x+1} dx + \int_3^7 \sqrt{7-x} dx =$

$$= \left(\frac{2}{3}(x+1)^{3/2}\right) \Big|_{-1}^3 + \left(-\frac{2}{3}(7-x)^{3/2}\right) \Big|_3^7 = \frac{2}{3} \cdot 8 - \left(0 - \frac{2}{3} \cdot 8\right) = \frac{32}{3} = 10,6 \text{ (од.}^2\text{)}.$$

Завдання 5. Використовуючи властивості підінтегральної функції, обчислити

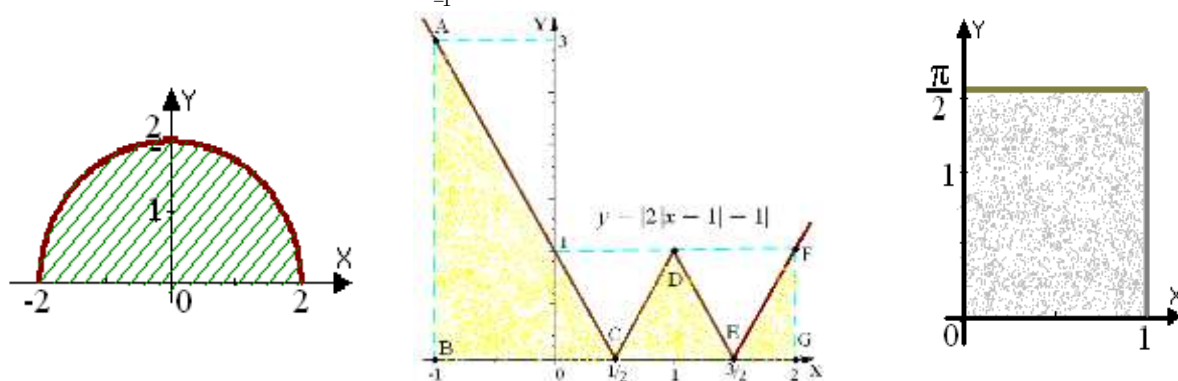
а) $\int_{-1}^1 (x^4 \operatorname{tg} x + \sin^9 x \cdot \cos 2x + x^4) dx$, б) $\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2} dx$, в) $\int_{-1}^2 |2|x-1|-1| dx$,
 г*) $\int_0^1 (\arcsin \sqrt{1-x^2} + \arcsin x) dx$ (значок * вказує на завдання поглибленого рівня).

У завданні а) підінтегральну функцію можна представити у вигляді двох доданків, один з яких – непарна функція, а друга – парна: $\int_{-1}^1 (x^4 \operatorname{tg} x + \sin^9 x \cdot \cos 2x + x^4) dx =$

$$= \int_{-1}^1 (x^4 \operatorname{tg} x + \sin^9 x \cdot \cos 2x) dx + \int_{-1}^1 x^4 dx = 2 \int_0^1 x^4 dx = \frac{2}{5} x^5 \Big|_0^1 = \frac{2}{5}.$$

До завдань б)-в) зобразимо графіки підінтегральних функцій та обчислимо площі півкруга радіуса 2 та, відповідно, об'єднання трикутників ABC , CDE і EFG :

$$\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2} dx = \frac{1}{2} \cdot (\pi \cdot 2^2) = 2\pi; \quad \int_{-1}^2 |2|x-1|-1| dx = \frac{1}{2} \cdot (3 \cdot \frac{3}{2} + 1 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1) = 3.$$



У завданні г): продиференціюємо підінтегральну функцію та покажемо, що на даному проміжку вона є сталою:

$$(\arcsin \sqrt{1-x^2} + \arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-(\sqrt{1-x^2})^2}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot (-2x) + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = -\frac{x}{|x|\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

. Враховуючи умову, що $x \in [0;1]$, отримаємо, що похідна рівна нулю для $\forall x \in (0;1)$, а тому функція є сталою на даному проміжку. Обчисливши значення у якійсь точці, наприклад, $x = \frac{1}{2}$, отримаємо $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$, а тому площа прямокутника із сторонами 1 та $\frac{\pi}{2}$ (і шуканий визначений інтеграл) дорівнює $\frac{\pi}{2}$.

Наведений приклад довгострокового ІДЗ, яке захищається перед тематичним оцінюванням, дає уявлення про рівень вимог до знань ліцеїстів природничо-математичного класу, які претендують на високий рівень навчальних досягнень. Такі завдання дають можливість обдарованим школярам підвищувати свій математичний рівень, розвивати здібності, формувати навички розв'язування задач, тематика яких є близькою до шкільної програми, хоч і виходить за її межі.

Наміри виключити з шкільного курсу математики елементи ВМ – нонсенс. Сучасний етап розвитку цивілізації – триумф науки, перш за все математики і фізики, і відмова від її розуміння основною масою молоді – злочин перед майбутнім держави.

РОЗРОБКА АЛГОРИТМУ АНОТУВАННЯ УКРАЇНОМОВНИХ ТЕКСТІВ

Анна Явдошук

Науковий керівник – кандидат педагогічних наук, доцент І.В. Лупан

На сучасному етапі об'єми документообігу значно збільшилися, тож існує потреба обробки величезного масиву текстової інформації. До засобів аналізу текстової інформації можна віднести технологію Text Mining. Ця технологія є алгоритмом виявлення на основі систем штучного інтелекту, статистичного і лінгвістичного аналізу раніше невідомих зв'язків і кореляцій у неструктурованих текстових даних.

Класичними задачами для Text Mining є [1, 197]: класифікація, кластеризація, автоматичне анотування, вилучення ключових понять, навігація по тексті. Однією з проблемних задач, для якої на цей час не знайдено оптимального розв'язку, є автоматичне анотування україномовних текстів. Алгоритми анотування умовно можна розділити на два типи [1, 214]:

- Узагальнення – полягає у використанні попередньо розроблених граматики природних мов, тезаурусів, онтологічних довідників, на основі яких виконується переформування початкового тексту та його узагальнення.
- Виявлення – передбачає виділення найбільш важливих фрагментів (найчастіше речень) з початкового тексту і поєднання їх в анотацію.

Недоліком алгоритмів першого типу є відсутність високоякісних джерел знань та невисока швидкість роботи порівняно з другим типом, тому використовувати його для аналізу україномовних текстів недоцільно. Щодо недоліків другого методу, то це відсутність стилістичної та змістовної гладкості, поява „висячих” слів (він, тоді). Отже, необхідний новий підхід, який би усунув ці проблеми.

Вирішенням даної ситуації може стати розроблений алгоритм, що дозволяє усунути ці недоліки та покращити якість анотації. Основна ідея полягає у діалозі користувача та програми, що допоможе виявити, які ключові поняття цікавлять користувача. Таким чином процес анотації стане більш гнучким, а головне користувач зможе управляти процесом анотування. Подолання недостатньої змістової гладкості відбувається допомогою вилучення стоп-слів (слова, які не несуть змісту). Завдяки цьому обсяг анотації значно зменшиться, а зміст буде максимально наближений до побажань користувача. В загальному вигляді алгоритм побудови анотації наступний:

1. Вилучення початкового тексту (переформатування початкового формату в формат txt);
2. Аналіз початкового тексту:
 - 2.1. Статистичний аналіз (підрахунок слів, стоп-слів та ін);
 - 2.2. Визначення ключових слів (фраз), які будуть відображатися в анотації;
 - 2.3. Діалог з користувачем;
3. Визначення характерних фрагментів тексту, з яких складатиметься анотація;
4. За формулою: $Weight(B) = Location(B) + KeyPhrase(B) + StatTerm(B) + PriorTerm(B)$, де $Weight(B)$ – сумарна вага блоку, $Location(B)$ – вага блоку в залежності від його положення в тексті, $KeyPhrase(B)$ – присутність в блоці ключових фраз типу „на закінчення” тощо, $StatTerm(B)$ – статистична вага терміну, що характеризує баланс між частотою появи терміну в фрагменті та в усьому документі, $PriorTerm(B)$ – збільшує вагу блоку, якщо до нього терміни присутні в заголовку і в інших важливих структурних одиницях.
5. Формування відповідного висновку;
6. Стильова обробка висновку (вилучення стоп-слів).

На базі цього алгоритму створено програму для анотування україномовних текстів (рис. 1). Анотування може відбуватися в двох режимах:

- автоматичному режимі анотування (програма автоматично визначає фрагменти, які будуть в анотації);
- за допомогою майстра анотацій (користувач сам керує процесом анотування).

При автоматичному анотуванні програма виконує ряд маніпуляцій з текстом, після чого на екрані в лівому кутку програми відображається інформаційне вікно, де міститься наступна інформація:

- ключові слова, за якими визначається вага речення;
- статистика тексту, тобто співвідношення не інформативних та інформативних слів в тексті;
- ступінь стиснення тексту;

Справа від інформаційного вікна відображається вже готова анотація, яку користувач може переглядати в цій програмі або скопіювати в потрібний файл.

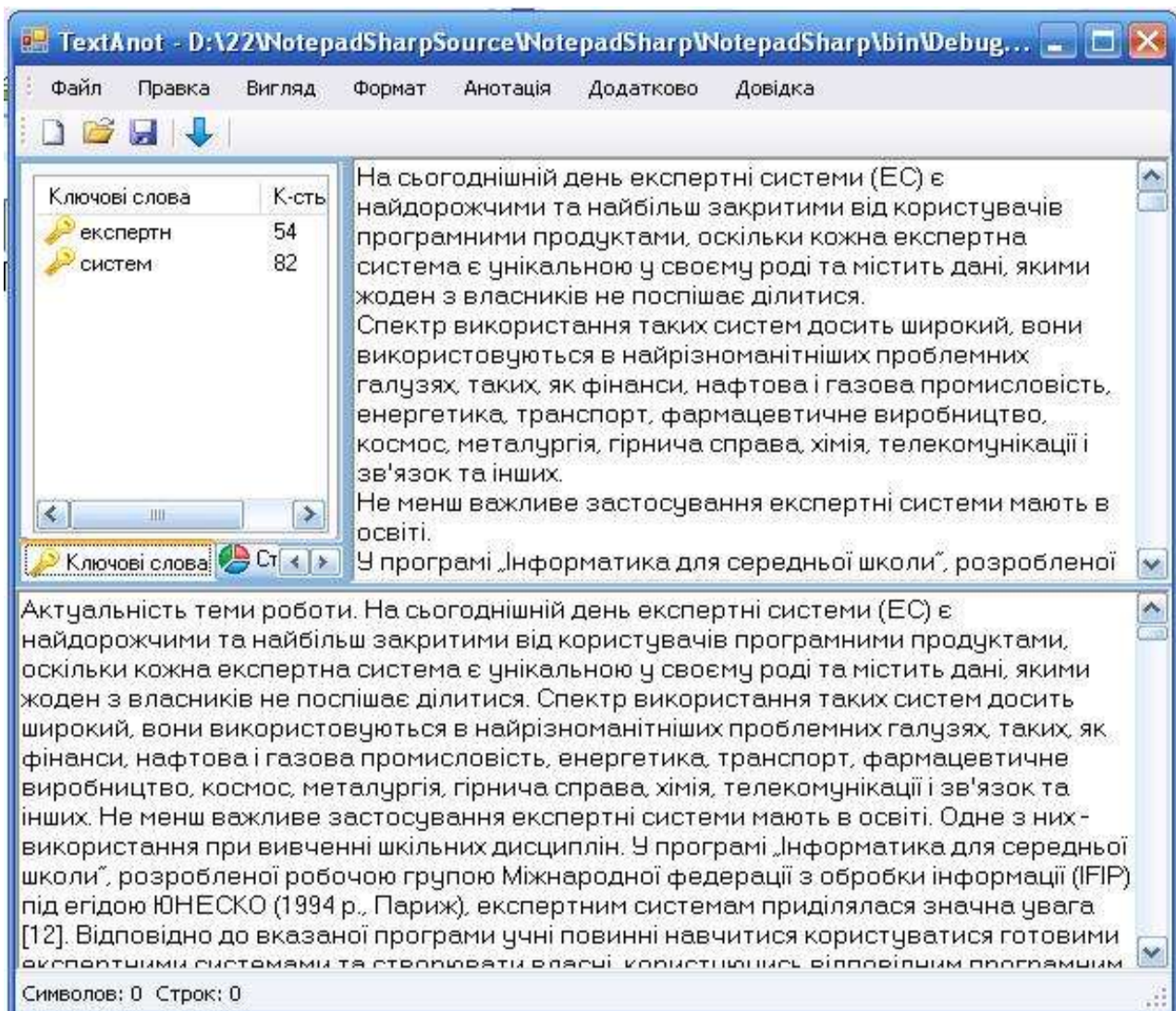


Рис. 1.

Анотування за допомогою майстра анотацій передбачає покрокове створення анотації, де користувач самостійно визначає ключові слова, які запропоновані програмою або вводить їх самостійно та ступінь стиснення тексту (Рис. 3.). Після визначення всіх параметрів виводиться головне вікно (як і при автоматичному анотуванні), де міститься вся інформація про анотування.

Крім того в програмі реалізовано словники з можливістю редагування, пошуку та доповнення, які визначають стоп-слова та слова зі смисловим навантаженням (Рис. 2).



Рис. 2.

Зручне меню та інтерфейс дозволяє навіть недосвідченому користувачу створювати власні анотації. В програмі реалізована потокова обробка тексту, що забезпечує прискорення роботи програми.

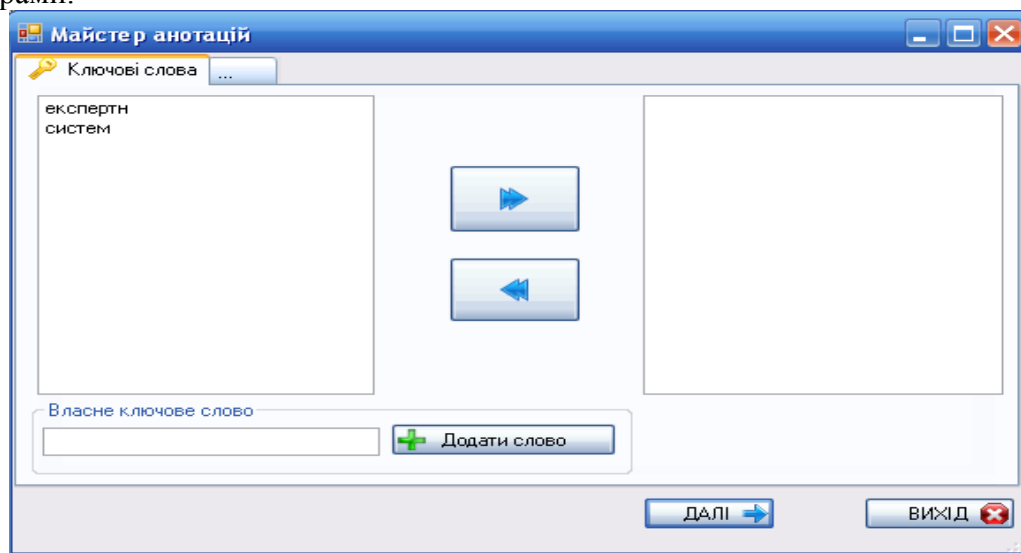


Рис. 3.

Також є можливість працювати в режимі редагування. В цьому режимі користувач може редагувати вхідний текст, що піддаватиметься анотації.

Список використаних джерел

1. Технологии анализа данных: Data Mining, Visual Mining, Text Mining, OLAP/ А. А. Барсегян, М. С. Куприянов, В. В. Степаненко, И. И. Холод – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб.: БХВ-Петербург, 2007. -384 с.

ЗМІСТ

Денис Бондаренко

Використання математичного пакету Maple 13 при розв'язуванні задач цілочисельного програмування..... 3

Дмитро Бондаренко

Слабонелінійні нетерові крайові задачі в критичному випадку другого роду для СДР..... 6

Юлія Варфоломєєва

Елементи тестового контролю при вивченні лінійної алгебри..... 9

Оксана Волик

Інформаційно-комп'ютерні технології у навчанні математичного аналізу..... 12

Юлія Григор'єва

Експериментальні задачі для учнівських олімпіад з фізики 15

Марина Кандиба

Катерина Логвинівна Ющенко – засновник теоретичного програмування в Україні 18

Наталя Касімова

Деякі застосування логіки висловлень 21

Галина Крамар

Система комплексного оцінювання знань студентів при вивченні курсу “Математичне моделювання економіки” 24

Євгенія Кулькова

Порівняння методів розв'язування оптимізаційних задач 27

Євгенія Кулькова, Людмила Ізюмченко

Застосування координатного методу до розв'язування конкурсних геометричних задач 30

Володимир Матвєєв

Про гладкість експоненціально стійкого інваріантного тору 34

Ксенія Негода

Педагогічне тестування при вивченні математичної статистики 35

Яна Омельчук

Міри та їх векторні значення..... 39

Інна Потапова

Лебегівське продовження міри 42

Валерій Прядун

застосування Функції Без'є до побудови поверхонь 45

Ірина Сенчіна, Людмила Ізюмченко

Функціональні методи розв'язування рівнянь..... 47

Олена Сергієнко

Перевірка результатів вивчення студентами розділу «Елементи комбінаторики» 50

Олексій Тупаленко

Програмне середовище для візуальної роботи з графами 53

Віра Уманець

Розвиток творчих здібностей учнів на уроках трудового навчання при вивченні розпису по тканині 56

Вікторія Царенко, Зоя Халецька

Використання системи moodle для реалізації тестового контролю знань учнів з інформатики 62

Сергій Чоповський, Володимир Євладенко

Метод синтаксичного налагодження програм..... 64

Олена Шапаренко

Формування поняття наближеного розв'язку диференціальних рівнянь у студентів за допомогою ІКТ 69

Ольга Шульга

Про доцільність вивчення елементів вищої математики в школі..... 71

Анна Явдошук

Розробка алгоритму анотування україномовних текстів..... 75

Студентські наукові записки
(випуск 3)
Збірник наукових статей студентів
фізико-математичного факультету

Підписано до друку 15.05.2010.
Формат 60x84/16. Папір офсет. Друк різнограф.
Ум. др. арк. 4,17. Наклад 300. Зам. № 5533

Редакційно-видавничий центр
Кіровоградського державного педагогічного
університету імені Володимира Винниченка
25006, Кіровоград, вул. Шевченка, 1
Тел. (0522) 24 59 84
Факс (0522) 24 85 44