

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Державний заклад**  
**«Південноукраїнський національний педагогічний університет**  
**імені К. Д. Ушинського»**  
**II етап Всеукраїнської олімпіади**  
**з напрямку і спеціальності «Математика»**

**Завдання II туру**  
**Елементарна математика**

I. Оберіть одну правильну відповідь в кожному з наступних 10 пунктів (правильна відповідь в кожному з пунктів оцінюється в 1 бал).

1. Вкажіть середнє арифметичне між найбільшим та найменшим цілими числами, які входять до області визначення функції

$$y = \arccos \frac{x-4}{x} + \ln(7x - x^2 - 6).$$

А	Б	В	Г
3,5	4	4,5	7

2. На скільки відсотків зміниться число, якщо його спочатку зменшити на 50%, а потім збільшити на 50%?

А	Б	В	Г
Не зміниться	Збільшиться на 25%	Зменшиться на 15%	Зменшиться на 25%

3. За даною хордою кола довжиною у 3 см визначте довжину її дуги, якщо відомо, що градусна міра цієї дуги складає  $60^\circ$ .

А	Б	В	Г
$\frac{2}{3}\pi$ см	$\pi$ см	$\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$ см	$2\pi$ см

4. Знайдіть найменший додатний період функції  $y = \sin(3\pi x)$ .

А	Б	В	Г
1	$2\pi$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

5. Розв'яжіть нерівність  $\sqrt[6]{-x} \geq -1$ .

А	Б	В	Г
$(-\infty, 0]$	$R$	$(0; +\infty)$	$[1, +\infty)$

6. При паралельному проектуванні проекцією пари паралельних прямих не може бути

А	Б	В	Г
Одна пряма	Дві точки	Одна точка	Пара паралельних прямих

7. Обчисліть без використання таблиць  $\arcsin(\sin 6)$ .

А	Б	В	Г
6	$\frac{\pi}{2}$	$6 - 2\pi$	$2\pi - 6$

8. Кут між діагоналлю куба і його ребром складає

А	Б	В	Г
$\frac{\pi}{4}$	$\arccos \frac{\sqrt{6}}{3}$	$\frac{\pi}{3}$	$\arccos \frac{1}{\sqrt{3}}$

9. Розв'яжіть нерівність  $-x^2 \geq 0$

А	Б	В	Г
$\emptyset$	$[0; +\infty)$	$\{0\}$	$(-\infty; 0]$

10. Задано п'ять відрізків, довжини яких, відповідно, дорівнюють 1 см, 3 см, 4 см, 7 см і 9 см. Навмання обирають три з них. Знайдіть ймовірність того, що з обраних відрізків можна скласти трикутник.

А	Б	В	Г
0,1	0,2	0,3	0,4

II. Знайдіть найменше можливе значення виразу  $a^2 + b^2$ , при якому квадратний тричлен  $x^2 + ax - b + 1$  має принаймні один дійсний корінь. (10 балів)

III. Зобразіть на площині множину точок  $M(x, y)$ , координати яких в прямокутній декартовій системі координат задовольняють рівняння

$$\left(x - \left[x + \frac{1}{2}\right]\right)^2 + \left(y - \left[y + \frac{1}{2}\right]\right)^2 = \frac{1}{16}$$

(тут через  $[x]$  позначена ціла частина числа  $x$  – найбільше ціле число, що не перевищує  $x$ ). (10 балів)

IV. Довжина дороги дорівнює  $n$  км ( $n$  – натуральне число). На кожному кілометрі дороги стоїть стовпчик, на якому записані відстані в кілометрах до

обох її кінців:  $(1;n-1)$ ,  $(2;n-2)$ , ...,  $(n-1;1)$ . Виявилось, що на кожному стовпчику сума всіх написаних на ньому цифр (в обох числах) дорівнює 14. Знайдіть  $n$ .  
(10 балів)

V. Із зовнішньої точки  $P$  до кола  $\omega$  провели дотичні  $PT_1$  і  $PT_2$ . На дузі кола  $\omega$  з центром у точці  $P$  радіуса  $PT_1$ , яка знаходиться всередині кола  $\omega$ , обрали довільну точку  $K$ . В колі  $\omega$  через точку  $K$  провели хорди  $T_1D_1$  і  $T_2D_2$ . Доведіть, що точки  $D_1$  і  $D_2$  є діаметрально протилежними точками кола  $\omega$ . (10 балів)

Голова журі

О. М. Синюкова