

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**Центральноукраїнський державний
педагогічний університет імені Володимира Винниченка**

Кафедра математики, інформатики, економіки та
методик їхнього навчання

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

В.о. завідувача кафедри
доцент Яременко Ю.В.

«2» вересня 2021 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

	Алгебра (шифр і назва навчальної дисципліни)
Спеціальність	014.09 Середня освіта (Інформатика) (шифр і назва спеціальності)
освітня програма	Середня освіта (Інформатика та Математика) (назва)
Факультет	математики, природничих наук та технологій (назва інституту, факультету, відділення)
форма навчання	денна (денна, заочна)

Робоча програма з дисципліни «Алгебра» для студентів за напрямом підготовки бакалавр у галузі **01 Освіта/Педагогіка** за спеціальністю **014 Середня освіта**

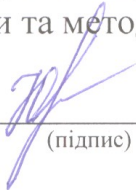
Розробник:

Нічишина В.В. – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри математики, інформатики, економіки та методик їхнього навчання

Робочу програму схвалено на засіданні кафедри математики, інформатики, економіки та методик їхнього навчання

Протокол від «2» вересня 2021 року № 2

В.о. завідувача кафедри математики, інформатики,
економіки та методик їхнього навчання



(підпис)

Яременко Ю.В.
(прізвище та ініціали)

© _____, 2021 рік
© _____, 20__ рік

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність/напрямок, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни	
		денна форма навчання	заочна форма навчання
Кількість кредитів – 8	Галузь знань: 01 Освіта/Педагогіка	Нормативна	
Індивідуальне науково- дослідне завдання – немає	Спеціальність: 014.09 Середня освіта (Інформатика)	Рік підготовки:	
Загальна кількість годин – 60+75+105		2-й, 3-й	
		Семестр	
3-й, 4-й, 5-й			
Тижневих годин для денної форми навчання: - у III семестрі: аудиторних – 2 самостійної роботи студента – 1,5 - у IV семестрі: аудиторних – 2 самостійної роботи студента – 2,5 - у V семестрі: аудиторних – 3 самостійної роботи студента – 3	Рівень вищої освіти: Бакалавр	Лекції	
		18+18+34 год.	
		Практичні, семінарські	
		16+16+16 год.	
		Лабораторні	
		0 год.	
		Самостійна робота	
		26+41+55 год.	
		Індивідуальні завдання:	
		–	
Вид контролю:			
екзамен, залік, екзамен			

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета: підготовка майбутнього вчителя до глибшого розуміння шкільного курсу алгебри, окремих розділів геометрії та фізики, використання методів сучасної алгебри, в першу чергу теорії розв'язування та дослідження систем лінійних рівнянь, теорії кілець, конгруенцій, полів та їх розширень для аналізу теоретичних і практичних питань теорії чисел, многочленів і числових систем, які вивчаються у школі; усвідомлення єдиного підходу до вивчення основних питань теорії чисел та многочленів, які входять у шкільну програму; формування загальної алгебраїчної культури, необхідної як для глибокого розуміння цілей і завдань дисциплін прикладного спрямування, так і для формування математичного фундаменту майбутнього спеціаліста.

Завдання: навчити студентів вільно оперувати основними поняттями теорії систем лінійних рівнянь (СЛР), теорії визначників та матриць і їхніми застосуваннями, теорії лінійних просторів, теорії лінійних операторів (ЛО), теорії унітарних та евклідових просторів; теорії квадратичних форм (КФ), основних алгебраїчних систем (група, підгрупа, розклад групи за підгрупою, нормальний дільник, фактор-група, гомоморфізм груп; кільце, підкільце, ідеали кільця, фактор-кільце, гомоморфізми кільця, евклідові кільця, кільця головних ідеалів, факторіальні кільця); теорії подільності в кільці цілих чисел (прості, складені числа; НСД, НСК, основна теорема арифметики, розподіл простих чисел, основні числові функції); теорії конгруенцій (конгруенції, функція Ейлера, теореми Ейлера і Ферма; конгруенції з одним невідомим, арифметичні застосування теорії конгруенцій: ознаки подільності, діофантові рівняння, знаходження остач від ділення, перевірка правильності арифметичних обчислень, знаходження довжини періоду та передперіоду десяткового дробу; конгруенції вищих порядків за простим модулем; порядки чисел за даним модулем, первісні корені); теорії многочленів від однієї змінної (кільце многочленів $K[x]$, корені многочлена, кратні множники многочлена) та багатьох змінних (симетричні многочлени та їх застосування); теорії многочленів над числовими полями Q, R, C ; рівняння третього та четвертого степенів, алгебраїчна замкненість поля комплексних чисел; просте алгебраїчне розширення поля, скінченні розширення поля; умови існування розв'язків рівнянь в радикалах; класичні задачі на побудову, основних алгебраїчних систем; теорії многочленів від однієї змінної та багатьох змінних (симетричні многочлени та їх застосування); теорії многочленів над числовими полями Q, R, C ; рівняння третього та четвертого степенів, алгебраїчна замкненість поля комплексних чисел; просте алгебраїчне розширення поля, скінченні розширення поля; умови існування розв'язків рівнянь в радикалах; класичні задачі на побудову; основними поняттями чисельних методів алгебри (розв'язування рівнянь та систем рівнянь).

У результаті вивчення навчальної дисципліни у студента мають бути сформовані такі *компетентності*:

Інтегральна компетентність

Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми у галузі освіти та інформатики, що передбачає застосування певних теорій і методів педагогічних та комп'ютерних наук і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

- здатність ефективно застосовувати ґрунтовні знання змісту шкільної математики, формувати в учнів критичне мислення, розуміння математичного доведення та математичного моделювання, уміння використовувати та будувати прості математичні моделі для вирішення проблем;
- здатність забезпечити умови для набуття учнями умінь застосовувати математичні методи для вирішення прикладних завдань у різних сферах діяльності;
- здатність забезпечувати розвиток прийомів розумової діяльності та просторової уяви учнів, усвідомлюючи й реалізуючи специфічні можливості процесу навчання математики для розвитку логічного та алгоритмічного мислення.

Зокрема:

- процедурна компетентність – уміння розв'язувати типові задачі, необхідно:
 - використовувати на практиці алгоритм розв'язування типових задач;

- уміти систематизувати типові задачі, знаходити критерії зведення задач до типових; уміти розпізнавати типову задачу або зводити її до типової;
- уміти використовувати різні інформаційні джерела для пошуку процедур розв'язувань типових задач (підручник, довідник, Інтернет-ресурси);
- логічна компетентність – володіння дедуктивним методом доведення та спростування тверджень, необхідно:
 - володіти і використовувати на практиці понятійний апарат дедуктивних теорій (поняття, визначення понять; висловлювання, аксіоми, теореми і їх доведення, контрприклад до теорем тощо);
 - відтворювати дедуктивні доведення теореми та доведення правильності процедури розв'язання типових задач;
 - здійснювати дедуктивні обґрунтування правильності розв'язання задач та шукати логічні помилки у неправильних дедуктивних міркуваннях;
 - використовувати алгебраїчну, логічну та геометричну символіку на практиці;
- технологічна компетентність – володіння сучасними математичними пакетами, необхідно:
 - будувати комп'ютерні моделі для предметної області задачі з метою їх евристичного або точного розв'язання;
- дослідницька компетентність – володіння методами дослідження практичних та прикладних задач алгебраїчними та геометричними методами, необхідно:
 - формулювати математичні задачі;
 - будувати аналітичні моделі задач;
 - висувати та перевіряти справедливості гіпотез, спираючись на відомі методи (індукція, аналогія, узагальнення), а також на власний досвід досліджень;
 - інтерпретувати результати, отримані формальними методами;
 - систематизувати отримані результати, досліджувати межі справедливості отриманих результатів, установлювати зв'язки з попередніми результатами, шукати аналогії в інших розділах математики;
- методологічна компетентність – уміння оцінювати доцільність використання алгебраїчних та геометричних методів для розв'язання практичних та прикладних задач, необхідно:
 - аналізувати ефективність розв'язання задач алгебраїчними та геометричними методами;
 - рефлексія власного досвіду розв'язування задач та подолання перешкод з метою постійного вдосконалення власної методології проведення досліджень.

Компонентами алгебраїчних компетентностей є:

- мотиваційний – внутрішня мотивація, інтерес;
 - змістовий – комплекс алгебраїчних та геометричних знань, умінь та навичок;
 - дійовий – навички навчальної діяльності (самостійність, самооцінка, самоконтроль).
- Природа компетентності така, що вона може проявлятися лише в органічній єдності з цінностями людини, тобто в умовах глибокої особистої зацікавленості в даному виді діяльності.
- Формування мотиваційного компонента здійснюється через:
- забезпечення позитивного ставлення студентів до алгебраїчної діяльності;
 - виховання пізнавального інтересу;
 - пізнавальну самостійність та активність.

Програмні результати навчання:

- знання структури предметної галузі математики, її місце в системі наук, розуміння перспектив розвитку математики, її суспільне значення;
- знання сутності та основних методів доведення математичних тверджень у навчанні учнів алгебри; уміння забезпечити умови для набуття учнями досвіду застосування математичних знань та умінь, формування їхнього позитивного ставлення до вивчення систематичного курсу алгебри.

Знати: основні поняття теорії систем лінійних рівнянь; теорії визначників та матриць і їхні застосування; основні поняття теорії лінійних просторів; основні поняття теорії лінійних операторів; застосування теорії лінійних операторів до дослідження кривих та поверхонь другого порядку; основні поняття теорії унітарних та евклідових просторів; основні чисельні методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь та нелінійних рівнянь; основні поняття теорії груп; основні поняття теорії кілець; поняття подільності в області цілісності, найбільший спільний дільник елементів області цілісності; евклідові кільця, кільця головних ідеалів, прості елементи кільця; основні поняття теорії конгруенцій; основні поняття теорії кілець многочленів від однієї змінної, теорії многочленів від багатьох змінних; симетричні многочлени; алгебраїчна замкненість поля комплексних чисел, рівняння третього і четвертого степеня, многочлени з раціональними коефіцієнтами; основні поняття чисельних методів алгебри (розв'язування рівнянь та систем рівнянь).

3. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Числові поля. Поле комплексних чисел.

Тема 1. Відношення. Прямий добуток двох множин, n однакових множин. Область визначення, множина значень; властивості відношень (рефлексивність, антирефлексивність, симетричність, антисиметричність, транзитивність), графіки відношень. Розбиття множини на класи.

Тема 2. Алгебраїчні операції. Види бінарних операцій. Алгебри. Тип алгебри. Область цілісності, поле.

Тема 3. Поле комплексних чисел. Алгебраїчна форма комплексного числа. Дії над комплексними числами в алгебраїчній формі. Спряжені комплексні числа. Геометрична ілюстрація. Тригонометрична форма комплексного числа. Дії над комплексними числами в тригонометричній формі. Формула Муавра. Добування кореня з комплексного числа.

Розділ 2. Системи лінійних рівнянь.

Тема 1. Загальні відомості про СЛР – вектор-розв'язок, сумісні (визначені, невизначені), несумісні СЛР. Теорема про те, що кожна СЛР, що має два різних розв'язки, має нескінченно багато розв'язків. Елементарні перетворення СЛР. Метод Гаусса розв'язування СЛР.

Тема 2. Перестановки та підстановки. Дії над підстановками. Транспозиції. Інверсії.

Тема 3. Матриці та дії над ними. Властивості дій над матрицями. Транспонована матриця. Множення матриць та його властивості.

Тема 4. Теорія визначників: визначники малих порядків, їх обчислення та зв'язок з СЛР. Визначники n -го порядку та їх властивості. Способи обчислення визначників.

Тема 5. Крамерівські СЛР. Взаємно-обернені матриці. Критерій оборотності. Способи знаходження оберненої матриці. Матричний спосіб розв'язування СЛР. Теорема Крамера та її застосування.

Розділ 3. Дослідження систем лінійних рівнянь.

Тема 1. Арифметичний n -вимірний лінійний простір. Арифметичні вектори та властивості дій над ними. Лінійна залежність і незалежність системи векторів, властивості. Еквівалентні системи векторів. Базис і ранг скінченої системи векторів.

Тема 2. Ранг матриці, способи обчислення, приклади. Рівність рядкового і стовпцевого рангів матриці. Теорема Кронекера-Капеллі (критерій сумісності СЛР та критерій визначеності сумісної СЛР).

Тема 3. Зв'язок між розв'язками неоднорідної СЛР і відповідної їй однорідної СЛР. Критерій існування ненульових розв'язків однорідної СЛР та критерій визначеності сумісної неоднорідної СЛР. Системи лінійних однорідних рівнянь, фундаментальна система розв'язків однорідної СЛР.

Розділ 4. Лінійні простори. Унітарні і евклідові простори.

Тема 1. Лінійний простір. Підпростір. Критерій підпростору. Перетин підпросторів. Розмірність перетину. Сума підпросторів. Розмірність суми. Пряма сума підпросторів. Об'єднання підпросторів.

Тема 2. Лінійна оболонка системи векторів, її будова. Простір розв'язків однорідної СЛР і лінійний многовид розв'язків неоднорідної системи рівнянь. Координати вектора в різних базисах. Ізоморфізм векторних просторів.

Тема 3. Векторні простори із скалярним множенням. Властивість ортогональної системи ненульових векторів. Процес ортогоналізації. Ортогональне доповнення до базису.

Тема 4. Евклідові векторний простір. Приклади евклідових просторів. Норма вектора, кут між векторами. Нерівність Коші–Буняковського. Унітарний простір.

Розділ 5. Лінійні оператори. Структура лінійного відображення. Лінійні оператори на евклідовому та унітарному просторах.

Тема 1. Лінійні оператори, означення та найпростіші властивості. Подібні матриці. Дії над лінійними операторами, їхні матриці. Невироджені лінійні оператори. Повна лінійна група.

Тема 2. Структура лінійного відображення. Інваріантні підпростори. Власні вектори і власні значення. Знаходження власних векторів лінійних операторів, алгоритм.

Розділ 6. Квадратичні форми.

Тема 1. Білінійні форми. Матриця білінійної форми. Матриця квадратичної форми. Канонічний вигляд квадратичної форми. Індекс і ранг квадратичної форми.

Тема 2. Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду: методи Лагранжа, Якобі, ортогональних перетворень. Застосування квадратичної форми до дослідження кривих і поверхонь другого порядку.

Розділ 7. Групи.

Тема 1. Групи. Підгрупи груп. Розклад групи за підгрупою. Розклад групи за підгрупою на суміжні класи. Теорема Лагранжа.

Тема 2. Нормальні дільники групи. Гомоморфізм груп. Нормальний дільник групи, різні його означення, еквівалентність різних означень та використання на практиці. Фактор-група.

Розділ 8. Кільця.

Тема 1. Кільце, підкільце. Ідеали кільця. Фактор-кільце. Гомоморфізм кілець. Властивості кільця. Підкільце. Область цілісності. Ідеали кільця. Дії над ідеалами.

Тема 2. Подільність в області цілісності, НСД елементів області цілісності. Евклідові кільця, кільця головних ідеалів.

Подільність в області цілісності, НСД елементів області цілісності. Теорія подільності в кільці цілих чисел. Теорема про ділення з остачею НСД і НСК. Алгоритм Евкліда. Зв'язок евклідових кілець з кільцями головних ідеалів. НСД і НСК елементів кільця головних ідеалів. Прості числа в кільці цілих чисел. Решето Ератосфена.

Розділ 9. Теорія конгруенцій.

Тема 1. Конгруенції, їх застосування. Конгруенції, їх властивості. Повна система лишків, її властивості. Кільце класів лишків. Приклади. Зведена система лишків. Функція Ейлера. Теорема Ейлера і Ферма.

Тема 2. Конгруенції з одним невідомим. Лінійні конгруенції з одним невідомим, різні методи їх розв'язування. Конгруенції вищих порядків за простим модулем.

Тема 3. Арифметичні застосування теорії конгруенцій. Виведення ознак подільності, розв'язування лінійних діофантових рівнянь, знаходження остач від ділення, перевірка правильності арифметичних обчислень, знаходження довжини періоду та передперіоду десяткового дробу.

Розділ 10. Кільце многочленів від однієї змінної. Многочлени від багатьох змінних.

Тема 1. Кільце многочленів над областю цілісності K .

Властивості $K[x]$. Просте трансцендентне розширення кільця K за допомогою елемента x . Кільце многочленів $P[x]$, де P – поле. Теорема про ділення з остачею. Корені многочлена $f(x) \in P[x]$, де P – поле. Існування кореня многочлена.

Поділ многочлена на двочлен. Теорема Безу. Корінь многочлена. Схема Горнера. Розклад за степенями $(x-c)$.

Тема 2. $P[x]$. Подільність многочленів.

Властивості подільності многочленів у кільці $P[x]$. Спільний дільник $(f(x); g(x))$; НСД $(f(x); g(x))$. Взаємно прості многочлени. Теорема про вираження НСД $(f(x); g(x))$ через самі многочлени. Алгоритм Евкліда.

Тема 3. $P[x]$. Звідні і незвідні над даним полем многочлени.

Поняття звідності (незвідності). Властивості незвідних над полем P многочленів. Теорема Вієта.

Тема 4. Похідна многочлена. Кратні множники многочлена.

Формальне означення похідної. Властивості (правила диференціювання). Степінь похідної. Формула Тейлора. Обчислення значень похідних при $x=c$ за допомогою схеми Горнера. Кратні множники. Кратні корені многочлена.

Розділ 11. Многочлени від багатьох змінних.

Тема 1. Кільце многочленів від багатьох змінних. Симетричні многочлени.

Комутативне кільце з одиницею. Степінь члена; степінь многочлена, лексикографічний принцип упорядкування многочленів. Вищий член добутку двох многочленів.

Тема 2. Теорія виключення.

Результант. Дискримінант. Детермінант Сільвестра.

Розділ 12. Многочлени від однієї змінної над числовими полями. Алгебраїчні розширення полів.

Тема 1. Многочлени від однієї змінної над полем C . Алгебраїчна замкненість поля комплексних чисел. Основна теорема алгебри многочленів.

Тема 2. Многочлени від однієї змінної над полем R . Рівняння 3-го і 4-го степенів.

Метод Ньютона. Метод Штурма. Рівняння третього степеня (метод Кардано-Тартальї), Рівняння 4-го степеня (метод Феррарі).

Розділ 13. Чисельні методи алгебри.

Тема 1. Розв'язування рівнянь з одним невідомим.

Задача відокремлення коренів. Задача уточнення кореня. Метод поділу відрізка навпіл та його збіжність. Метод хорд. Метод Ньютона та його збіжність. Комбінований метод хорд і дотичних, модифікації методу Ньютона. Метод простої ітерації та його збіжність.

Тема 2. Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Поняття про точні та наближені методи розв'язування систем лінійних рівнянь. Точні методи: метод Гаусса (його модифікації), формули Крамера, матричний спосіб, метод квадратних коренів для систем з симетричною матрицею. Ітераційні методи для систем лінійних алгебраїчних рівнянь, достатні умови збіжності.

4. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин												
	денна форма						заочна форма						
	усього	у тому числі					у сьог	у тому числі					
		л	п	лаб	інд.	с. р.		л	п	лаб	інд.	с. р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
III семестр													
Розділ 1. Числові поля. Поле комплексних чисел.													
Тема 1. Відношення. Прямий добуток двох множин	4	1				3							
Тема 2. Алгебраїчні операції. Види бінарних операцій.	5	1	2			2							
Тема 3. Поле комплексних чисел. Алгебраїчна форма комплексного числа. Геометрична ілюстрація. Тригонометрична форма комплексного числа.	6	2	2			2							
Розділ 2. Системи лінійних рівнянь													
Тема 1. Загальні відомості про СЛР. Елементарні перетворення СЛР. Метод Гаусса розв'язування СЛР.	6	2	2			2							
Тема 2. Перестановки та підстановки. Дії над підстановками. Транспозиції. Інверсії.	4	1				3							
Тема 3. Матриці та дії над ними. Властивості дій над матрицями. Транспонована матриця. Множення матриць та його властивості.	6	2	2			2							
Тема 4. Теорія визначників: визначники малих порядків, їх обчислення та зв'язок з СЛР. Визначники n -го порядку.	6	2	2			2							
Тема 5. Крамерівські СЛР. Взаємно-обернені матриці. Критерій оборотності. Способи знаходження оберненої матриці. Матричний спосіб розв'язування СЛР. Теорема Крамера та її застосування.	6	2	2			2							
Розділ 3. Дослідження систем лінійних рівнянь													
Тема 1. Арифметичний n -вимірний лінійний простір. Арифметичні вектори та властивості дій над ними.	6	1	2			3							
Тема 2. Ранг матриці, способи обчислення. Теорема Кронекера-Капеллі.	6	2	2			2							
Тема 3. Зв'язок між розв'язками неоднорідної СЛР і відповідної їй однорідної СЛР.	5	2				3							
Разом за III семестр	60	18	16			26							
IV семестр													

Розділ 4. Лінійні простори. Унітарні і евклідові простори												
Тема 1. Лінійний простір. Підпростір. Критерій підпростору.	5	1	1			3						
Тема 2. Лінійна оболонка системи векторів, її будова. Простір розв'язків однорідної СЛР і лінійний многовид розв'язків неоднорідної системи рівнянь.	7	2	2			3						
Тема 3. Векторні простори із скалярним множенням.	6	1	1			4						
Тема 4. Евклідов векторний простір. Нерівність Коші–Буняковського. Унітарний простір.	6	1	1			4						
Розділ 5. Лінійні оператори. Структура лінійного відображення. Лінійні оператори на евклідовому та унітарному просторах.												
Тема 1. Лінійні оператори, означення та найпростіші властивості. Дії над лінійними операторами, їхні матриці.	7	2	2			3						
Тема 2. Структура лінійного відображення. Інваріантні підпростори. Власні вектори і власні значення.	6	1	1			4						
Розділ 6. Квадратичні форми												
Тема 1. Білінійні форми. Матриця білінійної форми. Матриця квадратичної форми. Канонічний вигляд квадратичної форми.	7	2	1			4						
Тема 2. Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Застосування квадратичної форми до дослідження кривих і поверхонь другого порядку.	7	2	2			3						
Розділ 7. Групи												
Тема 1. Групи. Підгрупи груп. Розклад групи за підгрупою. Теорема Лагранжа.	6	2	1			3						
Тема 2. Нормальні дільники групи. Гомоморфізм груп. Фактор-група.	5	1	1			3						
Розділ 8. Кільця												
Тема 1. Кільце, підкільце. Ідеали кільця. Фактор-кільце. Гомоморфізм кілець.	5	1	1			3						
Тема 2. Подільність в області цілісності, НСД елементів області цілісності. Евклідові кільця, кільця головних ідеалів.	8	2	2			4						
Разом за IV семестр	75	18	16			41						
V семестр												
Розділ 9. Теорія конгруенцій												
Тема 1. Конгруенції. Повна система лишків. Функція Ейлера. Теореми Ейлера і Ферма.	8	3	1			4						
Тема 2. Конгруенції з одним невідомим, різні методи їх розв'язування. Конгруенції вищих порядків за простим модулем.	9	3	2			4						
Тема 3. Арифметичні застосування теорії конгруенцій.	7	2	1			4						
Розділ 10. Кільце многочленів від однієї змінної. Многочлени від багатьох змінних												

Тема 1. Кільце многочленів над областю цілісності K . Властивості $K[x]$. Кільце многочленів $P[x]$. Теорема про ділення з остачею. Теорема Безу. Схема Горнера.	8	2	1			5							
Тема 2. $P[x]$. Подільність многочленів. Теорема про вираження НСД($f(x);g(x)$) через самі многочлени. Алгоритм Евкліда.	9	3	2			4							
Тема 3. $P[x]$. Звідні і незвідні над даним полем многочлени. Теорема Вієта.	8	3	1			4							
Тема 4. Похідна многочлена. Кратні множники многочлена. Степінь похідної. Формула Тейлора.	7	2	1			4							
Розділ 11. Многочлени від багатьох змінних													
Тема 1. Кільце многочленів від багатьох змінних. Симетричні многочлени.	8	3	1			4							
Тема 2. Теорія виключення. Результант. Дискримінант. Детермінант Сільвестра.	8	3	1			4							
Розділ 12. Многочлени від однієї змінної над числовими полями. Алгебраїчні розширення полів													
Тема 1. Многочлени від однієї змінної над полем C . Основна теорема алгебри многочленів.	8	3	1			4							
Тема 2. Многочлени від однієї змінної над полем R . Рівняння 3-го і 4-го степенів. Метод Ньютона. Метод Штурма, метод Кардано-Тартальї, метод Феррарі.	9	3	2			4							
Розділ 13. Чисельні методи алгебри													
Тема 1. Розв'язування рівнянь з одним невідомим. Метод поділу відрізка навпіл та його збіжність. Метод простої ітерації та його збіжність.	8	2	1			5							
Тема 2. Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Поняття про точні та наближені методи розв'язування систем лінійних рівнянь. Точні методи. Ітераційні методи.	8	2	1			5							
Разом за V семестр	105	34	16			55							
Усього годин	240	70	48			122							

5. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
III семестр		
1.	Алгебраїчні операції. Види бінарних операцій.	2
2.	Поле комплексних чисел. Алгебраїчна форма комплексного числа. Геометрична ілюстрація. Тригонометрична форма комплексного числа.	2
3.	Загальні відомості про СЛР. Елементарні перетворення СЛР. Метод Гаусса розв'язування СЛР.	2

4.	Матриці та дії над ними. Властивості дій над матрицями. Транспонована матриця. Множення матриць та його властивості.	2
5.	Теорія визначників: визначники малих порядків, їх обчислення та зв'язок з СЛР. Визначники n -го порядку.	2
6.	Крамерівські СЛР. Взаємно-обернені матриці. Критерій оборотності. Способи знаходження оберненої матриці. Матричний спосіб розв'язування СЛР. Теорема Крамера та її застосування.	2
7.	Арифметичний n -вимірний лінійний простір. Арифметичні вектори та властивості дій над ними.	2
8.	Ранг матриці, способи обчислення. Теорема Кронекера-Капеллі.	2
IV семестр		
9.	Лінійний простір. Підпростір. Критерій підпростору.	1
10.	Лінійна оболонка системи векторів, її будова. Простір розв'язків однорідної СЛР і лінійний многовид розв'язків неоднорідної системи рівнянь.	2
11.	Векторні простори із скалярним множенням.	1
12.	Евклідів векторний простір. Нерівність Коші–Буняковського. Унітарний простір.	1
13.	Лінійні оператори, означення та найпростіші властивості. Дії над лінійними операторами, їхні матриці.	2
14.	Структура лінійного відображення. Інваріантні підпростори. Власні вектори і власні значення.	1
15.	Білінійні форми. Матриця білінійної форми. Матриця квадратичної форми. Канонічний вигляд квадратичної форми.	1
16.	Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Застосування квадратичної форми до дослідження кривих і поверхонь другого порядку.	2
17.	Групи. Підгрупи груп. Розклад групи за підгрупою. Теорема Лагранжа.	1
18.	Нормальні дільники групи. Гомоморфізм груп. Фактор-група.	1
19.	Кільце, підкільце. Ідеали кільця. Фактор-кільце. Гомоморфізм кілець.	1
20.	Подільність в області цілісності, НСД елементів області цілісності. Евклідові кільця, кільця головних ідеалів.	2
V семестр		
21.	Конгруенції. Повна система лишків. Функція Ейлера. Теорема Ейлера і Ферма.	1
22.	Конгруенції з одним невідомим, різні методи їх розв'язування. Конгруенції вищих порядків за простим модулем.	2
23.	Арифметичні застосування теорії конгруенцій.	1
24.	Кільце многочленів над областю цілісності K . Властивості $K[x]$. Кільце многочленів $P[x]$. Теорема про ділення з остачею. Теорема Безу. Схема Горнера.	1
25.	Подільність многочленів. Теорема про вираження НСД($f(x);g(x)$) через самі многочлени. Алгоритм Евкліда.	2
26.	$P[x]$. Звідні і незвідні над даним полем многочлени. Теорема Вієта.	1
27.	Похідна многочлена. Кратні множники многочлена. Степінь похідної. Формула Тейлора.	1
28.	Кільце многочленів від багатьох змінних. Симетричні многочлени.	1
29.	Теорія виключення. Результант. Дискримінант. Детермінант Сільвестра.	1
30.	Многочлени від однієї змінної над полем C . Основна теорема алгебри многочленів.	1
31.	Многочлени від однієї змінної над полем R . Рівняння 3-го і 4-го степенів. Метод Ньютона. Метод Штурма, метод Кардано-Тартальї, метод Феррарі.	2
32.	Розв'язування рівнянь з одним невідомим. Метод поділу відрізка навпіл та його збіжність. Метод простої ітерації та його збіжність.	1
33.	Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Поняття про точні та наближені методи розв'язування систем лінійних рівнянь. Точні методи. Ітераційні методи.	1
	Разом	48

6. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1.		0

7. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1.	Підготовка до практичних занять.	48
2.	Виконання і захист індивідуальних домашніх завдань.	74
	Разом	122

8. Індивідуальні домашні завдання

1.	Індивідуальне завдання №1 (задачі №№1–9, збірник 7).
2.	Індивідуальне завдання №2 (задачі №№10–15, збірник 7).
3.	Індивідуальне завдання №3 (задачі №№16–25, збірник 7).
4.	Індивідуальне завдання №4 (задачі №№26–28, збірник 7).

1.	<p>Індивідуальне завдання № 1.1</p> <p><u>Задача 1(а,б).</u> Використовуючи метод Лагранжа, звести КФ до канонічного вигляду, указати перетворення, за допомогою якого КФ зведена до канонічного вигляду, та записати матрицю перетворення T, указати «новий» базис, у якому КФ має канонічний вигляд, знайти ранг і індекс КФ. Чи є КФ додатньо визначеною? Виконати перевірку.</p> <p><u>Задача 2.</u> Використовуючи метод Якобі, звести квадратичну форму $f(\bar{x}, \bar{x})$ до канонічного вигляду, знайти ранг і індекс КФ. Чи є КФ додатньо визначеною? Указати тип поверхні другого порядку $f(\bar{x}, \bar{x}) = 0$.</p> <p><u>Задача 3.</u> Використовуючи метод ортогональних перетворень, звести КФ $f(\bar{x}, \bar{x})$ до канонічного вигляду, указати перетворення, за допомогою якого КФ зведена до канонічного вигляду, та записати матрицю цього перетворення T, указати «новий» базис, у якому КФ має канонічний вигляд, указати ранг і індекс КФ. Чи є КФ додатньо визначеною? Виконати перевірку. Указати тип кривої другого порядку $f(\bar{x}, \bar{x}) = -1$.</p> <p>[Зб. 11, №№ 26-28]</p>
2.	<p>Індивідуальне завдання № 1.2 (Теорія груп та кілець)</p> <p><u>Задача 1.</u> а) Для даної групи підстановок четвертого порядку S_4 розглянути циклічну підгрупу, породжену елементом α; б) скласти таблицю Келі множення елементів групи, указати обернені до кожного елемента групи; в) встановити порядок даної підгрупи, індекс підгрупи у групі; г) визначити порядок кожного елемента цієї підгрупи; д) знайти лівий та правий розклади групи S_4 за підгрупою, породженою елементом α; е) встановити, чи є підгрупа групи нормальним дільником групи; є) чи можливий гомоморфізм підгрупи, породженої елементом α, на групу порядку 2? порядку 3? порядку 4? порядку 5? Відповідь обґрунтувати.</p> <p><u>Задача 2.</u> а) Для даного елемента α, заданого в алгебраїчній (показниковій, тригонометричній) формі, мультиплікативної групи коренів n-го степеня з одиниці K_n, знайти порядок елемента α; б) указати циклічну підгрупу, породжену α; в) указати елемент, симетричний до α; г) знайти індекс підгрупи (α) у групі K_n; д) обчислити порядок елемента α^2 у групі. Чи пов'язані якимось співвідношенням порядки елементів α та α^2? е) зобразити елементи групи (α) на комплексній площині.</p>

	<p><u>Задача 3.</u> а) Для даного елемента α, заданого в алгебраїчній формі, мультиплікативної групи коренів n-го степеня з одиниці K_n, знайти порядок елемента α;</p> <p>б) указати циклічну підгрупу, породжену α;</p> <p>в) указати елемент, симетричний до α;</p> <p>г) знайти індекс підгрупи $\langle \alpha \rangle$ у групі K_n.</p> <p><u>Задача 4 а-б).</u> Перевірити, чи утворює множина M кільце; кільце з одиницею; комутативне кільце (дві задачі).</p> <p><u>Задача 5.</u> Для даного кільця K перевірити, чи є множина M підкільцем, ідеалом кільця K (якщо усі елементи взяті із числового поля Q).</p> <p><u>Задача 6 а-б).</u> Дано кільце Z цілих чисел. Побудувати перетин, суму, добуток, об'єднання ідеалів. Зробити висновки щодо операцій над ідеалами.</p>
<p>3.</p>	<p>Індивідуальне завдання № 2 (Теорія чисел).</p> <p><u>Задача 1.</u> Для даних чисел визначити цілу і дробову частини числа.</p> <p><u>Задача 2.</u> Визначити, що буде стояти у знаменнику дроби після його скорочення; скількома нулями закінчується число $n!$; запишіть канонічний розклад на множники числа.</p> <p><u>Задача 3.</u> Обчислити значення: функції Мьобіуса $\mu(n)$; $\pi(n)$; функції Ейлера $\varphi(n)$, $\tau(n)$, $\sigma(n)$ для чисел; обчислити $\tau(n)$ та записати усі дільники чисел.</p> <p><u>Задача 4.</u> Перевірити, чи є дані числа простими; указати прості числа на проміжку $[n_1; n_2]$.</p> <p><u>Задача 5.</u> Обчислити двома способами НСД і НСК чисел; знайти лінійне вираження НСД через дані числа.</p> <p><u>Задача 6.</u> Перевірити, чи утворює множина ПСЛ за модулем m?</p> <p><u>Задача 7.</u> Перевірити, чи утворює множина ЗСЛ за модулем m?</p> <p><u>Задача 8.</u> Знайти остачу від ділення a на b ($a = 635^{682}$, $b = 78$.)</p> <p><u>Задача 9.</u> Знайти: останню цифру числа; дві останні цифри чисел.</p> <p><u>Задача 10.</u> Користуючись ознаками подільності, перевірити, чи діляться указані числа на 27, 37; 7, 11, 13; на 4, 25; 8, 125; 16.</p> <p><u>Задача 11.</u> Користуючись ознаками подільності знайти значення цифр x та y, які задовольняють вказані умови ($76x02y : 63$.)</p> <p><u>Задача 12.</u> Дослідити і розв'язати конгруенції першого степеня з однією невідомою.</p> <p><u>Задача 13.</u> Розв'язати невизначені лінійні рівняння в цілих числах.</p> <p><u>Задача 14.</u> Визначити довжину періоду і кількість цифр в передперіоді у розкладі в десятковий дріб даного дроби та знайти 2015-ту цифру після коми у розкладі в десятковий дріб даного дроби.</p> <p><u>Задача 15.</u> Указати порядок числа a за даним модулем m та розв'язати показникову конгруенцію $a^x \equiv 1 \pmod{m}$; чи є a первісним коренем за даним модулем m? Скільки є первісних коренів за даним модулем? Знайти один з первісних коренів, записати <u>усі</u> первісні корені у вигляді степенів деякого числа та обчислити <u>щість</u> будь-яких первісних коренів. [Зб. 10, №№ 1-15, свій варіант].</p>
<p>4.</p>	<p>Індивідуальне завдання № 3.</p> <p><u>Задача 1.</u> Обчислити добутки многочленів $f(x)$ і $g(x)$; $f(x)$ і $h(x)$; виконати ділення з остачею многочлена $g(x)$ на $h(x)$. Ділення перевірити множенням.</p> <p><u>Задача 2.</u> Використовуючи схему Горнера, обчислити значення многочлена $f(x)$ при $x = 1$ і при $x = -2$ та виконати ділення даного многочлена на $x - \frac{1}{2}$, $x + 1$ та $2x + 2$. Що можна сказати про частки і остачі від ділення на $x + 1$ та $2x + 2$?</p>

<p><u>Задача 3 а).</u> Використовуючи схему Горнера, розкласти многочлен $f(x)$ за степенями $x+1$.</p> <p><u>Задача 3 б).</u> За схемою Горнера, обчислити значення многочлена $f(x)$ і його похідних при $x=1$.</p> <p><u>Задача 3 в).</u> За схемою Горнера, розкласти многочлен $f(x-2)$ за степенями x. Виконати перевірку, розклавши многочлен з отриманої відповіді за степенями $x-2$.</p> <p><u>Задача 3 г).</u> Використовуючи схему Горнера, обчислити $\int \frac{f(x)}{(x+1)^5} dx$.</p> <p><u>Задача 4 а).</u> Використовуючи схему Горнера, перевірити, коренем якої кратності є $x=1$ і $x=-2$ для многочлена $f(x)$.</p> <p><u>Задача 4 б).</u> Використовуючи результати пункту а), розв'язати рівняння $f(x)=0$.</p> <p><u>Задача 5.</u> Знайти кратні множники многочлена $f(x)$, використовуючи алгоритм відокремлення кратних множників.</p> <p><u>Задача 6 а).</u> Обчислити найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне даних многочленів. Виконати перевірку: частки від ділення НСК на $f(x)$ і $g(x)$ є взаємно простими (знайти для них НСД і показати, що він є одиницею).</p> <p><u>Задача 6 б).</u> Виразити найбільший спільний дільник через многочлени $f(x)$ і $g(x)$. Виконати перевірку.</p> <p><u>Задача 7. а)</u> Використовуючи теорему Вієта, знайти (не розв'язуючи рівняння) суму квадратів коренів многочлена $f(x)$.</p> <p><u>Задача 7б)</u> Розв'язати рівняння для усіх значень параметра λ так, щоб один з коренів рівняння $f(x)=0$ дорівнював подвоєному іншому кореню.</p> <p><u>Задача 7в)</u> Ребра прямокутного паралелепіпеда є коренями многочлена $f(x)$. Використовуючи теорему Вієта, обчислити об'єм паралелепіпеда, площу його поверхні та діагональ паралелепіпеда.</p> <p>Свій варіант.</p>
--

9. Методи навчання

На основі джерел інформації: словесний, практичний і наочний.

На основі самостійної пізнавальної діяльності: пояснювально-ілюстративний, репродуктивний, частково-пошуковий, дослідницький та проблемний методи навчання.

10. Методи контролю

Оцінювання активності і знань студентів (індивідуальне опитування) під час практичних занять, оцінювання за ІНДЗ та його захист.

11. Схема нарахування балів, які отримують студенти

III семестр (екзамен)

Поточне оцінювання та самостійна робота			Сума
Модуль 1	Модуль 2	Екзамен	100
T1-T11	Виконання та захист ІНДЗ		
44	16	40	

T1, T2 ... T11 – навчальні теми

- Оцінка за Модуль 1 – сума балів, що складається із оцінок за практичні роботи (T1, T2 ... T11).
- Оцінка за Модуль 2 (ІНДЗ) складається із оцінок за виконані завдання, що виносилися на самостійне опрацювання.
- До суми оцінок за два модулі додається оцінка за екзамен.

IV семестр (залік)

Поточне оцінювання та самостійна робота			Сума
Модуль 1		Модуль 2	100
T1-T12	Колоквіум	МКР	
48	20	20	
Виконання та захист ІНДЗ			12

T1, T2 ... T12 – навчальні теми

1. Оцінка за Модуль 1 – сума балів, що складається із оцінок за практичні роботи (T1, T2 ... T12), за колоквіум та модульну контрольну роботу.
2. Оцінка за Модуль 2 (ІНДЗ) складається із оцінок за виконані завдання, що виносилися на самостійне опрацювання.

V семестр (екзамен)

Поточне оцінювання та самостійна робота			Сума
Модуль 1		Модуль 2	100
T1-T13		Виконання та захист ІНДЗ	
45		15	
		Екзамен	40

T1, T2 ... T13 – навчальні теми

1. Оцінка за Модуль 1 – сума балів, що складається із оцінок за практичні роботи (T1, T2 ... T13).
2. Оцінка за Модуль 2 (ІНДЗ) складається із оцінок за виконані завдання, що виносилися на самостійне опрацювання.
3. До суми оцінок за два модулі додається оцінка за екзамен.

Шкала оцінювання: національна та ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка за національною шкалою	
	для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 – 100	відмінно	зараховано
82-89	добре	
74-81		
64-73		
60-63	задовільно	
35-59	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
1-34	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

12. Рекомендована література

Основна

1. Завало С.Т., Костарчук В.М., Хацет Б.І. Алгебра і теорія чисел. – Ч.І. – К.: Вища школа, 1974.
2. Завало С.Т., Костарчук В.М., Хацет Б.І. Алгебра і теорія чисел. – Ч.ІІ. – К.: Вища школа, 1976. – 384 с.
3. Завало С.Т., Костарчук В.М., Хацет Б.І. Алгебра и теория чисел. – Ч.І. – К.: Выща школа, 1977.

4. Завало С.Т., Костарчук В.М., Хацет Б.И. Алгебра и теория чисел. – Ч.II. – К.: Вища школа, 1980.
5. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел. – М.: Высшая школа, 1979.
6. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М.: Наука, 1988. – 431 с.
7. Ляпин Е.С., Евсеев Л.Е. Алгебра и теория чисел. – Ч.І. – М.: Просвещение, 1974.
8. Ляпин Е.С., Евсеев Л.Е. Алгебра и теория чисел. – Ч.ІІ. – М.: Просвещение, 1978. – 448 с.
9. Окунев Л.Я. Высшая алгебра. – М.: Просвещение, 1966.
10. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры. – М.: Наука, 1970. – 400 с.
11. Алгебра и теория чисел Под ред. Н.Я. Виленкина. – М.: Просвещение, 1984. – 192 с.
12. Винберг Э.Б. Курс алгебры. – М.: Факториал-Пресс, 2001. – 544 с.
13. Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп. – М.: Наука, 1972.

Збірники

- Зб.1. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. – М.: Наука, 1977.
- Зб.2. Проскураков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. – М.: Наука, 1974.
- Зб.3. Алгебра і теорія чисел. Практикум / за ред. Завало С.Т. – Ч.І. – К.: Вища школа, 1983.

Допоміжна

1. Ван дер Варден Б.Л. Алгебра. – М.: Мир, 1976.
2. Джекобсон Н. Теория колец. – М.: ИЛ., 1947.
3. Джекобсон Н. Строение колец. – М.: ИЛ., 1961.
4. Курош А.Г. Лекции по общей алгебре. – М.: Наука, 1973.
5. Калужнін Л.А., Вишенський В.А., Шуб Ц.О. Лінійні простори. – К.: Вища школа, 1971.
6. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Наука, 1979.
7. Ганжела І.П. Початки вищої алгебри. – Кіровоград, КДПУ, 2000.
8. Кострикин А.И. Введение в алгебру. – М.: Наука, 1977.
9. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. – М.: Наука, 1971
10. Калужнин Л.А. Введение в общую алгебру. – М.: Наука, 1973.
11. Вивальнюк Л.М., Григоренко В.К., Левіщенко С.С. Числові системи. – К.: Вища школа, 1988.
12. Дрозд Ю.А., Кириченко В.В. Конечномерные алгебры. – К.: Вища школа, 1980.
13. Волков Ю.І., Найко Д.А. Лінійна алгебра й аналітична геометрія з елементами програмування мовою Паскаль. – К.: НМК ВО, 1990.
14. Каш Ф. Модули и кольца. – М.: Мир, 1981.
15. Виноградов И.М. Основы теории чисел. – М.: Наука, 1972.
16. Айерлэнд К., Роузен М. Классическое введение в современную теорию чисел. – М.: Мир, 1987.
17. Калужнин Л.А., Суцанский В.И. Преобразования и перестановки. – М.: Наука, 1985.

Збірники

- Зб.4. Алгебра і теорія чисел. Практикум / за ред. Завало С.Т. – Ч.ІІ. – К.: Вища школа, 1986.
- Зб.5. Окунев Л.Я. Сборник задач по высшей алгебре. – М.: Просвещение, 1964.
- Зб.6. Грибанов В.У., Титов П.И. Сборник упражнений по теории чисел. – М.: Просвещение, 1964.
- Зб.7. Методическое пособие по теории чисел для студентов физ.-мат. факультета / Пигарев Ю.П., Кіровоград, 1982.
- Зб.8. Задания по алгебре многочленов для самостоятельной работы студентов вторых и третьих курсов физ.-мат. факультетов / Пигарев Ю.П., Кіровоград, 1986.
- Зб.9. Сборник задач по алгебре /под ред. Кострикина А.И. – М.: Наука, 1987.
- Зб.10. Ізюмченко Л.В. Практикум з теорії чисел: Навчально-методичний посібник. – Кіровоград: ЦОП «Авангард», 2014. – 76 с.
- Зб.11. Ізюмченко Л.В. Практикум з лінійної алгебри: Навчально-методичний посібник. – Кіровоград: ЦОП «Авангард», 2013. – 136 с.

13. Інформаційні ресурси

1. http://mechmat.univ.kiev.ua/dload/pos/lin_alg_1k2s.pdf
2. <http://difur.kpi.ua/metodich/METODU04.pdf>
3. <http://math.mipt.ru/study/uchebniki/>