ВИКОРИСТАННЯ МОЖЛИВОСТЕЙ MAPLE ПРИ ВИВЧЕННІ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ

Горбань Катерина

Науковий керівник: **доктор пед. наук, професор Кушнір В.А.**

Кіровоградський державний педагогічний університет імені Володимира Винниченка

Анотація: *в статті розглядається математичний пакет Maple,його можливості при вивченні лінійної алгебри, зокрема СЛАР, також проблеми їх розв'язування.*

Ключові слова: *Maple-середовище, СЛАР.*

Актуальність. Необхідно констатувати, що останнім часом процес використання комп'ютерної техніки та інформаційних технологій у вищій школі, зокрема, при вивченні математичних дисциплін, дещо активізувався. Це, на нашу думку, сталося завдяки покращенню комп'ютерної бази ВНЗ і наявності на ринку програмного забезпечення таких універсальних математичних пакетів, як Derive, Mathcad, Matlab, Maple V, Mathematica, MuPad та ін. Ці системи мають зручний інтерфейс, реалізують багато стандартних і спеціальних математичних операцій і функцій, мають потужні графічні засоби двох- і три-вимірної графіки, мають власні мови програмування, засоби підготовки математичних текстів до друку, дозволяють імпортувати дані в інші програмні продукти (текстові і графічні редактори, електронні таблиці) та експортувати з них інформацію для обробки. Найбільш потужними можливостями в цьому напрямку володіє система символьної математики **Maple** (10-12 версії).

Система комп'ютерної математики **Maple** (розроблена канадською компанією Waterloo Maple Software) на сьогодні є одною із провідних обчислювальних систем комп'ютерної математики. **Maple** – це комплекс *пакетів (packages),* кожен з яких направлений на розв'язування різних завдань лінійної алгебри, аналітичної геометрії, математичного аналізу, диференціальних рівнянь, математичної статистики, лінійного і нелінійного програмування і т.д.

Maple традиційно вважають системою аналітико-символьних обчислень. Це означає, що система в більшості випадків видає відповідь на розв’язування задачі в символьному (аналітичному) вигляді.

Maple – інтегрована система. Вона об’єднує в собі:

- потужний язик програмування, заснований на мові С++(мова для інтерактивного спілкування);
- редактор для підготовки і редагування документів і програм;
- сучасний багато віконний користувацький інтерфейс з можливістю праці в діалоговому режимі;
- довідкова система [меню **Help**, вкладки **Introduction** (загальна довідкова система), **Topic Search…** (пошук довідки по деякому певному розділі чи команді), **Glossary** (глосарій);
- ядро алгоритмів і правил символьних і аналітичних перетворень математичних виразів;
- числові і символьні процесори;
- систему діагностики помилок при обчисленні і перетвореннях;
- бібліотеки вбудованих і додаткових процедур і функцій;
- пакети зовнішніх функцій для розв’язування різного виду задач і підтримки інших мов програмування.

Додаткову інформацію про принципи роботи в **Maple** можна отримати в [5,6,7], також на чисельних сайтах, посвячених цій системі.

На сьогодні в курсі лінійної алгебри при підготовці вчителів математики досить детально розглядаються системи лінійних рівнянь (СЛР). І це правильно, адже СЛР та їх створення як моделей при розв’язування текстових задач детально вивчаються в школі. При вивченні СЛР в школі і відповідно в педагогічних університетах можна виділити два аспекти: 1) основні поняття, що пов’язані з СЛР (поняття СЛР, їх сумісності, розв’язку, способів чи методів розв’язування, дослідження кількості розв’язків, перевірка розв’язків тощо) і 2) складання системи лінійних рівнянь як математичних моделей текстових задач та розв’язування таких моделей. Зрозуміло, що в другому аспекті головним завданням є створення математичної моделі у вигляді СЛР, тоді як розв’язування самої моделі виступає технічною проблемою. Адже студенти чи учні вже уміють розв’язувати СЛР. Тому дії, котрі пов’язані з розв’язуванням СЛР можна автоматизувати. При вивченні методу Гауса (зведення СЛР до ступінчатого виду) з використанням Maple дії можна виконувати не з числами, а з цілими рівняннями, що значно економить час, акцентує більше уваги на методі розв’язування, формує інтегративні знання з математики й інформатики як знання більш високого порядку у порівнянні зі знаннями розрізнених предметів, створює більше можливостей для індивідуалізації завдань, самостійної діяльності студентів. Потрібно зауважити, що виконання усіх дій і операцій вручну чи на звичайному калькуляторі (дидактичними одиницями будуть числа) студенти чи учні повторюють ці дії, закріплюючи навички, чого вже не буде при їх автоматизації, коли дидактичними одиницями стають рівняння. Відбулося згідно П.М. Ерднієва укрупнення дидактичних одиниць (дидактичною одиницею стає рівняння) й відповідне узагальнення дій (В.А.Кушнір [3; 4]). Такі дії при реалізації методу Гауса можна записати в Maple: l1:=l1/a [1,1]; l2:=l2-l1, де l1, l2 – перше і друге рівняння системи, a [1,1] – коефіцієнт при невідомому x1 у першому рівнянні.

Перед тим як розглядати дану тему, згадаємо елементи теорії визначників і матриць.

Основні означення:

- система, що не має розв'язку, називається *несумісною*;
- система, що має хоча б одне рішення, називається *сумісно* (сумісна система може мати одне або кілька рішень);
- система, що має єдиний розв'язок, називається *визначеною*;
- система, що має кілька розв’язків, називається *невизначеною*.

Розв’язування систем неоднорідних рівнянь. В практиці розв’язування систем неоднорідних рівнянь застосовуються методи Гауса, Крамера та оберненої матриці.

Метод Гауса розв’язування систем лінійних рівнянь складається із двох кроків: в першому із них система шляхом виключення невідомих (першого – із другого рівняння, першого і другого – із третього зводиться до трикутного виду). У другому кроці із третього рівняння знаходимо третє невідоме, а із другого (після підстановки в нього значення третього невідомого) знаходимо друге невідоме. І, нарешті, із першого рівняння (після підстановки в нього значень другого і третього невідомих) знаходимо значення першого невідомого.

При розв’язуванні системи за формулами Крамера (*метод Крамера*) припускається, що визначник системи, укладений із коефіцієнтів при невідомих, не дорівнює нулю. Тоді корені системи знаходимо за формулами, які називаються формулами Крамера

$$x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}, \left(i = \overline{1,3}\right)$$

де Δ_i - визначник, одержаний із визначника системи шляхом заміни в ньому стовпця коефіцієнтів при невідомих $x_i \left(i = \overline{1,3}\right)$ стовпцем вільних членів.

Метод оберненої матриці передбачає, що розв’язувана система в матричному запису має вигляд AX=B, де

AX=$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ - матриця системи, X=$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ - матриця невідомих

B=$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$ - матриця вільних членів.

Якщо матриця A невироджена (у цьому випадку $|A| \neq 0$), то розв'язок системи в матричному виді записується $X = A^{-1}B$, де A^{-1} - обернена матриця по відношенню до матриці A.

При розв'язуванні СЛР в Maple за допомогою оператора-дії solve як математичної моделі задачі дидактичною одиницею буде вже сама система лінійних рівнянь, а узагальненою дією в Maple-технології буде оператор solve ({l1, l2, …, lk}, {x1, x2, …, xk}), де l1, l2, …, lk – рівняння, а x1, x2, …, xk – невідомі. Цей оператор відразу видає точний розв'язок СЛР, якщо він існує. При цьому для користувача залишається невідомим якими методами чи способами отримався розв'язок.

Середовище Maple дозволяє виконувати всі стандартні операції, визначені в лінійній алгебрі. Вони стають доступні при підключенні бібліотеки linalg або більш нового пакета LinearAlgebra.

Для розв'язування матричного рівняння AX=B використовується команда linsolve(A,B), де A – матриця, X, B – матриці або вектори.

Матричний метод може бути реалізований за допомогою декількох команд, що вже використовувалися: inva:=evalm(inverse(A));# Знаходження оберненої матриці для матриці системи; X=inva*B=evalm(invA)*`*`*B;# Символічний запис стовпця невідомих у вигляді добутку двох матриць; X:=evalm(invA&*B);# Обчислення вектора невідомих; подання вектора X у вигляді вектора-стовпця X:=convert(X,Vector):`X`=LinearAlgebra[Transpose](X).

Метод Гауса. За допомогою бібліотеки linalg можна звести матрицю до різних спеціальних форм. Команда gausselim(A) використовується для зведення до трикутного вигляду. Алгоритм гауссова виключення без ділення реалізується функцією ffgausselim(A). останню команду зручно використовувати для перевірки правильності проміжних обчислень при розв'язанні системи лінійних рівнянь методом Гауса із застосуванням схеми «єдиного ділення».

Зауважимо, що оптимальне використання ІКТ за критерієм часу не обов'язково досягається максимально можливим узагальненням системи дій, коли система дій подається у вигляді програми, наприклад, на Maple. Як показують наші практичні дослідження, написання програми на мові Maple розв'язування СЛР методом Гауса (чи інших задач лінійної алгебри) займає значно більше часу, ніж покрокове виконання дій із окремими рівняннями. Це пояснюється складністю проблеми створення програми розв'язування системи лінійних рівнянь методом Гауса у загальному вигляді. Значно більше йде часових, когнітивних, креативних, фізичних і нервових затрат на створення й налагодження загальної програми розв'язування СЛР методом Гауса, ніж використання Maple для дій із окремими рівняннями для реалізації методу Гауса . У другому випадку здійснюється декомпозиція складної й об'ємної задачі створення загальної програми на окремі фрагменти-програми, що не вимагає глибоких знань із програмування, дозволяє проблему розв'язувати не цілісно, а покрокового руху. Окрім того проблема написання загальної програми сильно «затуманює» проблему навчання методу Гауса.

Можна зробити висновок, що використання ІКТ при навчанні математики вимагає знань фундаментального змісту як математичної, так і інформатичної підготовки майбутніх чи теперішніх учителів математики, що дозволить останнім успішно опановувати нові інформаційно-комунікаційні технології, виявляти й застосовувати їх можливості при навчанні певної теми і формуванні відповідної навчальної ситуації, розробляти методики використання можливостей ІКТ у певній навчальній ситуації . Використання ІКТ при навчанні математичних дисциплін вимагає зрушення учіння вбік пошуково-дослідницького характеру. Адже студенти повинні орієнтуватися в можливостях ІКТ при навчанні певної теми з математики, вибирати та оцінювати такі можливості, створювати методики їх використання у тій чи іншій навчальній ситуації, орієнтуватися в фундаментальності навчальної теми. Використання можливостей ІКТ при навчанні математики багато в чому ситуативне.

Список літератури:

1. Жалдак М. І. Комп’ютер на уроках математики: Посібник для вчителів. – К.: Техніка, 1997.– 303 с.
2. Клочко В. І. Застосування новітніх інформаційних технологій при вивченні вищої математики у технічному вузі: Навчально-методичний посібник. Вінниця: ВДТУ, 1997.– 300 с. (1)
3. Кушнір В.А. Методика розв’язування системи лінійних рівнянь методом Гауса з використанням MAPLE // Математика в рідній школі. – № 5 (152). – 2014 . – С. 39-46.
4. Кушнір В.А. Моделі навчальних ситуацій у світі сучасної освіти (ч.1,2) // Математика в сучасній школі. – № 1,2. – 2013.
5. Беллман Р. Введение в теорию матриц. М.: Наука, 1969.
6. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Наука, 1999. – 304 с.
7. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Часть II. Линейная алгебра: Учебник для вузов. – М.: Физматлит, 2000. – 368.

Відомості про автора:

Горбань Катерина Михайлівна – студентка VII курсу фізико-математичного факультету Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка.