

Міністерство освіти і науки України  
Кіровоградський державний педагогічний університет  
імені Володимира Винниченка

Антонова Н.Г., Подопрігора Н.В., Сальник І.В.,  
Ткачук І.Ю., Царенко О.М.

# Лабораторний практикум з курсу загальної фізики

частина 1

# *МЕХАНІКА*

навчально-методичний посібник

Кіровоград, 2009

**ББК 74.265**

**П69**

Антонова Н.Г., Подопрігора Н.В., Сальник І.В., Ткачук І.Ю., Царенко О.М. Лабораторний практикум з курсу загальної фізики: Частина 1. Механіка. Навчально-методичний посібник.– Кіровоград: РВВ КДПУ імені Володимира Винниченка, 2009. – 126 с.

**Рецензенти: Вовкотруб Віктор Павлович** – доктор педагогічних наук, професор кафедри фізики та методики її викладання;  
**Рябець Сергій Іванович** – кандидат технічних наук, доцент кафедри загальнотехнічних дисциплін та методики трудового навчання.

У посібнику описано рекомендації щодо виконання лабораторних робіт фізичного практикуму з механіки. Тематику і зміст робіт узгоджено з галузевим стандартом вищої освіти за спеціальністю 6.010100 Педагогіка та методика середньої освіти. Фізика та навчальної програми курсу загальної фізики. / Укладачі: Шут М. І., Горбачук І. Т., Сергієнко В.П. – К.: НПУ, 2005. – 45 с.

При підготовці посібника використано матеріали Фізичного практикуму / за редак. В.П. Дущенко – К.: Вища школа, 1981 та Методичних вказівок до лабораторних робіт з курсу загальної фізики. ч.1. Механіка. //Укладачі: Каленнікова Т.О., Мамонтова Ю.М., Рябець С.І., Ткачук І.Ю., Федішова Н.В., Царенко О.М. – Кіровоград: РВЦ КДПУ, 1998.

Для студентів вищих навчальних закладів, які вивчають курс загальної фізики.

***Рекомендовано до друку методичною комісією Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка (протокол № 4 від 17 грудня 2008 року)***

©Антонова Н.Г., Подопрігора Н.В., Сальник І.В., Ткачук І.Ю., Царенко О.М.

## Вступні зауваження

Курс загальної фізики формує фундаментальну підготовку майбутнього вчителя фізики. Особлива роль фізики визначається, перш за все, самим предметом вивчення, в якому розкривається зміст матерії і форми її руху, простору і часу як форм існування та взаємозв'язку і взаємоперетворюваності видів матерії і рухів, єдності матеріального світу. В цьому полягає важливе методологічне і світоглядне значення вивчення загальної фізики. На основі вивчення класичної фізики, засвоєння фізичних теорій, фундаментальних понять і означень фізичних величин, змісту моделей, законів, принципів, формується цілісна сучасна фізична картина світу.

У процесі вивчення загальної фізики має сформуватись уявлення, що створення узагальнюючих теорій базується на величезному експериментальному матеріалі, який здобувається, зокрема, працею вчених; що фізика є основою сучасної техніки і технологій; що фізичні методи дослідження широко використовуються в астрономії, хімії, біології, метеорології, геології та інших галузях. Разом із вихованням у студентів поваги до науки повинна виховуватись і повага до вчених. Важливо, щоб студенти саме педагогічних вищих навчальних закладів України знали про видатних українських вчених-фізиків, основні напрями їх наукової діяльності і наукові здобутки. Під час навчання фізики необхідно знайомити студентів із найновішими досягненнями науки і техніки, нерозв'язаними в науці проблемами.

Особливість вивчення фізики в педагогічному університеті, інституті полягає в тому, що студенти мають оволодіти системою вмінь і навичок, які б давали можливість ефективно передавати знання учням, виховувати в них допитливість, інтерес до знань, любов до творчої праці.

Під час виконання лабораторних робіт необхідно виробляти у студентів навички і необхідність постійно поповнювати теоретичні знання. На лабораторних заняттях студенти мають добре розібратися у досліджуваних фізичних явищах і законах, зрозуміти суть методів дослідження, набути навичок оцінювання технічних засобів, встановлення достовірності одержаних результатів, навчитись використовувати для аналізу результатів статистичні методи обробки результатів і сучасну обчислювальну техніку.

Лабораторний фізичний практикум з механіки – це перший цикл самостійних лабораторних досліджень студентів з курсу загальної фізики, який охоплює 15 робіт.

До кожної лабораторної роботи студентам пропонуються інструктивні матеріали і вказівки, які включають назву теми і мету роботи, перелік обладнання і матеріалів, короткі теоретичні відомості, аналіз схеми установки, хід роботи, завдання та контрольні запитання. Одночасно в описах до лабораторних робіт дається коротка інформація про будову, принцип роботи основних приладів та пропозиції щодо виконання додаткових завдань. У кінці методичних вказівок до лабораторних робіт подано єдиний список рекомендованої літератури.

Готуючись до кожної лабораторної роботи, студент повинен опрацювати навчальний матеріал відповідно до роботи і теоретичних відомостей, добре вивчити пропоновані прилади, методику виконання дослідження та методику вимірювань, проведення розрахунків і визначення похибок відповідних вимірювань.

З метою самоконтролю студентів до кожної роботи подаються контрольні запитання.

# Розділ 1. Вимірювання фізичних величин та визначення похибок

## 1.1. Основні означення

Певні властивості об'єктів матеріального світу можна охарактеризувати фізичними величинами.

**Фізична величина** – це властивість, в якісному відношенні загальна для багатьох фізичних об'єктів (фізичних систем, їхніх станів і процесів, що в них відбуваються), але в кількісному відношенні індивідуальна для кожного об'єкта. Фізичними величинами є маса, довжина, температура, період коливань тощо.

Конкретні реалізації тієї самої величини називають **однорідними величинами**. Однорідні величини відрізняються одна від одної розміром. **Розмір фізичної величини** – це кількісний вміст у даному об'єкті тієї властивості, яка відповідає поняттю “фізична величина”. Розміри однорідних фізичних величин різних об'єктів порівнюють між собою, якщо відомі значення цих величин. **Значенням фізичної величини** називається оцінка фізичної величини за допомогою деякого числа прийнятих для неї одиниць. **Одиниця фізичної величини** – це фізична величина, якій за означенням надано числове значення, що дорівнює одиниці. Абстрактне число, яке виражає відношення, значення величини до відповідної одиниці цієї фізичної величини, називають **числовим значенням величини**.

**Істинне значення фізичної величини** – це значення величини, яке ідеальним чином відображає в якісному та кількісному відношеннях відповідну властивість об'єкта.

**Дійсне значення фізичної величини** – це значення величини, яке знайдене експериментально і настільки наближається до істинного значення, що для даної цілі може бути використаним замість нього.

Знаходження значень фізичної величини дослідним шляхом за допомогою спеціальних технічних засобів називають **вимірюванням**. **Пряме вимірювання** – вимірювання, при якому шукане значення величини знаходиться безпосередньо з дослідних даних. Числове значення шуканої величини одержують або прямим порів-

нянням з її мірою (довжини, маси, часу, температури), або за допомогою приладів, проградуєваних в одиницях вимірюваної величини. **Непряме (посереднє) вимірювання** – вимірювання, при якому шукане значення величини знаходять на основі відомої залежності між цією величиною і величинами, які піддаються прямим вимірюванням. До непрямих вимірювань належить, наприклад, знаходження густини однорідного тіла за його масою та геометричними розмірами.

### **1.2. Похибки вимірювань.**

При будь-якому вимірюванні фізичної величини, як би старанно його не проводили, неминучі похибки, тобто виміряти величину абсолютно точно неможливо. Причиною похибок є недосконалість методів і засобів вимірювання, неповнота наших знань або труднощі врахування всіх факторів, які зумовлюють перебіг певного явища, або обмежені можливості наших чуттів та інші причини.

Важливо усвідомити, що фізика є точною наукою не тому, що вимірювання фізичних величин виконується абсолютно точно (цього досягти взагалі неможливо), а тому, що в кожному окремому випадку можна вказати граничні значення, між якими перебуває вимірювана величина. Йдеться про надійні межі похибки результату вимірювання – верхню і нижню межі інтервалу, який перекриває із заданою ймовірністю похибку вимірювання.

**Похибка вимірювання** – відхилення результату вимірювання від істинного значення вимірюваної величини.

$$\Delta x = X - x_i$$

де  $X$  – істинне значення вимірюваної величини,  $x_i$  – виміряне значення величини.

**Точність вимірювання** визначається близькістю його результату до істинного значення вимірюваної величини. Звичайно, істинне значення фізичної величини одержати неможливо, тому в практиці вимірювань оперують з дійсним значенням вимірюваної фізичної величини (зовнішніми проявами істинного значення фізичної величини, продуктами процесу пізнання). Вдосконалюючи за-

соби і методи вимірювання, а також глибше аналізуючи фізичні явища, можна підвищити точність вимірювання. Проте повністю уникнути похибок вимірювання принципово неможливо. Завданням фізичного експерименту є не тільки одержання найточнішого значення вимірюваної величини, а й оцінка похибки вимірювання.

Похибки вимірювань зумовлені різними причинами. За характером прояву їх поділяють на систематичні, випадкові та промахи.

**Систематичні похибки** зумовлені дією незмінних за величиною і напрямом факторів. Вони сталі за розміром або змінюються за відомими законами і зумовлені:

- похибками засобів вимірювання, які визначаються їхньою конструкцією та якістю виготовлення, значною складністю вимірювань;
- похибкою вибраного методу вимірювання, в якому не враховано деякі фактори, що впливають на результат вимірювань.

**Випадкові похибки** – похибки, які змінюються випадково (без будь-якої очевидної закономірності) при повторних вимірюваннях тієї самої величини. Вони можуть бути зумовлені дією навколишнього середовища (наприклад, освітленням приладів, зміною температури в процесі вимірювання, зміною напруги в електричній мережі, повітряними течіями та ін.), недосконалістю наших органів чуття, головним чином недостатніми гостротою та якістю зору і слуху, реакцією на спостереження, психологічним настроєм на вимірювання тощо.

**Промахи** (грубі похибки вимірювань) – це похибки вимірювань, які істотно перевищують похибку, очікувану за даних умов. Вони зумовлені неухважністю експериментатора, який неправильно зробив відлік, або неправильно його записав, а також неправильним поводженням із засобами вимірювання. При кінцевій оцінці результатів вимірювання такі помилкові результати слід відкинути та провести вимірювання повторно.

За місцем виникнення похибок слід розрізняти інструментальні та методичні похибки. **Інструментальні похибки** – це складо-

ві похибки вимірювання, які залежать від похибок використовуваних засобів вимірювання. **Методичні похибки** – це складові похибки вимірювання, джерелом яких є недосконалість методів вимірювання та вимірювальних перетворень, обмеженість точності фізичних констант.

Якщо випадкова похибка більша від інструментальної, треба збільшити число вимірювань. Випадкова похибка повинна бути порівняною з інструментальною.

Якщо випадкова похибка менша від інструментальної, то зменшувати її не потрібно.

За способом вираження, змістом і критерієм оцінки точності вимірювання похибки поділяються на абсолютні та відносні.

**Абсолютна похибка вимірювання** – похибка вимірювання, виражена в одиницях вимірюваної величини:

$$\Delta x = x_i - X \quad (1)$$

де  $X$  – істинне значення вимірюваної величини;

$x_i$  – значення, здобуте у ході одного з вимірювань.

Абсолютна похибка неповністю характеризує якість вимірювання. Важливим в оцінці якості вимірювання є не саме значення похибки, а те, яку частину вимірюваної величини вона становить. Тому для оцінки якості вимірювань користуються відотною похибкою.

**Відносна похибка** – це відношення абсолютної похибки вимірювання до істинного значення вимірюваної величини:

$$E = \frac{\Delta x}{X} \quad (2)$$

Відносна похибка виражається у відносних одиницях або у процентах.

Легко показати, що замість істинного значення фізичної величини можна використовувати середнє арифметичне значення декількох вимірювань цієї величини.

Нехай у результаті повторюваних рівноточних вимірювань фізичної величини маємо послідовність значень:



$x_1, x_2, x_3, \dots, x_i, \dots, x_n$

Подано результати  $n$  вимірювань у вигляді:

$\Delta x_1 = x_1 - X; \Delta x_2 = x_2 - X; \dots; \Delta x_i = x_i - X; \dots; \Delta x_n = x_n - X$

Підсумовуючи ці члени, дістанемо:

$$X = \bar{x} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i$$

де  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$  – середнє арифметичне значення вимірюваної

величини.

При великій кількості вимірювань випадкові відхилення  $\Delta x_i$ , однакові за модулями, але різні за значеннями, зустрічаються досить часто.

Тому

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i \right) = 0, \quad (3)$$

а отже  $X = \bar{x}$ .

При  $n \rightarrow \infty$  істинне значення фізичної величини дорівнює середньому арифметичному (звичайно, якщо при цьому немає систематичних похибок).

Опираючись на вищезгадане, похибкою окремого вимірювання можна назвати різницю між значенням, одержаним при даному вимірюванні, і середнім арифметичним значенням, тобто:

$$\Delta x_1 = x_1 - X; \Delta x_2 = x_2 - X; \dots; \Delta x_i = x_i - X; \dots; \Delta x_n = x_n - X \quad (4)$$

Середнє арифметичне абсолютних значень похибок окремих вимірювань і приймається при прямих вимірюваннях за середню абсолютну похибку вимірювання:

$$\Delta \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\Delta x_i| \quad (5)$$

Відносну похибку вимірювання можна представити як відношення середньої абсолютної похибки до середнього значення вимірюваної величини:

$$E = \frac{\Delta \bar{X}}{\bar{x}} \quad (6)$$

### 1.3. Похибки непрямих вимірювань.

Похибки непрямих вимірювань визначаються за похибками безпосередньо вимірюваних величин. Безпосередньо вимірювані величини вважатимемо аргументами, а посередньо (непрямо) вимірювані – функціями.

Нехай для знаходження величини  $N$  прийшлося виміряти якісь величини  $x$ ,  $y$  і  $z$ . Величини  $N$ ,  $x$ ,  $y$ ,  $z$  зв'язані функціональною залежністю

$$N=f(x,y,z) \quad (7)$$

У цьому випадку *середня абсолютна похибка*  $\Delta N$  може бути знайдена за правилами диференціювання, якщо знак диференціалу  $d$  замінити знаком похибки  $\Delta$  і вибрати знак таким чином, щоб величина похибки була максимальною, тобто

$$dN = \frac{\partial N}{\partial x} dx + \frac{\partial N}{\partial y} dy + \frac{\partial N}{\partial z} dz \quad (8)$$

і

$$\Delta \bar{N} = \frac{\partial N}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial N}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial N}{\partial z} \Delta z . \quad (9)$$

У частинному випадку, коли  $N=f(x)$ , формула (9) приймає вигляд:

$$\Delta \bar{N} = \frac{\partial N}{\partial x} \Delta x , \quad (10)$$

тобто абсолютна похибка функції дорівнює абсолютній похибці аргумента, помноженій на похідну цієї функції.

*Відносна похибка* знаходиться за формулою:

$$E = \frac{\Delta \bar{N}}{\bar{N}} , \quad (11)$$

а оскільки диференціал натурального логарифму

$$d(\ln N) = \frac{dN}{N} , \text{ то } \Delta(\ln \bar{N}) = \frac{\Delta \bar{N}}{\bar{N}} , \quad (12)$$

$$\text{або } E = \frac{\Delta \bar{N}}{\bar{N}} = \Delta(\ln \bar{N}) \quad (13)$$

Таким чином, відносна похибка результату дорівнює повному диференціалу натурального логарифму функції, що виражає залежність даної величини від вимірюваних величин.

При обрахуванні потрібно брати суму абсолютних значень диференціалів усіх членів логарифму (всі частинні похибки додаються) із заміною знаків  $d$  знаком  $\Delta$ .

Відносну похибку вимірювання  $E = \frac{\Delta \bar{N}}{\bar{N}}$  потрібно обрахувати в такій послідовності:

- а) прологарифмувати розрахункову формулу;
- б) знайти від логарифма повний диференціал;
- в) якщо похибка окремих вимірювань входить в результат диференціювання декілька разів, то потрібно згрупувати всі члени, що містять однаковий диференціал і вирази в дужках, які стоять під диференціалом, взяти за модулем; знак  $d$  замінити на  $\Delta$ ; знаки вибирають таким чином, щоб абсолютна величина відносної похибки була максимальною.

Приклад: нехай об'єм паралелепіпеда визначається за даними вимірювань довжини його ребер

$$(a \pm \Delta a), (b \pm \Delta b), (c \pm \Delta c):$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Максимальну абсолютну похибку знаходимо таким чином:

$$dV = \frac{\partial V}{\partial a} da + \frac{\partial V}{\partial b} db + \frac{\partial V}{\partial c} dc,$$

$$\Delta V = \frac{\partial V}{\partial a} \Delta a + \frac{\partial V}{\partial b} \Delta b + \frac{\partial V}{\partial c} \Delta c$$

$$\Delta V = b \cdot c \cdot \Delta a + a \cdot c \cdot \Delta b + a \cdot b \cdot \Delta c.$$

Знайдемо вираз для відносної похибки:

$$\ln V = \ln a + \ln b + \ln c,$$

$$d(\ln V) = d(\ln a) + d(\ln b) + d(\ln c).$$

$$\frac{dV}{V} = \frac{da}{a} + \frac{db}{b} + \frac{dc}{c}; \quad \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta c}{c}.$$

Це і є остаточна формула для знаходження максимальної відносної похибки вимірювань.

#### **1.4. Вказівки щодо визначення абсолютних та відносних похибок вимірювання фізичних величин**

- Абсолютну інструментальну похибку  $\Delta X_{ін}$  визначають або за класом точності приладу, або як половину ціни найменшої поділки.

- Методичну абсолютну похибку  $\Delta X_m$  визначають як середнє арифметичне похибок кожного з прямих вимірювань (формула(5)).

- Якщо пряме вимірювання здійснюється лише один раз, або при декількох вимірюваннях одержуються однакові значення, то методична похибка приймається наближено рівною інструментальній:  
$$\Delta X_m \approx \Delta X_{ін}$$

- Абсолютна похибка прямих вимірювань дорівнює сумі інструментальної і методичної похибок:  $\Delta X = \Delta X_m + \Delta X_{ін}$ .

- На практиці в багатьох випадках легше знайти спочатку відносну похибку вимірювань. Тоді абсолютну похибку вимірювань знаходять як:  
$$\Delta \bar{X} = E \cdot \bar{X}$$

- Абсолютна похибка при оформленні наслідків досліджень у графічному вигляді розраховується за розміщенням точок відносно графічної залежності.

- Якщо визначаються певні табличні константи (наприклад, прискорення вільного падіння  $g$ ), то доцільно розрахувати абсолютну похибку  $\Delta g$ , яку дає даний метод, як різницю табличного значення і її середнього значення, одержаного в досліді:

$$\Delta g = |g_{табл} - \bar{g}|$$

#### **1.5. Графічна обробка результатів вимірювання**

При обробці результатів вимірювання часто користуються графічним методом. Такий метод буває необхідний тоді, коли потрібно прослідкувати залежність якої-небудь фізичної величини від другої, наприклад:  $y=f(x)$ . Для наочності цю залежність зображають графічно.

У більшості випадків користуються прямокутною системою координат і відповідним папером з нанесеною сіткою (міліметровою, логарифмічною чи напівлогарифмічною).

При побудові графіків слід оптимально обирати масштаби, щоб експериментальні точки розташовувалися на всій площині паперу, відведеного під графік.

Точки, які наносяться на графік, повинні зображатися виразно. Спочатку їх слід відмічати олівцем і, впевнившись, що грубих промахів немає, навести чорнилом чи пастою.

Точки, одержані в різних умовах (наприклад, при нагріванні чи охолодженні, при збільшенні і зменшенні навантаження тощо), корисно наносити різними кольорами або різними значками.

Проводячи через експериментальні точки положу криву таким чином, щоб у середньому число точок над лінією дорівнювало числу точок під лінією, одержують графік досліджуваної залежності.

Крім системи координат з рівномірним масштабом, часто застосовують логарифмічні і напівлогарифмічні шкали. Напівлогарифмічна система координат – це прямокутна система координат, одна вісь якої використовує рівномірний масштаб, а друга – нерівномірний логарифмічний масштаб (при цьому досягається рівномірний масштаб для логарифмів чисел). Напівлогарифмічний масштаб дуже вигідний для зображення залежностей типу:

$$y = \ln x \quad \text{або} \quad y = \lg x,$$

які в таких координатах являють собою прямі лінії.

Користуючись побудованим графіком можна в межах виконаних спостережень інтерполювати, тобто знаходити значення величини для таких значень  $x$ , які безпосередньо не спостерігаються. За графіком можна знайти емпіричну формулу досліджуваної експериментально залежності.

## Розділ 2. Лабораторний практикум з механіки

### Лабораторна робота № 1

#### Вивчення ноніусів. Вимірювання лінійних величин штангенциркулем, мікрометром та сферометром

**Мета роботи:** Вивчити будову штангенциркуля, мікрометра, сферометра та навчитись використовувати їх для вимірювання.

**Прилади і матеріали:** 1) штангенциркуль; 2) мікрометр; 3) сферометр; 4) деталь складної форми; 5) дротинки різного діаметра; 6) плоске скло; 7) накривне скло; 8) плосковипукла лінза.

#### I. Короткі теоретичні відомості

Для вимірювання лінійних величин застосовують найрізноманітніші способи, вибір яких визначається заданою точністю та умовами експерименту.

Для безпосередніх вимірювань довжини широко використовують такі міри, як масштабна лінійка, металеві вимірювальні лінійки, рулетки тощо. Точність вимірювання довжини цими мірами невисока. Ціна поділки, наприклад, масштабної лінійки становить 1 мм. Отже, точність вимірювання масштабною лінійкою, яка не перевищує половини ціни поділки, дорівнює 0,5 мм.

Для більш точних вимірювань користуються приладами з *ноніусом*. Ноніус побудований за принципом методу збігів.

**Метод лінійного ноніуса.** *Ноніусом* називається невелика додаткова шкала до звичайного масштабу, яка дозволяє підвищити точність вимірювання в 10-20 разів.

Розглянемо лінійний ноніус штангенциркуля. Найпростіший ноніус, що дає можливість проводити вимірювання з точністю до 0,1 мм, являє собою шкалу довжиною 9 мм, поділену на десять рівних частин (рис.1.1,*a*).

Тому одна поділка ноніуса дорівнює 0,9 мм, тобто менша від поділки основної шкали масштабної лінійки. Коли нульова відмітка (штрих) шкали ноніуса буде між певними відмітками основної

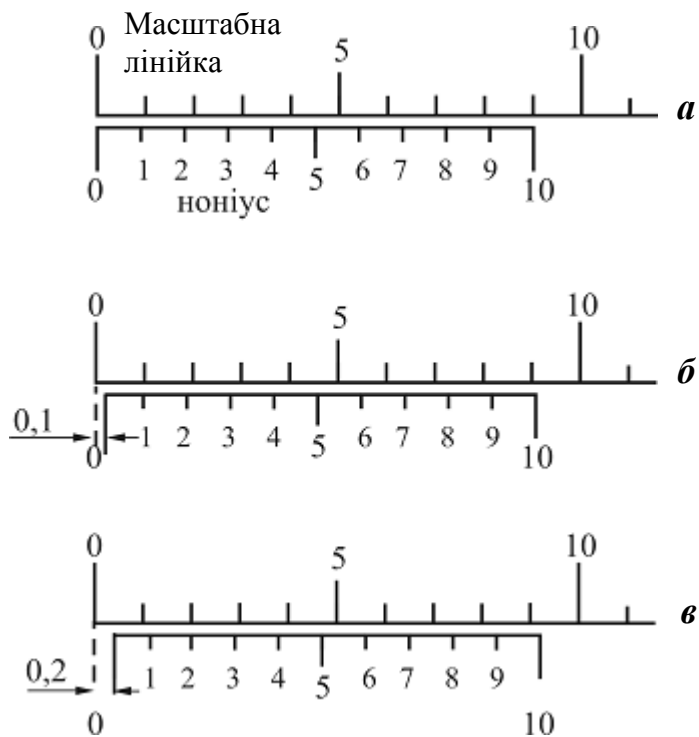


Рис.1.1. Ноніус.

відмітку шкали ноніуса, яка збігається з якоюсь відміткою основної шкали (на рис.1.1,б,в – це друга та третя відмітка ноніуса). Нехай такою відміткою буде  $n$ -та за порядком відмітка шкали ноніуса.

Оскільки вимірювана дробова частина міліметра (яку потім слід додати до цілого числа  $n$  міліметрів) дорівнює різниці між цілим числом міліметрів за основною шкалою штангенциркуля ( $n$  мм) і відстанню за шкалою ноніуса від нульової до відмітки, що збігається ( $0,9n$  мм), можна записати:

$$0,1x = n - 0,9n, \text{ тобто } x=n.$$

Отже, порядковий номер збіжної мітки ноніуса безпосередньо дає число десятих часток міліметра, які додають до цілого числа міліметрів основної шкали, що пройдені нульовим штрихом ноніуса. На рис. 1.1,б відлік за шкалою ноніуса показує, що розмір деталі між губками штангенциркуля рівний 0,1 мм, а на рис.1.1,в – 0,2 мм.

На практиці використовують штангенциркулі ще з більш точнішим ноніусом. Шкала ноніуса для вимірювання з точністю до 0,05 мм має 20 однакових поділок на довжині 19 мм, а шкала ноніу-

шкали штангенциркуля (рис. 1.1,б,в), то це означатиме, що до цілого числа міліметрів треба додати певне число  $X$  десятих часток міліметра.

Будова ноніуса ґрунтується на тому, що людське око легко розрізняє, чи є два штрихи продовженням один одного, чи вони дещо зсунуті. Для визначення числа  $X$  десятих часток міліметра знаходимо ві-

са для вимірювання з точністю до 0,02 мм має 50 однакових поділок на довжині 49 мм. Відмітка цих ноніусів, яка збігається з будь-яким штрихом основної шкали, показує відповідно число 1/20 або число 1/50 часток міліметра.

Отже, поділки на основній шкалі і шкалі ноніуса наносять так, що  $n-1$  поділка основної шкали дорівнює за довжиною  $n$  поділкам ноніуса. Якщо  $\alpha_n$  і  $\alpha_m$  відповідно ціни поділок ноніуса і основної шкали, то  $n\alpha_n = (n-1)\alpha_m$ , звідки різниця цих поділок (тобто точність ноніуса) рівна:  $\Delta\alpha = \alpha_m - \alpha_n = \alpha_m/n$ .

**Точністю ноніуса** називають величину  $\alpha_m/n$ , яка дорівнює відношенню ціни найменшої поділки основної шкали до числа поділок ноніуса.

**Під точністю відліку за ноніусом** розуміють ціну його поділки.

**Штангенциркуль** (рис.1.2) – це прилад для вимірювання лінійних розмірів з точністю від 0,1 до 0,02 мм.

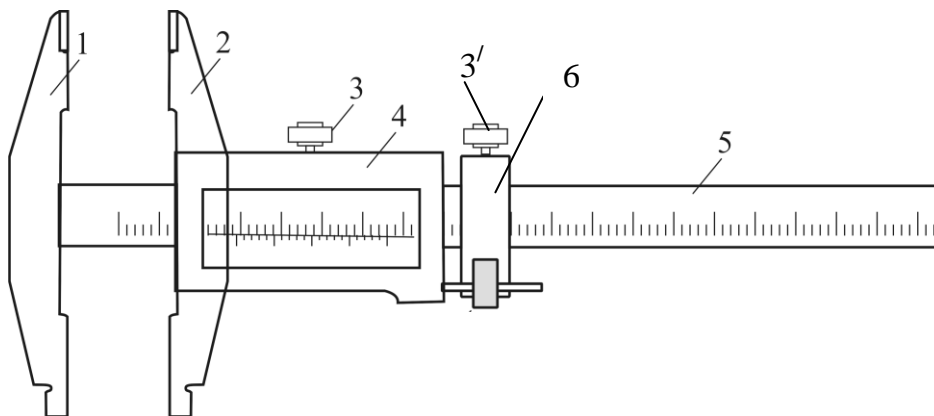


Рис. 1.2. Штангенциркуль.

Штангенциркуль складається зі сталюї лінійки (штанги) **5** з міліметровими поділками, відносно якої переміщується рамка **4** з ноніусом, і двох пар губок (ніжок) – нерухомих **1** і рухомих **2**. При зімкнутих губках відлік за ноніусом дорівнює нулю.

Між губками затискають вимірювану деталь. Щоб точно визначити розмір деталі, при наближенні рухомої губки **2** до деталі, гвинтом **3** закріплюють рамку мікрометричного пристрою, після чого дотик губки до деталі здійснюють за допомогою мікрометрич-



ного пристрою **6**. Цей захід здійснюється для того, щоб запобігти надмірному натисканню губок на деталь. Потім закріплюють рухому губку на штанзі стопорним гвинтом **3'** (при відповідних навичках роботи зі штангенциркулем гвинт можна і не закріпляти) і роблять відлік за ноніусом.

Для вимірювання внутрішніх розмірів деталі є нижні (за рисунком) калібровані губки. Загальна ширина їх при зведених губках дорівнює 10 мм; цей розмір треба додавати до відліку за шкалою.

**Мікрометр** (рис. 1.3)– це інструмент для вимірювання лінійних розмірів з точністю до 0,01 мм. Він складається із сталеві скоби **8**, що має опорну нерухому п'яту **1**, стебла **3**, мікрометричного гвинта **6**.

Мікрометричний гвинт переміщується всередині спеціальної гільзи з різьбою, закріпленою в стеблі **3**. Крок гвинта 0,5 мм. На зовнішній поверхні стебла нанесено дві поздовжні шкали, зсунуті одна відносно одної на 0,5 мм. Зовні стебло охоплює барабан **4**, з'єднаний з мікрометричним гвинтом.

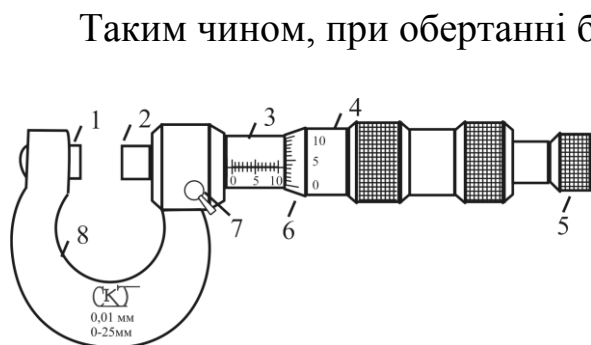


Рис.1.3. Мікрометр.

Таким чином, при обертанні барабана обертається і гвинт; при цьому переміщується його вимірювальна поверхня **2**.

Дія мікрометра ґрунтується на властивості гвинта здійснювати при повороті його поступальне переміщення, пропорційне куту повороту.

Скошений обід барабана **6** поділено на 50 однакових поділок. На правому кінці барабана є особливий фрикційний пристрій – тріскачка **5**. При вимірюванні слід обертати барабан тільки за головку тріскачки. Деталь при вимірюванні затискається між нерухомою п'ятою і мікрометричним гвинтом. Після того як досягнуто певного ступеня натиску на деталь (5-6 Н), фрикційна головка починає проковзувати, даючи характерний тріск. Завдяки цьому затиснута де-

таль деформується порівняно мало (її розміри не спотворюються) і, крім того, це запобігає псуванню мікрометричного гвинта.

При знятті показів мікрометра можливі два випадки:

1) Край скошеного обода барабана з поділками може пройти на нижній шкалі стебла ціле число міліметрів і не дійти до поділки на верхній шкалі стебла. Тоді відлік дорівнює цілому числу міліметрів за нижньою шкалою і плюс певна кількість сотих долей міліметра, яка випаде на шкалі барабана навпроти горизонтальної лінії на стеблі.

2) Край скошеного обода барабана може пройти ціле число міліметрів на нижній шкалі стебла, плюс пройде сусідню поділку на верхній шкалі стебла, але не дійде до наступної поділки на нижній шкалі. В цьому випадку до відліку цілого числа міліметрів на нижній шкалі стебла додається 0,5 мм за верхньою шкалою і плюс певна кількість сотих долей міліметра за шкалою барабана навпроти горизонтальної лінії стебла.

**Сферометр** – прилад для точного вимірювання товщини пластинок та радіуса кривизни сферичних поверхонь. Він складається з металевої триніжки **1** (рис.1.4), всередині якої проходить мікрометричний гвинт **2**.

Ніжки металевої триніжки рівновіддалені одна від одної і закінчуються вістрями. Мікрометричний гвинт має крок 0,5 мм. Диск мікрометричного гвинта **3** поділений на 500 поділок відповідно до кроку так, що точність виміру сферометром становить 0,001 мм. Кількість повних обертів мікрометричного гвинта визначається за вертикальною шкалою **4**. Поділки вертикальної шкали нанесено так, щоб при одному оберті гвинта диск переміщався вздовж вертикалі на одну поділку.

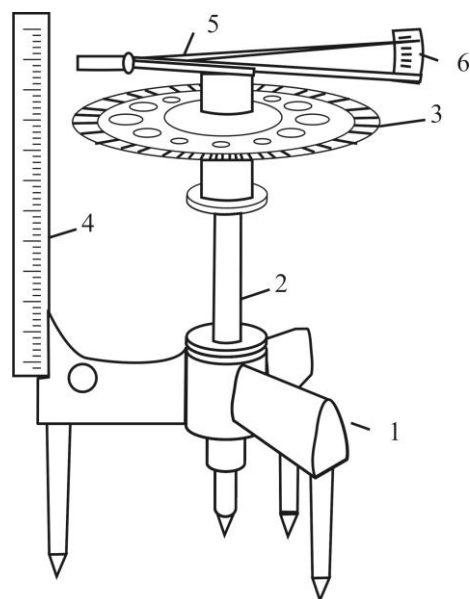


Рис.1.4. Сферометр

Внизу мікрометричний гвинт закінчується вістрям. Щоб встановити момент дотику мікрометричного гвинта до поверхні пластинки, в сферометрі є спеціальний пристрій з відкидним важелем **5**. У момент дотику вістря до пластинки стрілка пристрою піднімається шкалою **6** (цей пристрій дозволяє виміряти товщину пластинки, коли вона менша за ціну однієї поділки диска сферометра).

А) Щоб визначити товщину пластинки, треба поставити сферометр на добре відполіровану горизонтальну контрольну поверхню скла і опустити мікрометричний гвинт до дотику з пластинкою. Момент, коли мікрометричний гвинт торкається пластинки, фіксується відхиленням стрілки спеціального пристрою **5**. Визначаємо початкове положення диска сферометра за вертикальною шкалою –  $N_0$  та на диску, а саме, кількість поділок за диском навпроти вертикальної шкали –  $n_0$ . Коли початкове положення зафіксоване, викручуємо гвинт уверх настільки, щоб під гвинтом помістилася вимірювальна пластинка. Ніжки сферометра при цьому не зміщуємо. Опускаємо гвинт, тобто викручуємо його доти, поки він не торкнеться поверхні вимірювальної пластинки. Момент дотику гвинта до поверхні пластинки фіксуємо за допомогою того ж механізму, що і при визначенні початкового положення. Диск за вертикальною шкалою займе положення  $N_1$ , а за шкалою диску буде зафіксовано положення  $n_1$ . Якщо ціна поділки вертикальної шкали дорівнює кроку мікрометричного гвинта  $d$ , то товщину пластинки визначають за формулою:

$$h = N_1 - N_0 + \frac{(n_1 - n_0)d}{n} \quad (1),$$

де  $n$  – загальна кількість поділок на диску сферометра.

Б) Щоб визначити радіус кривизни сферичної поверхні (лінзи) за допомогою сферометра, спочатку потрібно виміряти ним висоту сферичного сегмента  $h$  (рис.1.5, *a*).

Для цього спочатку визначають початкове положення сферометра за допомогою скляної горизонтальної відполірованої пластинки, тобто  $N_0$  і  $n_0$ . Потім викрутивши вгору мікрометричний гвинт,

ставимо сферометр на поверхню сфери і вкручуємо мікрометричний гвинт доти, поки він торкнеться поверхні сфери. Записуємо значення  $N_1$  і  $n_1$  і за формулою (1) обчислюємо висоту сегмента  $h$ .

Далі ставлять сферометр на чистий аркуш паперу і, злегка натиснувши на нього зверху, дістають відбиток його трьох ніжок та гвинта (точки  $A, B, C, S$ ) (рис.1.5, б). З точки  $S$ , що визначає положення гвинта, як з центра радіусом  $AS$  опишемо коло, що проходить через відбитки трьох ніжок  $A, B, C$ . Радіус цього кола  $r$  буде радіусом сегмента, що відтинається площиною, яка проходить через кінці ніжок сферометра.

Плосковипукла лінза є сферичним сегментом, радіус кривизни якого дорівнює радіусу сфери, що обмежує поверхню лінзи. Застосувавши теорему Піфагора для прямокутного трикутника  $OAS$  (рис.

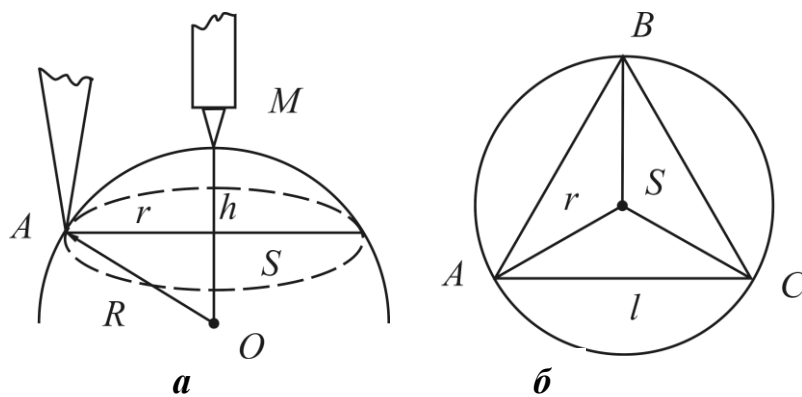


Рис. 1.5. Методика вимірювання сферометром.

1.5,а), можна записати:

$$R^2 = r^2 + (R - h)^2, \quad (2)$$

Звідки знаходимо

$$R = \frac{r^2 + h^2}{2h}. \quad (3)$$

З рис. 1.5, б видно, що

$$r = l/\sqrt{3}, \quad (4)$$

де  $l$  – відстань між ніжками сферометра.

Підставляючи в рівняння (3) значення  $r$  з рівняння (4), дістаємо:

$$R = \frac{\frac{l^2}{3} + h^2}{2h}, \text{ або остаточно: } R = \frac{l^2 + 3h^2}{6h}. \quad (5)$$

## II. Порядок виконання роботи

### Завдання № 1. Вимірювання лінійних величин штангенциркулем і мікрометром

1. Вивчити конструкцію та технічну характеристику штангенциркуля. Засвоїти метод лінійного ноніуса. Навчитися читати на штангенциркулі довільно поставлений розмір.

2. Зробити ескіз запропонованої в роботі деталі і проставити після усереднення всі її розміри, виміряні в різних місцях.

3. Визначити штангенциркулем товщину скляної пластинки. Виміри занести в таблицю, знайти середнє значення шуканої величини та середню абсолютну похибку і записати кінцевий результат за формулою:  $h = \bar{h} \pm \Delta \bar{h}$ .

4. Вивчити конструкцію та технічну характеристику мікрометра. Перевірити встановлення мікрометричного гвинта на нуль. Навчитися читати на мікрометрі довільно поставлений розмір.

5. Виміряти мікрометром діаметри різних дротинок. Виміри занести в таблицю (розробити самостійно), знайти середнє значення шуканих величин та їх середні абсолютні похибки вимірювання. Записати кінцевий результат за формулою:  $d = \bar{d} \pm \Delta \bar{d}$ .

### Завдання № 2. Визначення товщини пластинки і радіуса кривизни лінзи сферометром

#### ***A) Визначення товщини накривного скла.***

1. Ознайомитися з будовою сферометра. Визначити ціну поділки вертикальної шкали. Визначити крок гвинта сферометра.

2. Поставити сферометр на плоске скло і вкручуванням опустити мікрометричний гвинт доти, поки він не торкнеться поверхні плоского скла (ворухнеться стрілка пристрою). Записати початкові покази вертикальної шкали  $N_0$  та шкали диску  $n_0$ .

3. Не зміщуючи ніжок сферометра, підняти мікрометричний гвинт на 8 – 10 обертів і підкласти під гвинт пластинку накривного скла. Опустити мікрометричний гвинт так, щоб він доторкнувся до поверхні накривного скла. Записати відповідно  $N_1$  і  $n_1$ . Вимірювання провести 4 – 5 разів у різних місцях пластинки.

4. Результати вимірювань занести до таблиці, обчислити товщину накривного скла.

5. Визначити середнє значення товщини пластинки, середню абсолютну і відносну похибки і записати результат у вигляді:

$$h = \bar{h} \pm \Delta\bar{h}, \quad E = \frac{\Delta\bar{h}}{\bar{h}} 100\%.$$

№ з/п	$N_0$ , поділок	$n_0$ , поділок	$N_1$ , поділок	$n_1$ , поділок	$h$ , мм	$\Delta h$ , мм	$E$ , %

### **Б) Визначення радіуса кривизни лінзи**

1. За допомогою горизонтальної плоскої пластинки визначити початкове положення сферометра ( $N_0$ ,  $n_0$ ). Записати в таблицю величини  $N_0$ ,  $n_0$ .

2. Відкрутити мікрометричний гвинт на 12 – 14 обертів і поставити сферометр на сферичну поверхню так, щоб усі три ніжки були на поверхні сфери.

3. Закручувати мікрометричний гвинт доти, поки він торкнеться поверхні сфери. Записати в таблицю кількість поділок по вертикальній шкалі  $N_1$  і кількість поділок по диску  $n_1$ . Вимірювання виконати в 3 – 4-х місцях сфери.

4. Обчислити за формулою (1) висоту сегмента сфери.

5. Поставити сферометр на чистий аркуш паперу, злегка натиснути на нього. На відбитку виміряти відстань між ніжками сферометра штангенциркулем. Обчислити за формулою (5) радіус кривизни сферичної поверхні, підставляючи середнє значення  $\bar{h}$  і  $\bar{l}$ .

6. Обчислити середню абсолютну та відносну похибки. Середню відносну похибку знаходять за формулою:

$$E = \frac{\Delta R}{R} = \frac{2l\Delta l + 6h\Delta h}{l^2 + 3h^2} + \frac{\Delta h}{h}.$$

7. Записати остаточний результат у вигляді:

$$R = \bar{R} \pm \Delta\bar{R}; E = \frac{\Delta\bar{R}}{\bar{R}} 100\%.$$

№ з/П	$N_0$ , поді-лок	$n_0$ , поді-лок	$N_1$ , поді-лок	$n_1$ , поді-лок	$h$ , мм	$\Delta h$ , мм	$l$ , мм	$l$ , мм	$R$ , мм	$\Delta R$ , мм	$E$ , %

### Контрольні запитання

1. У чому полягає метод лінійного ноніуса?
2. Яка будова та правила користування штангенциркулем, мікрометром, сферометром?
3. Що показують поділки, нанесені на вертикальну шкалу та на диск сферометра?
4. Як визначити ціну поділки штангенциркуля, мікрометра, сферометра?
5. Як визначити кривизну сферичної поверхні сферометром?
6. Чи впливає зміна температури на точність вимірювання сферометром?
7. Як виміряти товщину пластинки, коли вона менша за ціну однієї поділки диска сферометра?

## Лабораторна робота № 2

### Точне зважування (вимірювання маси)

**Мета роботи:** Вивчити будову найпростіших аналітичних терезів і засвоїти методику зважування на них. Провести зважування рекомендованих тіл.

**Прилади і матеріали:** 1) аналітичні терези, 2) комплект важків, 3) тіла для зважування.

#### I. Короткі теоретичні відомості

Вимірювання маси є найбільш поширеним видом вимірювань, оскільки вони виконуються у всіх галузях науки, техніки та народного господарства.

Лабораторні терези поділяються на два види: важільні та пружинні. Серед важільних терезів розрізняють технічні, аналітичні та терези найвищої точності (метрологічні) і зразкові.

Важільні терези, по суті, представляють собою рівноплече або нерівноплече коромисло, що вільно коливається на опорі або підвісі (рис.2.1).

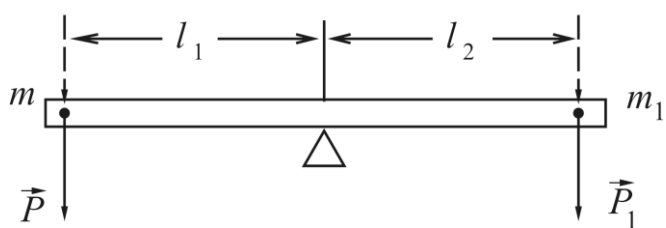


Рис. 2.1. Вільне коромисло

Основним співвідношенням, яке дозволяє знайти невідому масу тіла, є умова рівності нулю моментів сил, що діють на коромисло в положенні рівноваги:

$$M_1 - M_2 = 0, \text{ або } M_1 = M_2. \quad (1)$$

Якщо на одному плечі коромисла ( $l_1$ ) підвішений вантаж з невідомою масою  $m$ , а на другому ( $l_2$ ) – компенсуючий його еталонний вантаж масою  $m_1$ , то в положенні рівноваги коромисла будемо мати:

$$(P - F_A) \cdot l_1 = (P_1 - F'_A) \cdot l_2, \quad (2)$$



де  $P$  – вага тіла;  $P_1$  – вага важків;  $F_A$  і  $F'_A$  – архімедова сила, що діє в повітрі на тіло і на важки;  $l_1$  і  $l_2$  – довжини плечей коромисла.

Рівняння (2) можна записати у вигляді:

$$(mg - \rho_n \cdot V \cdot g) \cdot l_1 = (m_1 g - \rho_n \cdot V_1 \cdot g) \cdot l_2, \quad (3)$$

де  $g$  – прискорення вільного падіння в місці, де тіло зважують;  $\rho_n$  – густина повітря;  $V$  і  $V_1$  – об'єми тіла і важків.

Якщо коромисло терезів рівноплече ( $l_1 = l_2$ ), то вираз (3) спрощується:

$$mg - \rho_n \cdot V \cdot g = m_1 g - \rho_n \cdot V_1 \cdot g \quad (4)$$

Для об'ємів тіла і важків можна записати:

$$V = \frac{m}{\rho}; \quad (5) \quad V_1 = \frac{m_1}{\rho_1}, \quad (6)$$

де  $m$  і  $\rho$  – відповідно маса і густина тіла;  $m_1$  і  $\rho_1$  – маса і густина важків.

Підставивши ці вирази у рівність (4), одержимо:

$$mg - \rho_n \frac{m}{\rho} g = m_1 g - \rho_n \frac{m_1}{\rho_1} g, \quad (7)$$

або

$$m \left(1 - \frac{\rho_n}{\rho}\right) = m_1 \left(1 - \frac{\rho_n}{\rho_1}\right),$$

звідки кінцево маємо

$$m = m_1 \frac{1 - \rho_n / \rho_1}{1 - \rho_n / \rho}. \quad (8)$$

У формулі (8) маса тіла  $m$  і важків  $m_1$  виражена в грамах, а їхні густини в  $\text{г/см}^3$ .

При розрахунках густину повітря при кімнатній температурі можна взяти як  $\rho_n = 0,00129 \text{ г/см}^3$ .

## II. Будова аналітичних терезів

Найпростіші аналітичні терези (рис.2.2.) складаються з рівноплечого коромисла **4**, трубчатої колони **6** та тарілок **7**. Ребром середньої опорної призми (агатової) коромисло спирається на агатову подушку колонки. Для відліку коливань призначено стрілку **11**, кінець якої переміщується паралельно шкалі **10**. Колона закріплена на опорній дошці з гвинтовими ніжками **8** для встановлення терезів за виском. Для зупинки коливань терезів, а також для відокремлення призми від подушок у неробочому стані служить аретир, рукоятка **9** якого розміщена під вітриною **1** терезів. Остання захищає терези від пилу, вологи, потоків повітря та нагрівання. На бічних сторонах терезів є дверцята, які дають змогу заносити на тарілки важки та зважуване тіло. На верхній частині коромисла нанесено рейтерну шкалу **4**. Рейтер (зігнута у вигляді петлі дротинка масою 1 мг) навішується на коромисло за допомогою спеціального пристрою, що складається з гачка **12**, що кріпиться на рухомій штанзі із стержнем **5**, який виведено на бічну сторону вітрини. Рейтер накладають на коромисло в спеціальні гнізда, які поділяють плечі на десять рівних частин. Рейтер на першій поділці від центра відповідає навантаженню відповідної тарілки – 1 мг, на другій – 2 мг і т. д. Коли терезами не користуються, а також при заміні важків під час зважування, терези обов'язково повинні бути

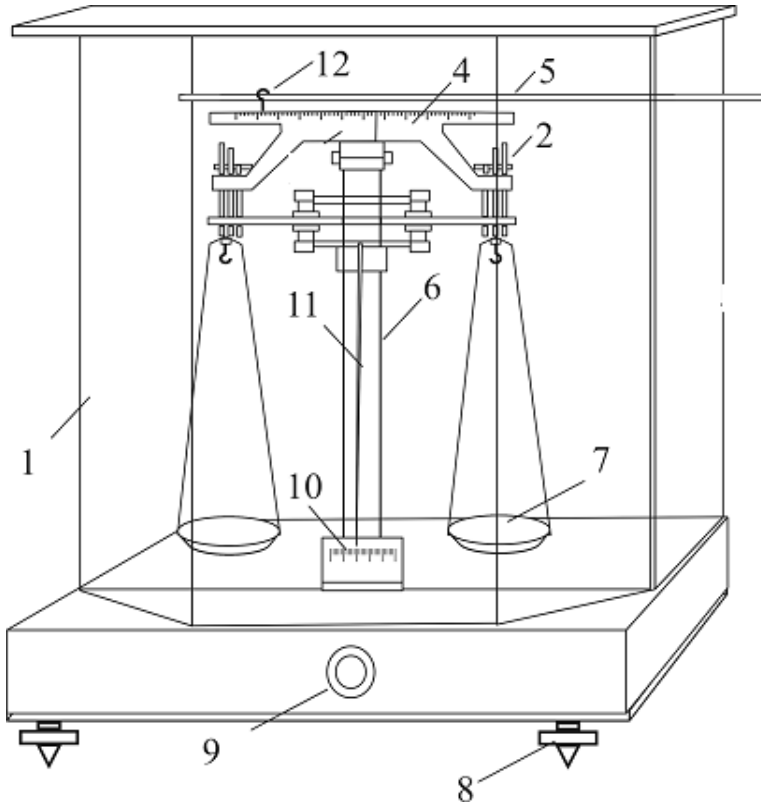


Рис.2.2. Аналітичні терези.

коромисло в спеціальні гнізда, які поділяють плечі на десять рівних частин. Рейтер на першій поділці від центра відповідає навантаженню відповідної тарілки – 1 мг, на другій – 2 мг і т. д. Коли терезами не користуються, а також при заміні важків під час зважування, терези обов'язково повинні бути

зааретовані. Для цього користуються ручкою аретира **9**, повертаючи її вправо повільно і рівномірно.

Аналітичні терези дають можливість зважувати тіла, вага яких не більша за визначену. Це максимальне навантаження або вказується на самих терезах, або в їх паспорті, або може бути визначене як загальна вага важків до даних терезів.

Важливу роль відіграє при зважуванні тіл терезами знання їх чутливості.

**Чутливість** терезів визначається величиною відхилення стрілки в поділках  $S$ , яке викликане додатковим навантаженням шальки терезів в 1 мг.

$$\omega = \frac{S}{m_0}, \text{ де } m_0 = 1 \text{ мг.} \quad (9)$$

У загальному випадку чутливість терезів знаходять за формулою:

$$\omega = \frac{r \cdot L \cdot \cos \alpha}{(2m + m_1) \cdot L \cdot \sin \alpha + M \cdot l}, \quad (10)$$

де  $r$  – довжина стрілки;  $L$  – довжина плечей коромисла;  $\alpha$  – кут між плечами коромисла і горизонталлю, якщо плечі коромисла утворюють між собою кут, і кут прогину, якщо коромисло представляє собою прямолінійний важіль;  $m$  і  $m_1$  – маси тіла і важків навантажених терезів;  $M$  – маса коромисла із стрілкою;  $l$  – відстань центра ваги коромисла від нижнього ребра середньої призми.

Як видно із (10) чутливість терезів залежить від навантаження. Але якщо ребра всіх трьох призм лежать в одній площині і прогин плечей коромисла нехтовно малий, то чутливість від навантаження залежати не буде. В цьому випадку:

$$\omega = \frac{r \cdot L}{M \cdot l}. \quad (11)$$

Чутливість аналітичних терезів можна в невеликих межах змінювати. Для цього служить важок на стрілці. Переміщення його

вгору або вниз зміщує відповідно центр тяжіння коромисла із стрілкою, а значить, збільшує чи зменшує чутливість терезів.

На практиці чутливість терезів прийнято визначати кількістю поділок шкали, на які стрілка відхиляється при додатковому навантаженні тарілки в 1 мг.

### **Правила зважування на аналітичних терезах:**

Для того, щоб не пошкодити терези і одержати більш точні результати зважування на аналітичних терезах, треба дотримуватися таких правил:

- 1) ставити на тарілки або знімати з них тіло (важки) лише тоді, коли терези поставлено на аретир;
- 2) для зручності слід класти зважуване тіло на ліву тарілку терезів, а важки – на праву;
- 3) переносити важки лише за допомогою пінцета;
- 4) у ході вимірювань, коли терези зрівноважені не повністю, слід звільнити терези від аретира лише на стільки, щоб видно було, яка тарілка переважає; повертати аретир рівномірно і повільно;
- 5) коли стрілка коливається, треба терези ставити на аретир в момент проходження стрілки через нульову поділку шкали;
- 6) при спостереженні коливань стрілки бокові стінки вітрини мають бути закритими;
- 7) коли амплітуда коливань стрілки дуже мала (менша за 3-4 поділки), її збільшують легким помахом руки поблизу відкритих дверцят;
- 8) тіло і важки кладуть на шальки так, щоб їх центри по можливості співпадали з центрами тарілок;
- 9) після закінчення зважування слід негайно поставити терези на аретир, зняти з тарілок тіло і важки, закрити дверці вітрини.

**Зважування тіла.** Щоб зважити тіло на аналітичних терезах, потрібно:

- 1) Знайти нульову точку на шкалі;
- 2) Зважити тіло з точністю до 1 мг;
- 3) Визначити чутливість терезів;
- 4) Внести поправку на недовантаження (перевантаження);
- 5) Внести поправку на нерівність плечей.

Зупинимося докладніше на кожній з цих операцій.

**1. Знаходження нульової точки.** Перед зважуванням тіла треба знайти положення рівноваги ненавантажених терезів, тобто поділку на шкалі, проти якої зупинилася б стрілка при відсутності тертя. Цю поділку називають нульовою точкою терезів.

Оскільки існує тертя, то стрілка зупиняється не на нульовій точці. Тому її визначають із спостереження за коливаннями стрілки, звільнивши терези від аретира. Помічають, до якої поділки вона відхиляється вліво і вправо (починають звичайно зліва), і роблять відлік до трьох коливань:  $n_1, n_3, n_5$  – зліва і  $n_2, n_4$  – справа. Тоді нульову точку знаходять так:

$$e^I_0 = \frac{1}{2} \left( \frac{n_1 + n_3 + n_5}{3} - \frac{n_2 + n_4}{2} \right). \quad (12)$$

Повторюють спостереження три рази і знаходять середнє значення нульової точки:

$$e_0 = \frac{e^I_0 + e^{II}_0 + e^{III}_0}{3}. \quad (13)$$

**2. Зважування** починають з того, що зважуване тіло кладуть на ліву тарілку, а на праву ставлять важки до тих пір, поки терези майже не зрівноважаться. В ході збільшення навантаження тарілки важками, терези знімають з аретира не повністю. Коли терези майже зрівноважені, добирають таке положення рейтера на коромислі, при якому стрілка терезів коливається біля нульової точки. Далі методом коливань, описаним в пункті 1, визначають точку рівноваги навантажених терезів –  $e$ .

Коли точка рівноваги збігається з нульовою точкою терезів  $e_0$ , то маса важків на тарілці разом з рейтером ( $m_1$ ) точно відповідає масі тіла ( $m$ ). Коли ж точка рівноваги навантажених терезів зміщена

на кілька поділок ( $e - e_0$ ) від нульової точки, то тіло, очевидно, зважене або з недовантаженням, або з перевантаженням. Щоб внести відповідну поправку, треба знати ціну однієї поділки шкали, яка в свою чергу пов'язана з чутливістю навантажених терезів.

**3. Визначення чутливості терезів.** Для визначення чутливості терезів збільшують за допомогою рейтера (навантажені і урівноважені терези) додатково їх навантаження ще на 1 мг. Методом коливання визначають нове положення їх рівноваги –  $e_1$ . Порівнюючи його з попередньою точкою рівноваги ( $e$ ), визначають чутливість терезів:

$$\omega = \frac{S}{m_0} = e_1 - e \quad (\text{под/мг}). \quad (14)$$

**4. Визначення поправки на недовантаження (перевантаження).** Знаючи чутливість, знаходять ціну однієї поділки шкали терезів:

$$d = \frac{1}{\omega} = \frac{1}{e_1 - e} \quad (\text{мг/под}) \quad (15)$$

а потім знаходять поправку на недовантаження (перевантаження):

$$(e - e_0) \cdot d = \frac{e - e_0}{e_1 - e} \quad (\text{мг}). \quad (16)$$

Враховуючи поправку на вплив повітря (сила Архімеда), маса зваженого тіла дорівнюватиме:

$$m = \left( m_1 \frac{1 - \frac{\rho_n}{\rho}}{1 - \frac{\rho_1}{\rho}} + \frac{e - e_0}{e_1 - e} \right) (\text{мг}). \quad (17)$$

**5. Знаходження поправки на нерівність плечей.** Щоб визначити точну масу тіла зважуванням на терезах з нерівними плечима (на практиці майже всі терези є такими), можна застосувати такі методи зважування:

**а) метод подвійного зважування (метод Гаусса)**

Тіло зважують на одній, а потім на другій тарілці терезів. При цьому, очевидно, похибка, зумовлена нерівністю плечей, буде в першому і другому зважуванні з протилежними знаками.

Якщо довжини плечей терезів відповідно  $l_1$  і  $l_2$ , а відповідні маси важків при подвійному зважуванні тіла  $m_1$  і  $m_2$ , то рівняння рівноваги терезів матиме такий вигляд:

$$m \cdot l_1 = m_1 \cdot l_2; m l_2 = m_2 l_1, \quad (18)$$

звідки знаходимо дійсну масу тіла:

$$m = \sqrt{m_1 \cdot m_2}. \quad (19)$$

Із врахуванням поправок на недовантаження (перевантаження) і вплив повітря робоча формула для визначення дійсної маси тіла буде:

$$m = \sqrt{m_1 \cdot m_2} \frac{1 - \rho_n / \rho_1}{1 - \rho_n / \rho} + \frac{e - e_0}{e_1 - e} \quad (20)$$

#### ***б) Метод тарування (метод Борда)***

Тіло кладуть на праву тарілку і зрівноважують тарою (коробочкою з піском) на лівій тарілці. Після цього тіло забирають, і, нічого більше не змінюючи в положенні терезів, на його місце накладають важки до відновлення попередньої рівноваги терезів. Тоді маса важків дорівнюватиме дійсній масі тіла.

#### ***в) Метод постійного навантаження (метод Менделєєва)***

На ліву тарілку кладуть набір важків, сумарна маса яких дорівнює граничному навантаженню терезів, і зрівноважують їх тарою на правій тарілці. Потім знімають важки, на їхнє місце кладуть зважуване тіло і докладають до нього важки для відновлення попередньої рівноваги терезів. Коли масу докладених важків відняти від маси важків при граничному навантаженні, матимемо дійсну масу тіла.

Метод Менделєєва дає змогу зважувати різні тіла при незмінній чутливості терезів, оскільки зважування завжди виконується при однаковому навантаженні терезів.

### **III. Порядок виконання роботи**

1. Вивчити будову аналітичних терезів і засвоїти методику точного зважування на них.

2. За допомогою опорних гвинтів та виска правильно встановити терези.
3. Знайти нульову точку терезів. Дані спостереження коливань стрілки і обчислень подати у вигляді раціонально вибраної таблиці.
4. Зважити тіло з точністю до 1 мг, використовуючи метод Гаусса.
5. Знайти чутливість і ціну поділки шкали навантажених терезів. Дані спостережень і обчислень записати у відповідну таблицю.
6. Внести поправку на недовантаження (перевантаження), на вплив повітря. Обчислити за допомогою робочої формули (20) середнє значення точної маси тіла за зважуванням його на аналітичних терезах.

### **Контрольні запитання**

1. Що таке маса тіла?
2. Що називають вагою тіла?
3. Чому можна стверджувати, що при зважуванні на важільних терезах вимірюються маси тіла, а на пружинних – вага?
4. Чи змінюється результат зважування на важільних терезах при переміщенні з полюсу на екватор?
5. У чому полягає суть методу коливань для визначення точки рівноваги?
6. Для чого використовують рейтер?
7. Що називають чутливістю терезів і від чого вона залежить?
8. Як можна точно зважити тіло на терезах з нерівними плечами?



**Лабораторна робота № 3**  
**Визначення швидкості польоту кулі за допомогою**  
**балістичного маятника**

**Мета роботи:** Визначити швидкість польоту кулі, використовуючи метод балістичного маятника.

**Прилади та матеріали:** 1) механічна гармата на масивному штативі, 2) куля, 3) балістичний маятник, 4) терези з важками, 5) горизонтальна шкала.

### I. Короткі теоретичні відомості

Метод балістичного маятника широко використовується для визначення миттєвої швидкості тіл, які рухаються дуже швидко.

Балістичний маятник представляє собою масивне тіло, підвішене на чотирьох нерозтяжних нитках (біфілярний підвіс). Воно може вільно відхилитися у вертикальній площині, коли в нього зробити постріл. В нашому випадку – це циліндр, наповнений пластиліном (рис 3.1.), відкритий з боку пострілу.

Для балістичного маятника повинна виконуватися умова  $T \gg t$ , де  $T$  – період коливань маятника;  $t$  – тривалість співудару.

В досліді використовується явище непружного співудару двох тіл. Для спрощення вимірювання і обробки одержаних результатів гармата встановлюється таким чином, щоб удар рухомого тіла (кулі) в маятник можна було вважати центральним і прямим.

При обробці результатів використовується закон збереження імпульсу. Тому конструкція установки повинна бути такою, щоб її можна було вважати

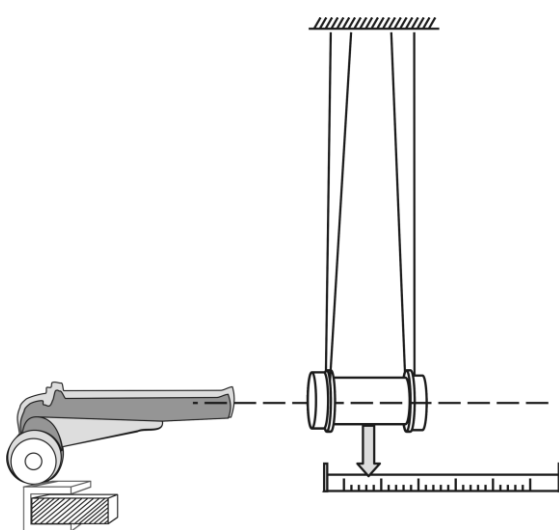


Рис.3.1. Балістичний маятник

в момент співудару маятника і кулі замкненою системою в напрямку вектора швидкості.

Постріл виконують з гармати, закріпленої в штативі так, щоб швидкість кулі була спрямована горизонтальною прямою, яка проходить через центр ваги  $C$  маятника, і перпендикулярно до його нитки підвісу (рис 3.2.).

Коли в маятник влучає куля і застряє в ньому (удар непружний), то маятник під дією удару відхиляється від вертикальної вісі  $OC$  на деякий кут  $\alpha$ . Знаючи кут відхилення  $\alpha$ , можна визначити швидкість польоту.

Позначимо масу кулі через  $m$ , масу маятника – через  $M$ , швидкість кулі до удару –  $v$ , і швидкість маятника з кулею після удару – через  $u$ . На підставі закону збереження імпульсу можна написати:

$$mv = (m + M)u \quad (1).$$

Маятник, набираючи після удару кулею швидкість  $u$  і відповідну кінетичну енергію, що дорівнює  $\frac{(m + M) \cdot u^2}{2}$  виходить з положення рівноваги і піднімається на деяку висоту  $h$  (рис. 3.2.).

Якщо знехтувати тертям у підвісі маятника і опором повітря, то можна розглядати систему маятник–Земля як замкнену, консервативну і застосувати до неї закон збереження механічної енергії:

$$\frac{(m + M) \cdot u^2}{2} = (m + M)gh \quad (2),$$

звідки одержимо, що швидкість маятника з кулею дорівнює

$$u = \sqrt{2gh} \quad (3).$$

Виразимо висоту підняття центра мас  $h$  через довжину маятника  $l$  і кут відхилення  $\alpha$ . Довжина маятника – це віддаль від центра мас до осі його обертання. Згідно рис. 3.2. маємо:

$$h = l - l \cdot \cos \alpha \text{ або } h = l \cdot (1 - \cos \alpha) \quad (4).$$

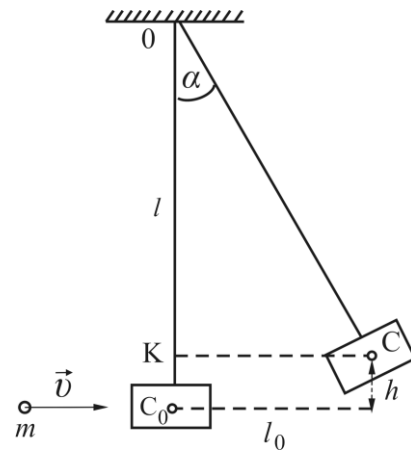


Рис. 3.2. Умовна схема балістичного маятника

Враховуючи, що  $l - \cos \alpha = 2 \cdot \sin^2 \alpha / 2$ , одержимо:

$$h = 2l \sin^2 \alpha / 2 \quad (5),$$

а підставивши значення  $h$  у формулу (3), знайдемо:

$$u = 2 \sin \alpha / 2 \cdot \sqrt{gl} \quad (6)$$

Щоб визначити швидкість кулі  $v$ , підставимо значення  $u$ , з формули (5) в рівняння (1). Тоді остаточно маємо:

$$v = 2 \frac{(m + M)}{m} \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \sqrt{gl} \quad (7)$$

Врахувавши, що при малих кутах відхилення  $\alpha$ :  $2 \cdot \sin \alpha / 2 = l_0 / l$ , де  $l_0$  – горизонтальне відхилення маятника, одержимо робочу форму для знаходження швидкості польоту кулі:

$$v = \frac{M + m}{m} \cdot \frac{l_0}{l} \cdot \sqrt{gl} \quad (8)$$

## II. Порядок виконання роботи.

1. Встановити маятник в робоче положення, тобто так, щоб його показчик (стрілка) був встановлений на нуль горизонтальної шкали.

2. За допомогою терезів визначити масу кулі з точністю до 0,1 г, зарядити нею механічну гармату.

3. Перед пострілом потрібно добре розігріти пластилін, щоб куля після пострілу прилипла до маятника і відхилилася разом з ним (непружний удар).

4. **Переконатись у відсутності сторонніх осіб поруч із маятником (!)** і зробити постріл. Зафіксувати відхилення  $l_0$  показчика маятника за горизонтальною шкалою. Дослід проробити 5-6 разів.

5. Визначити довжину маятника та його масу (або взяти дані у керівника занять).

6. Результати всіх вимірювань записати у звітну таблицю:

№ з/п	$M$ , кг	$\Delta M$ , кг	$m$ , кг	$\Delta m$ , кг	$l$ , м	$\Delta l$ , м	$l_0$ , м	$\Delta l_0$ , м	$v$ , м/с	$E$ , %

7. Визначити за формулою (7) середнє значення швидкості польоту кулі. Підрахувати абсолютну та відносну похибку вимірювань.

Відносна похибка може бути знайдена за формулою:

$$E = \frac{\Delta v}{v_{cp}} = \frac{\Delta M + \Delta m}{M + m} + \frac{\Delta m}{m} + \frac{3}{2} \cdot \frac{\Delta l}{l};$$

8. Запишіть дійсне значення швидкості кулі  $v = v_{cp} \pm \Delta v$ .

### Контрольні запитання

1. Що називають балістичним маятником?
2. Чому можна систему маятник–куля розглядати як замкнену?
3. Як в установці забезпечити умови, при яких удар кулі в маятник можна вважати непружним, центральним і прямим?
4. Записати закони збереження імпульсу і механічної енергії для пружного і непружного ударів куль.
5. Які припущення ви робите, використовуючи закон збереження механічної енергії у формі, вираженій формулою (2).

## Лабораторна робота № 4.

### Вивчення законів кінематики і динаміки поступального руху на машині Атвуда

**Мета:** ознайомитися з будовою і принципом дії машини Атвуда; вивчити рівномірний рух тіл; вивчити рівноприскорений рух тіл; перевірити другий закон Ньютона.

**Прилади і матеріали:** 1) машина Атвуда з набором двох однакових вантажів і трьох важків різної маси; 2) секундомір електричний з блоком живлення; 3) секундомір ручний.

### I. Короткі теоретичні відомості

*Швидкість та прискорення* є основними кінематичними величинами, що характеризують рух матеріальної точки в просторі.

**Швидкість** (*миттєва швидкість*) – характеристика руху тіла в кожний момент часу або у кожній точці траєкторії – визначається границею відношення вектора переміщення тіла  $\vec{\Delta r}$  до відповідного проміжку часу  $\Delta t$  за умови, коли останній прямує до нуля:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad (1)$$

або у проекціях на координатні вісі:

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}. \quad (2)$$

Поряд з миттєвою швидкістю на практиці часто для опису руху використовують **середню швидкість**, яка чисельно дорівнює відношенню вектора переміщення до проміжку часу, за який відбулося дане переміщення:

$$\vec{v}_{cp} = \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t}, \quad (3)$$

та середню скалярну швидкість, яку обраховують як відношення пройденого шляху до відповідного часу:

$$v_{cp} = \frac{s}{\Delta t}. \quad (4)$$

Зміну швидкості з часом оцінюють прискоренням:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}, \text{ або } \vec{a} = \frac{d^2 x}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2 y}{dt^2} \vec{j} + \frac{d^2 z}{dt^2} \vec{k} \quad (5)$$

З останнього рівняння для випадку рівномірно прискореного руху вздовж осі  $x$  маємо  $dv_x = a \cdot dt$  та, інтегруючи, знаходимо відомі *кінематичні рівняння* (закони зміни швидкості та переміщення для прямолінійного рівноприскореного руху):

$$v_x = v_0 + at; \quad x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad (6)$$

Зрозуміти причини різних видів рухів дозволяє *динаміка*, в основі якої лежать *закони Ньютона* (закони динаміки):

**I закон:** існують такі системи відліку, в яких тіло буде знаходитись у стані спокою або прямолінійному і рівномірному русі, якщо дія на нього всіх інших тіл компенсується.

**II закон:** тіло, на яке діють сили, рухається з прискоренням, величина і напрям якого визначаються відношенням рівнодійної всіх

сил до маси даного тіла:  $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ . (7)

**III закон:** сили, з якими взаємодіють тіла, завжди однакові за величиною та протилежні за напрямком.

Основні закони кінематики і динаміки можуть бути перевірені дослідним шляхом на машині Атвуда.

## II. Опис установки

Машина Атвуда (рис. 4.1,а) складається з вертикального стояка **1** зі шкалою. На верхньому кінці стояка встановлений легкий блок **2**, що обертається з досить малим тертям навколо горизонтальної вісі. Через блок перекинута тонка нитка **3**, до кінців якої підвішені вантажі **4** однакової маси  $m$  ( $m$  – відома, її повідомляє керівник занять).

Вздовж стояка можуть переміщатися і фіксуватися підставка **6** з рухомою частиною і спеціальне кільце **5**, крізь яке може вільно пройти правий вантаж **4** при його русі вниз.

Для фіксації нитки і вантажів у певному положенні та для звільнення їх у вертикальній частині стояка закріплено електромагніт **7**. Крім вантажів **4** в комплекті установки є додаткові важки **8** спеціальної форми, виготовлені з металу і якими користуються для надання вантажам рівноприскореного руху. Вертикальний стояк машини Атвуда кріпиться в спеціальній основі **9**, ніжки якої встановлені на гвинти для регулювання вертикального положення.

В комплект машини Атвуда входить блок живлення електромагніту і електронний секундомір із своїм окремим блоком живлення.

На рис. 4.1,б показана електрична схема машини Атвуда. В нижній частині стояка є панель **10** під'єднання секундоміра (клеми 1–2) і живлення електромагніту (клеми 3–4).

В машині Атвуда передбачені два варіанти увімкнення та вимкнення секундоміра. Входом секундоміра є клеми 1–2 панелі **10**.

Один з варіантів увімкнення секундоміра такий. Контакт **17** електромагніта (він являє собою гвинт) викручений, і зазор між гвинтом і рухомою металевою пластинкою **16** електромагніту **7** досить великий. Коли вимкнути електромагніт і рухома пластинка **16** відійде від нього, вона не торкатиметься контакту **17**. Контакт **18** постійно з'єднаний з рухомою металевою пластинкою **16** електромагніта. Рухома частина **13** підставки **6** переміщена вгору і пластинка **14** замикає ковзні контакти **12**.

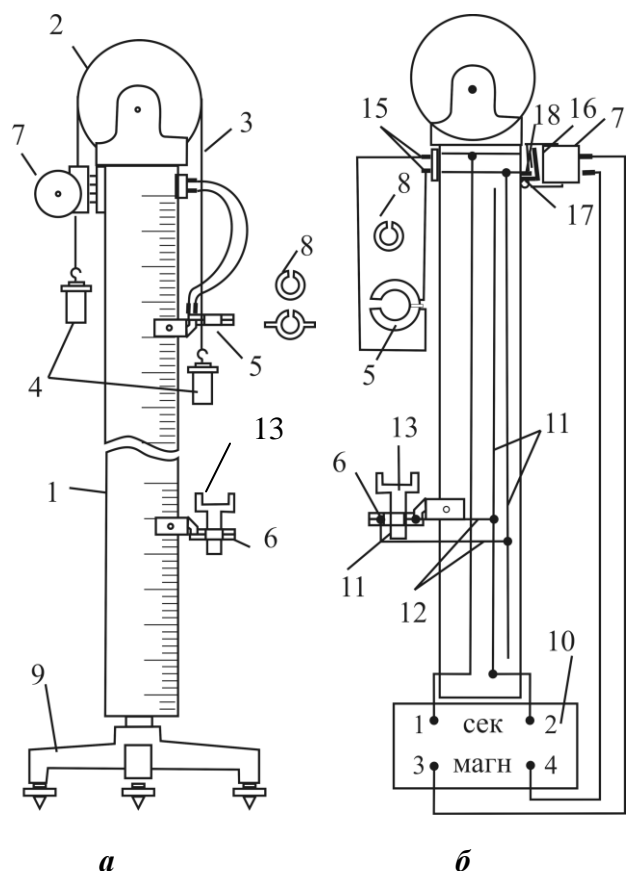


Рис.4.1. Машина Атвуда

**16** електромагніту **7** досить великий. Коли вимкнути електромагніт і рухома пластинка **16** відійде від нього, вона не торкатиметься контакту **17**. Контакт **18** постійно з'єднаний з рухомою металевою пластинкою **16** електромагніта. Рухома частина **13** підставки **6** переміщена вгору і пластинка **14** замикає ковзні контакти **12**.

Коли вантаж **4**, з встановленим на нього додатковим тягарцем **8**, пройде крізь кільце **5**, тягарець **8** (металева трикутна пластинка) залишиться на кільці **5** і замкне металеві півкільця. Цим буде замкнено вхід секундоміра (замкнеться коло: клема 1 – клема 15 – кільце 5 – клема 15 – права шина – ковзні контакти 12 – ліва шина – клема 2) і він запрацює. Коли вантаж **4** вдариться об підставку **6**, рухома частина **13** підставки опуститься вниз і розімкне ковзні контакти **12**. Цим самим розімкнеться вхід електронного секундоміра і він зупиниться.

Другий варіант увімкнення електронного секундоміра: провідники, що з'єднували клеми **15** з рухомим кільцем, від'єднуються від кільця, а саме кільце знімається взагалі. Контакти **17** (гвинт) електромагніту закручують і наближають його до рухомої пластинки **16** електромагніту таким чином, щоб коли вимкнути електромагніт і пластинка **16** відійде від нього, вона торкнеться контакту **17**. Цим самим замкнеться вхід секундоміра, якщо рухома частина **13** підставки **6** буде піднята вгору і замкне ковзні контакти **12** (замкнеться коло: клема 1 – контакт 18 – пластинка електромагніту 16 – контакт 17 – права шина – ковзні контакти 12 – ліва шина – клема 2).

Секундомір вимкнеться, якщо вантаж **4** опуститься і вдарить підставку **6**, опустивши її рухому частину **13** вниз, чим розімкне ковзні контакти **12**.

Розглянемо рух системи, що складається з двох вантажів масами  $m$  і  $m + m_1$  ( $m_1$  – маса важка), і блока радіусом  $r$  з моментом інерції  $J$ .

Якщо вантажі однакові, то потенціальна енергія системи не залежить від їх висоти, оскільки зменшення потенціальної енергії одного вантажа приводить до еквівалентного зростання потенціальної енергії другого. Якщо ж вантажі будуть різні (на один з них покладено важок  $m_1$ ), то зміна потенціальної енергії системи визначається положенням тягарця масою  $m_1$ .



Нехай тягарець  $m_1$  поклали на правий вантаж і він опустився на відстань  $h$ . При цьому потенціальна енергія цього тягарця переходить в кінетичну енергію поступального руху вантажів  $m$  та  $m + m_1$  і обертального руху блоку (роботою з подолання сил тертя знехтуємо). Таким чином набута кінетична енергія дорівнює зміні потенціальної енергії:

$$m_1gh = \frac{m\nu^2}{2} + \frac{(m + m_1)\nu^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} \quad (8)$$

Коли нитка не ковзає блоком, швидкість  $\nu$  руху нитки (швидкість руху системи тіл масою  $2m + m_1$ ) дорівнює лінійній швидкості точок обода блока  $\omega \cdot r$ , тобто  $\nu = \omega \cdot r$ . Знаючи зв'язок пройденого шляху з часом  $h = \frac{at^2}{2}$  і врахувавши, що  $\omega = \nu/r$ , одержимо:

$$a = \frac{m_1g}{2 \cdot m + m_1 + J/r^2} \quad (9)$$

Якщо знехтувати моментом інерції блока  $J$ , то формула (9) прийме вигляд:

$$a = \frac{m_1g}{2 \cdot m + m_1} \quad (10)$$

З формули (10) видно, що система рухатиметься з прискоренням, меншим, ніж прискорення вільного падіння. Збільшуючи масу додаткового тягарця, можна збільшити і прискорення системи.

### III. Порядок виконання роботи

Встановити машину Атвуда у вертикальне положення. Для цього, користуючись регулювальними гвинтами основи, досягти такого положення, щоб правий вантаж вільно проходив через кільце **5** і опускався на середину рухомої частини **13** підставки **6**, яка знаходиться внизу стояка.

### Завдання 1. Вивчення рівномірного руху

Для вивчення рівномірного руху на машині Атвуда встановлюють рухоме кільце **5** і з'єднують його провідниками з клемми **15**. У нижній частині стояка встановлюють підставку **6**.

*Система (два зв'язані через блок вантажі) буде рухатися рівномірно, коли рівнодійна сила, що діє на неї, буде дорівнювати нулю.* Цю ситуацію можна реалізувати, коли в ході руху системи зняти додатковий тягарець і вантажі рухатимуться рівномірно ( $a=0$ ). Тому виконується умова:

$$\frac{h_1}{t_1} = \frac{h_2}{t_2} = \dots = \frac{h_i}{t_i} = v = const \quad (11)$$

Для перевірки цієї умови встановлюють великий зазор між контактом **17** електромагніту і його рухомою пластинкою **16** (щоб він не увімкнув секундомір при вимкненні електромагніта). Правий вантаж **4** піднімають у верхню частину стояка до нульової мітки на шкалі, при цьому лівий вантаж опускається вниз.

За допомогою ключа подають напругу на електромагніт від блока живлення. Електромагніт вмикається і своєю рухомою пластинкою **16** затискує нитку, що зв'язує два вантажі.

Кладуть на правий вантаж додатковий тягарець **8** у вигляді металевого трикутника. Потім встановлюють кільце **5** для зняття додаткового тягарця на відстані 30-40 см від верхнього краю стояка. Нижню підставку **6** закріплюють під кільцем на відстані 20 см від нього і переводять у верхнє положення рухому частину із підставки, щоб замкнулися ковзні контакти **12**.

Коли вимкнути електромагніт, система під дією додаткового тягарця масою  $m_1$  почне рухатись прискорено до тих пір, поки кільцем не зніметься цей тягарець. У момент, коли тягарець знімається, він замикає вхід електронного секундоміра і секундомір почне працювати. Буде вимірюватись час рівномірного руху системи до тих пір, доки правий вантаж не вдарить об рухому частину підставки **6**, опустить її вниз і секундомір зупиниться.

Виконавши вимірювання пройденого шляху  $h_1$  при рівномірному русі (відстань між кільцем і підставкою) та часу, що відповідає йому  $t_1$ , можна знайти швидкість рівномірного руху. Цей дослід повторюють тричі і проміжок часу  $t_1$  знаходять як середнє з трьох вимірювань.

Потім збільшують відстань між кільцем і підставкою, опускаючи її нижче на 10 см. Проводять дослід знову три рази, вимірюючи  $h_2$  та середнє значення часу  $t_2$ , як і в попередньому випадку.

Опустивши підставку ще на 10 см, знаходять третє значення швидкості.

Коли співставити всі значення швидкості відповідно до рівності (11), то вони повинні виявитися однаковими. Це буде до тих пір, доки не зрушать з місця рухоме кільце і не змінять додаткового тягарця.

## Завдання 2. Вивчення рівноприскореного руху

### **1. Перевірка закону зміни швидкості $v = at$**

1. На правий вантаж покласти додатковий тягарець  $m_1$  і підняти його вгору до нульової мітки шкали. Замкнути коло електромагніту, щоб він утримував систему.

Рухоме кільце залишається закріпленим посередині стояка, підставка **6** опущена вниз і її рухома частина переведена у верхнє положення, щоб були замкнені ковзні контакти **12**. Електронний секундомір буде вимірювати час руху  $t'$  правого важка від кільця до підставки.

Для того, щоб виміряти час руху  $t_1$  важка від нульової відмітки шкали до моменту зняття додаткового тягарця в кільці, потрібно взяти ще один секундомір, механічний.

2. Розмикаючи коло електромагніту. Одночасно увімкнути механічний секундомір. Виміряти час  $t_1$  від початку руху тягарця до зняття його кільцевою підставкою. Час руху  $t'$  правого важка від кільця до підставки виміряє електронний секундомір.

Знаючи відстань між кільцем і підставкою  $h_1$  та час  $t'$ , визначити швидкість рівномірного руху між кільцем і підставкою ( $v_1 = h_1/t'$ ). Ця швидкість дорівнює миттєвій швидкості рівноприскореного руху в момент часу  $t_1$  (в момент зняття тягарця). Дослід повторити тричі для знаходження середнього значення часу.

3. Із зміною положення кільця змінюватиметься і швидкість рівномірного руху. Дослід повторити при різних положеннях кільця.

При однаковій масі тягарця прискорення системи буде сталим, тому матимемо співвідношення:

$$a = \frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2} = \dots = \frac{v_n}{t_n}, \quad (12)$$

яке треба перевірити.

Одержане значення прискорення порівнюють із значенням, одержаним за формулою (10).

## 2. Перевірка закону зміни шляху $h = \frac{at^2}{2}$

1. У цьому завданні знімається рухоме кільце **5**, а провідники, які були приєднані до нього встановлюють так, щоб вони не заважали рухові важків.

Контакт **17** електромагніта вкручують і наближають його до рухомої пластинки **16** електромагніту, щоб в момент, коли електромагніт вимкнути, між ними з'явився контакт (увімнеться електронний секундомір).

Підставку **6** встановлюють на висоті 30-40 см від нижньої частини стояка. На перший вантаж кладуть тягарець  $m_1$  і переводять його у верхнє положення шкали. Вмикають електромагніт (контакт **17** розмикається з пластинкою **16**). Рухому частину підставки **13** переводять у верхнє положення і замикають ковзні контакти **12**.

2. Розмикаючи коло електромагніту, одночасно вмикають електронний секундомір, який вимкнеться при ударі першого ван-

тажа об підставку. Знаючи пройдений шлях  $h_i$ , і час руху системи  $t_i$ , можна знайти прискорення  $a$ .

3. При однаковій масі тягарця-перевантаження, змінюючи величину  $h_i$ , виміряти  $t_i$ , які в усіх випадках взяти як середнє з трьох вимірюваних при фіксованих у кожному випадку  $h_i$ . Прискорення системи в усіх випадках буде однаковим. Тому повинно справджуватися співвідношення (наближено):

$$a = \frac{2h_1}{t_1^2} = \frac{2h_2}{t_2^2} = \dots = \frac{2h_n}{t_n^2}, \quad (13)$$

яке й необхідно перевірити.

Одержане значення прискорення співставити із значенням, одержаним за формулою (10).

### Завдання 3. Перевірка другого закону Ньютона

1. Зважте три додаткові тягарці і визначте їхні маси  $m_1, m_2, m_3$ . Перевірте співвідношення мас тягарців. Воно повинно бути таким:  $m_3 > m_2 > m_1$ ;  $m_3 > m_1 + m_2$ .

2. Покладіть всі три тягарці на правий вантаж і виміряйте прискорення руху  $a_1$  так самою, як і в п.2 завдання №2.

3. Розрахуйте силу тяжіння тягарців, яка зумовила прискорений рух системи, використавши формулу з врахуванням мас тягарців  $F_{T1} = (m_1 + m_2 + m_3)g$ , і занесіть її значення в таблицю (таблицю розробіть самостійно).

4. Перекладіть тягарець з масою  $m_1$  з правого вантажа на лівий. Виміряйте прискорення системи  $a_2$ , визначте аналогічно силу тяжіння тягарців  $F_{T2} = (m_3 + m_2 - m_1)g$  і результати занесіть до таблиці.

5. Перекладіть ще один тягарець  $m_2$  з правого вантажа на лівий. Розрахуйте  $F_{T3} = (m_3 - m_2 - m_1)g$  та виміряйте прискорення  $a_3$ . Результати занесіть до таблиці.

6. Побудуйте графік залежності  $a = f(F_T)$  і зробіть висновки.

7. Дайте відповіді на питання:

А) як за графіком визначити силу тертя?

Б) як залежить  $a$  від  $F$ ?

В) як за графіком визначити рівнодійну силу, яка надає прискорення  $a_1, a_2, a_3$ ?

8. Визначте силу тертя, рівнодійну силу і рухому масу.

9. Розрахуйте рухому масу за формулою:

$$m = 2m + m_1 + m_2 + m_3$$

і порівняйте її з тією, що визначили за графіком. Зробіть висновки.

### Контрольні запитання

1. Сформулюйте закони Ньютона.

2. Запишіть математичний вираз другого закону динаміки через зв'язок сили, маси та прискорення тіла, а також через зміну імпульсу.

3. У чому полягає метод визначення прискорення на машині Атвуда?

4. Як обрахувати силу натягу нитки машини Атвуда при рівномірному і рівноприскореному рухах системи тіл?

5. Як створюється рівномірний рух тіл на машині Атвуда?

6. Що таке миттєва швидкість? Прискорення?

7. Виведіть формулу для прискорення, враховуючи силу тертя на осі блока.

## Лабораторна робота № 5.

### Вивчення пружного і непружного ударів двох куль

**Мета роботи:** Перевірити справедливості закону збереження імпульсу тіл при центральному ударі куль. Визначити коефіцієнт установлення кінетичної енергії різних матеріалів.

**Прилади і матеріали:** 1) установка типу ФП–101 для вивчення пружного і непружного ударів двох куль; 2) набір куль із різних матеріалів (сталь, пластмаса, пластилін).

#### I. Короткі теоретичні відомості

Здебільшого другий закон механіки записують у вигляді

$$m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{F} \quad (1).$$

Проте, у ряді механічних задач, де маса не залишається сталою, слід користуватись загальним виглядом цього закону:

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F} \quad (2),$$

де  $m\vec{v} = \vec{p}$  – імпульс, або кількість руху тіла.

Отже, **імпульсом тіла** називають векторну фізичну величину чисельно рівну добутку маси тіла на його швидкість, яка має напрям, що співпадає з напрямом вектора швидкості тіла.

**Закон збереження імпульсу** є одним з найважливіших законів природи. Відповідно до нього: *при будь-яких взаємодіях матеріальних точок ізольованої системи повний імпульс системи залишається постійним*. Математично закон збереження імпульсу записують так:

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const}, \text{ або } \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i' \quad (2)$$

де  $v_i$  – швидкість  $i$ -тої матеріальної точки до взаємодії,  $v_i'$  – швидкість  $i$ -тої матеріальної точки після взаємодії.

Справедливості закону збереження імпульсу може бути перевірена при центральному ударі куль.

**Удар** – зміна стану тіл внаслідок короткочасної їхньої взаємодії при зіткненні. Час взаємодії тіл при ударі дуже малий і становить соті частки секунди. Одним з найпростіших видів є центральний удар двох куль.

**Центральний удар** – удар, при якому лінія удару проходить через центри куль.

**Лінія удару** – пряма, проведена нормально до елемента поверхні зіткнення куль у момент удару.

Удари поділяються на абсолютно пружні (пружний) і абсолютно непружні (непружний). Непружний удар спостерігається при взаємодії двох тіл з пластичних матеріалів або пластичного і пружного тіла.

**Непружним ударом** називають удар, після якого швидкості двох тіл, що співударяються, стають рівними. Цю швидкість можна знайти за законом збереження імпульсу:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v' \quad (3)$$

Оскільки сили взаємодії між кулями неконсервативні, то для розглядуваної системи закон збереження механічної енергії можна записати так:

$$W_{k1} + W_{k2} = W'_{k} + A, \quad (4)$$

де  $A$  – робота неконсервативних сил (робота деформації);  $W_{k1}$ ,  $W_{k2}$  і  $W'_k$  – кінетична енергія куль відповідно до і після удару.

Рівняння (4) можна записати у більш конкретному вигляді, а саме:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) v'^2}{2} = A. \quad (5)$$

Якщо до удару одне з тіл було нерухомим (наприклад,  $v_2 = 0$ ), то (5) набуває вигляду:

$$A = \frac{m_1 v_1^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) v'^2}{2}. \quad (6)$$



Пружний удар спостерігається при взаємодії двох тіл, виготовлених з пружних матеріалів (наприклад, двох куль, виготовлених із твердих сортів сталі, деяких видів пластмас, і т.п.).

Процес пружного співудару відбувається у два етапи. перший – удар після початку зіткнення; сили, що діють на кульки, збільшуються із зростанням деформацій. Збільшення деформації супроводжується зміною швидкості кульок. Тіло, що мало більшу швидкість, уповільнюватиме свій рух, а тіло з меншою швидкістю прискорюватиметься (якщо одне тіло наздоганяє друге). При досягненні максимального значення деформації швидкості двох кульок дорівнюватимуть одна одній. З цього моменту, який характеризує початок другого етапу пружного удару значення деформацій зменшуються. При цьому сили деформацій розштовхують кульки. Після того, як деформації зникнуть, кульки розійдуться, повністю відновлять свою попередню форму і рухатимуться з різними швидкостями. Таким чином, в кінці другого етапу весь запас потенціальної енергії пружно деформованих тіл знову перетвориться в кінетичну енергію.

Отже, *абсолютно пружним називають удар*, в результаті якого не відбувається перетворення кінетичної енергії системи взаємодіючих тіл в інші види енергій.

При цьому закон збереження механічної енергії можна записати у вигляді:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} . \quad (7)$$

Закон збереження імпульсу у скалярній формі має вигляд:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' . \quad (8)$$

Тоді з рівнянь (7) і (8) дістаємо:

$$v_1' = \frac{2 \cdot m_2 v_2 - v_1 (m_2 - m_1)}{m_1 + m_2} , \quad v_2' = \frac{2 \cdot m_1 v_1 - v_2 (m_1 - m_2)}{m_1 + m_2} \quad (9)$$

Якщо одна із кульок до удару не рухалась (наприклад,  $v_2 = 0$ ),

то

$$v_1' = v_1 \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}, \quad v_2' = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2} \quad (10).$$

Слід зауважити, що ідеально пружних ударів у природі не існує, так як завжди частина енергії витрачається на залишкову деформацію тіл і збільшення їх внутрішньої енергії.

Кількісною мірою пружних властивостей тіл являється коефіцієнт відновлення кінетичної енергії  $K_W$ :

$$K_W = \frac{W_{k'}}{W_k} \quad (11)$$

де  $W_k$  – кінетична енергія системи до удару,  $W_{k'}$  – після удару.

## II. Опис установки

Установка типу ФП-101 призначена для вивчення пружного і непружного ударів двох куль. Конструктивно установка являє собою триніжок **1** (рис.5.1) на трьох гвинтах. На триніжку розташований стояк **2**, до верхнього кінця якого прикріплюють спеціальні підвіси **3** для куль. Кулі закріплено на біфілярних підвісах **4**, що дає змогу змінювати міжцентрові відстані куль. На штанзі **5** закріплено електромагніт **6**, що тримає на початку досліду у відхиленому стані одну із куль. Для живлення електромагніту використовується випрямляч з вихідною напругою 6 В. Виводи електромагніту під'єднуються до випрямляча, увімкнення відбувається тумблером, установленим на основі приладу. На ньому ж установлена електрична лампочка, яка вказує на роботу електромагніту.

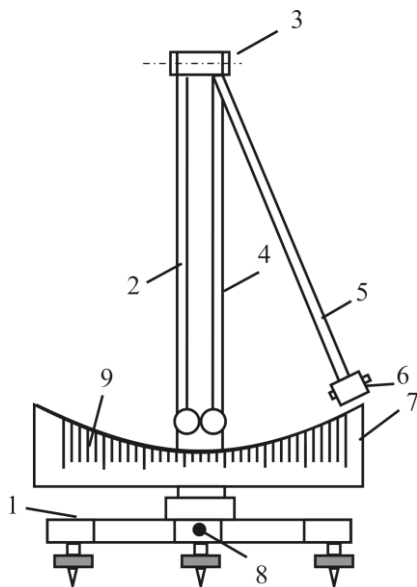


Рис. 5.1. Установка для вивчення пружних та непружних ударів

Величину початкового кута відхилення кулі можна змінювати, пересуваючи електромагніт **6** вздовж пра-

вої шкали 7. Пересування напрямних з підвісами здійснюється за допомогою гвинта 8. При збільшенні міжцентрової відстані лівої шкали 9 потрібно змістити ліворуч.

На цій установці можна перевірити виконання законів збереження імпульсу і енергії при пружному та непружному ударах двох куль.

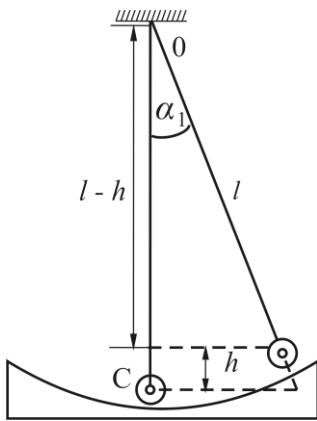


Рис. 5.2. Схема роботи установки ФП-101

Для цього визначають доударні і післяударні швидкості куль у разі пружного і непружного удару. В основу роботи установки покладено балістичний метод вимірювання швидкості руху куль. Мірою швидкості руху куль є величина їх відхилення. Ця величина відраховується за шкалами 7 і 9, виготовлених у вигляді дуг кола. Швидкість рухомої кулі безпосередньо перед ударом (після відпускання її електромагнітом) можна знайти з таких міркувань. Коли рухома (права) куля досягає свого найнижчого положення, то її потенціальна енергія  $W_{II}$  перетворюється у кінетичну  $W_k$ . Відповідно до закону збереження енергії це можна записати так:

$$W_{II} = W_K, \text{ або } mgh = 1/2 \cdot mv_1^2 \quad (12)$$

де  $h$  – висота підняття правої кулі, відхиленої на кут  $\alpha$  (рис. 2).

З рис. 5.2 видно, що  $l - h = l \cdot \cos \alpha$ , звідки

$$h = l \cdot (1 - \cos \alpha_1) = 2l \cdot \sin^2 \frac{\alpha_1}{2} \quad (13)$$

Із врахуванням (13) формула для знаходження швидкості рухомої кулі до удару матиме вигляд

$$v_1 = 2 \cdot \sqrt{gl} \cdot \sin \frac{\alpha_1}{2} \quad (14)$$

де  $l$  – довжина підвісу кулі,  $\alpha_1$  – кут відхилення правої кулі до удару.

Якщо відбувається удар пружних куль різної маси, то аналогічно можна діставати вираз для швидкості правої кулі після удару

$v'_1 = 2\sqrt{g \cdot l} \cdot \sin \frac{\alpha_1}{2}$ , та швидкості лівої кулі  $v'_2 = 2\sqrt{g \cdot l} \cdot \sin \frac{\alpha_2}{2}$ , де  $\alpha'_1$  і  $\alpha'_2$  – кути відхилення після удару відповідно правої і лівої кулі.

### III. Порядок виконання роботи

Завдання 1. Перевірка законів збереження імпульсу та механічної енергії при пружному ударі двох куль

1. На технічних терезах визначити маси обох пружних куль.
2. Закріпити кулі на біфілярних підвісах установки.
3. Вибрати кут початкового відхилення куль та змістити шкали так, щоб за ними зручно було відраховувати кути відхилення куль.
4. Вибрати кут початкового відхилення рухомої кулі. Для цього, пересуваючи електромагніт 6 із штангою 5, треба встановити його проти відповідної поділки на шкалі 7.
5. Увімкнути живлення електромагніту і підвести до його осердя кульку, що висить на правому біфілярному підвісі. При цьому кулька, що висить на лівому біфілярному підвісі, залишається нерухомою. Щоб кулі утримувались електромагнітом, до них приклеєні невеликі залізні пластинки.
6. Відмітити значення кута відхилення  $\alpha_1$  правої кулі, вимкнути живлення електромагніту. Після чого права куля почне рухатись, наближаючись до нерухомої (лівої).
7. Виміряти кути відхилення після удару правої кулі  $-\alpha'_1$  і лівої кулі  $-\alpha'_2$ .
8. Результати досліду для кожної пари куль (сталюних, дюралюмінієвих і пластмасових) занести в таблицю № 1, обрахувати імпульси куль та перевірити закон збереження імпульсу. Зробити висновки.

№ з/п	$m_1$ , кг	$m_2$ , кг	$\alpha_1$ , град	$\alpha'_1$ , град	$\alpha_2$ , град	$\alpha'_2$ , град	$v_1$ , м/с	$v'_1$ , м/с	$v_2$ , м/с	$v'_2$ , м/с	$m_1v_1 + m_2v_2$ , кг·м/с	$m_1v'_1 + m_2v'_2$ , кг·м/с

*Примітка:* для розрахунків брати середні значення швидкостей.

Завдання 2. Перевірка виконання закону збереження імпульсу при непружному ударі двох куль

Для вивчення непружного удару двох куль використовують кулі із пластиліну. Перед закріпленням куль на біфілярному підвісі, пластилін треба розігріти, щоб після удару кулі прилипли і рухались разом.

1. Визначити доударну швидкість  $v_1$  правої кулі за формулою (14) та методикою, описаною вище для пружного удару двох куль.

2. Визначити швидкість куль після удару за формулою  $v' = 2 \cdot \sqrt{gl} \cdot \sin \frac{\alpha'}{2}$ , де  $\alpha'$  – кут відхилення куль після удару.

3. Визначити на технічних терезах маси куль  $m_1$  та  $m_2$ .

4. Всі результати занести до таблиці 2.

5. Перевірити виконання закону збереження імпульсу і зробити висновки.

№ з/п	$m_1$ , кг	$m_2$ , кг	$\alpha_1$ , град	$\alpha'$ , град	$v_1$ , м/с	$v'$ , м/с	$\cdot m_1v_1$ , кг·м/с	$(m_1 + m_2)v'$ , кг·м/с

Завдання 3. Визначення роботи деформації та коефіцієнта відновлення кінетичної енергії

1. Визначити роботу деформації  $A$  при непружному ударі двох куль за формулою (6).

2. Обчислити за формулою (11) коефіцієнт відновлення кінетичної енергії при пружному та непружному ударах.

Пружний удар			Непружний удар			
$W_k$ , Дж	$W_k'$ , Дж	$K_w$	$W_k$ , Дж	$W_k'$ , Дж	$A$ , Дж	$K_w$

### Контрольні запитання.

1. Що називається ударом?
2. Дайте означення пружного удару; непружного удару; прямого удару.
3. Як відбуваються процеси непружного і пружного ударів?
4. Сформулюйте закон збереження імпульсу тіл та запишіть його математично.
5. Яка система називається ізольованою?
6. Як розрахувати швидкість куль після пружного і непружного ударів?

**Лабораторна робота № 6.**  
**Визначення моменту інерції махового колеса та  
сили тертя в опорі**

**Мета роботи:** Визначити силу тертя, що виникає в підшипниках на валу та момент інерції махового колеса.

**Прилади і матеріали:** 1) махове колесо, насаджене на вал, 2) секундомір, 3) тягарці невеликої маси, 4) масштабна лінійка, 5) технічні терези.

### I. Короткі теоретичні відомості

**Момент інерції** є фізична величина, яка характеризує інертність тіла до зміни ним кутової швидкості під дією моменту зовнішніх сил. Момент інерції відіграє в обертальному русі таку ж роль, як маса в поступному русі. Момент інерції залежить від форми, розмірів і маси тіла, а також від положення вісі, відносно якої він визначається.

Момент інерції матеріальної точки відносно будь-якої вісі обертання:

$$J = mr^2, \quad (1)$$

де  $m$  – маса матеріальної точки,  $r$  – віддаль від точки до вісі обертання.

Момент інерції довільного тіла визначається як сума моментів інерції всіх матеріальних точок, з яких складається дане тіло:

$$J = \sum_{i=1}^n J_i = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \quad (2)$$

У загальному випадку для тіла, що має густину  $\rho$ , момент інерції може бути обчислений шляхом інтегрування  $J = \int_V r^2 \rho dV$ , де  $dV$  – елемент об'єму. Інтегрування повинно поширюватись на увесь об'єм тіла  $V$ .

Момент інерції махового колеса можна визначити за допомогою установки, яка складається з махового колеса **1**, насадженого на вал **2** та лінійки шкали **3**. Вал закріплений у двох підшипниках **4**. На вал намотується нитка, до кінця якої прикріплено тягарець **5** масою  $m$ . Під дією тягарця вал разом з маховиком обертається рівноприскорено.

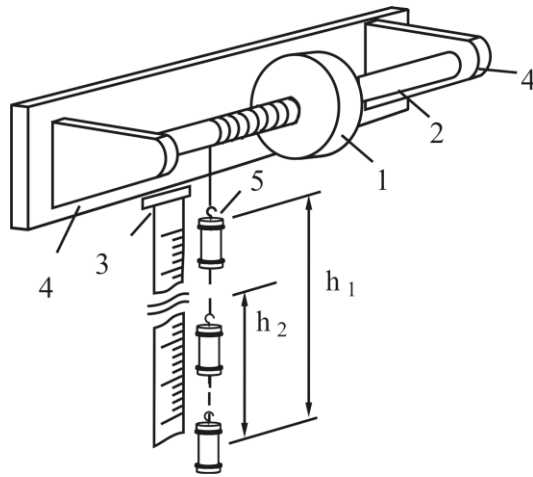


Рис. 6.1. Загальний вигляд експериментальної установки

На характер обертального руху впливає величина моменту інерції махового колеса, момент інерції валу та сили тертя в підшипниках. Вал вибирають таким чином, щоб він мінімально впливав на характер обертального руху. Якщо обрати за нульовий рівень потенціальної енергії найнижче положення тягарця, і, намотавши нитку на вал підняти тягарець на висоту  $h_1$ , то його потенціальна енергія  $E_n$  в процесі руху перетвориться в кінетичну енергію тягарця  $\frac{mv^2}{2}$ , кінетичну енергію маховика  $\frac{J\omega^2}{2}$  і роботу з подолання сили тертя в опорі ( $A = F_T h_1$ ). Отже,

$$mgh_1 = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} + F_T h_1 \quad (5)$$

де  $v$  – швидкість тягарця в найнижчій точці,  $\omega$  – кутова швидкість маховика в цей момент,  $F_T$  – сила тертя в опорі.

Силу тертя  $F_T$  можна визначити з таких міркувань. Коли тягарець опускається в найнижче положення, то махове колесо, обертаючись за інерцією, підніме тягарець на висоту  $h_2$ , яка буде менша ніж висота  $h_1$ . При цьому тягарець буде мати запас потенціальної енергії  $E_{n_2} = mgh_2$ . Зміна потенціальної енергії буде дорівнювати роботі з подолання сили тертя:

$$A = F_T (h_1 + h_2) = mgh_1 - mgh_2, \quad (6)$$



Звідси сила тертя в опорі:

$$F_T = \frac{mg(h_1 - h_2)}{h_1 + h_2} \quad (7)$$

Так як рух тягарця рівноприскорений, то  $v = at$  і

$$h_1 = \frac{at^2}{2} \quad (8)$$

Кутова швидкість обертання маховика

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{2h_1}{rt} \quad (9)$$

Розв'язуючи рівняння (5), (7), (8), (9) одержимо:

$$J = mr^2 \left( gt^2 \frac{h_2}{h_1(h_1 + h_2)} - 1 \right).$$

Вимірювання зводиться до знаходження  $r$ ,  $h_1$ ,  $h_2$  і  $t$ .

## II. Порядок виконання роботи

1. Перевірити міцність кріплення нитки, з підвищенням до неї тягарцем і при повністю розмотаній нитці зафіксувати на лінійці найнижче положення тягарця.
2. Обертаючи махове колесо, намотати нитку, з підвішеним до неї тягарцем, на вал. Зафіксувати найвище положення тягарця. Різниця між найвищим і найнижчим положенням на лінійці дає висоту  $h_1$ .
3. Відпустити махове колесо і увімкнути секундомір. Вимкнути секундомір у момент досягнення найнижчого положення.
4. Не зупиняючи махове колесо, зафіксувати, на яку висоту  $h_2$  підніметься тягарець за інерцією відносно до найнижчого положення.
5. Виміряти штангенциркулем радіус вала  $r$ .
6. Дослід проробити не менше 5 разів. Скласти самостійно таблицю і занести в неї результати дослідів. Обрахувати похибки вимірювань. Відносні похибки вимірювань можна знайти за формулами:

$$\frac{\Delta F_T}{F_T} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta g}{g} + \frac{2h_1(\Delta h_1 - \Delta h_2)}{h_1^2 - h_2^2}$$

та

$$\frac{\Delta J}{J} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{2\Delta r}{r} + \frac{\Delta g}{g} + \frac{2\Delta t}{t}.$$

### **Контрольні запитання**

1. Дати означення моменту інерції матеріальної точки тіла відносно деякої осі.
2. Дати означення моменту інерції тіла відносно деякої осі обертання.
3. Чому дорівнює повна кінетична енергія твердого тіла, що здійснює поступальний та обертальний рух?
4. Що називають силами тертя? Що таке сухе тертя, тертя ковзання, тертя кочення?
5. Як визначити силу тертя в опорі валу махового колеса?

## Лабораторна робота № 7.

### Визначення прискорення земного поля тяжіння методом оборотного маятника

**Мета роботи:** Навчитись вимірювати прискорення земного поля тяжіння методом оборотного маятника.

**Прилади:** 1) оборотний маятник, 2) секундомір, 3) лінійка з міліметровими поділками.

### I. Короткі теоретичні відомості

**Коливальним** називається рух, у якому матеріальна точка, або система матеріальних точок, багатократно відхиляючись від свого положення рівноваги, щоразу повертається до нього. Коливальні рухи, у яких відповідні положення тіла точно повторюються через однакові проміжки часу, називаються *періодичними*. Час, за який повторюється положення тіла в коливальному русі, називається *періодом коливань*.

Серед різних коливальних рухів у природі й техніці важливе значення мають *гармонічні коливання*. У таких коливаннях зміна величин здійснюється за законом синуса чи косинуса. Прикладом гармонічних коливань може бути коливання маятника при малих кутових відхиленнях від положення рівноваги. *Маятником* називають тіло, що коливається під дією сили тяжіння.

**Математичний маятник** – це ідеалізована модель маятника, – це матеріальна точка підвішена на невагомій і нерозтяжній нитці, що коливається у вертикальній площині під дією сили тяжіння. Коливання математичного маятника при невеликих кутах відхилення з великою точністю близьке до гармонічного і описується рівнянням

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{g}{l}x = 0, \quad (1)$$

де  $x$  – зміщення маятника від положення рівноваги;  $l$  – довжина підвісу;  $g$  – прискорення вільного падіння.

З (1) слідує, що власна циклічна частота коливань математичного маятника  $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$  (2) та період власних коливань

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (3).$$

**Фізичним маятником** називається тверде тіло довільної форми, яке може коливатись під дією сили тяжіння навколо горизонтальної осі  $O$ , що не співпадає з центром маси  $C$ .

Рух фізичного маятника описується рівнянням:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mgL}{J}\varphi = 0 \quad (4),$$

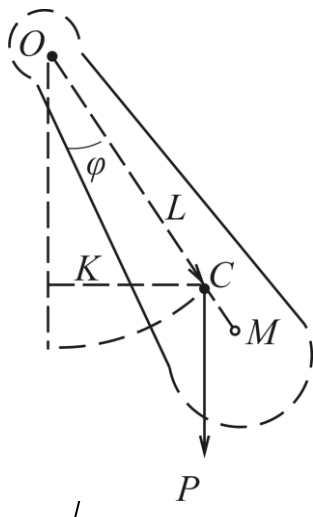


Рис.7.1. Схема фізичного маятника

де  $\varphi$  – кут відхилення маятника відносно положення рівноваги;  $m$  – маса маятника;  $L$  – відстань центру маси від точки підвісу;  $J$  – момент інерції тіла відносно осі коливання.

Отже, такий маятник здійснює гармонічні коливання з циклічною частотою

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgL}{J}} \quad (5) \text{ і періодом } T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgL}}. \quad (6).$$

Кожному фізичному маятнику можна підібрати такий математичний маятник, що їх періоди коливань будуть однаковими. Довжина такого математичного маятника називається зведеною довжиною фізичного маятника. З рівності періодів коливань (3) та (6) знаходять вираз для зведеної довжини фізичного маятника

$$l_\phi = \frac{J}{mL} \quad (7).$$

Точка  $M$  на фізичному маятнику, що відповідає зведеній довжині, називається **центром коливань**. Центр коливань і точка підвішування фізичного маятника – спряжені точки, тобто, якщо маятник змусити коливатись відносно точки  $M$ , то його період коливань не зміниться. Такий маятник називається **оборотним**.

**Оборотний маятник** ефективно використовується для визначення прискорення земного поля тяжіння.

Оборотний маятник (рис.7.2) складається із металевого стрижня **1**. На ньому жорстко закріплені дві опорні призми **2** та **2'** і дві чечевиці **3** та **3'**. Чечевиця  $C_1$  знаходиться між призмами, а друга –  $C_2$  закріплена на кінці стержня за призмою. Чечевиця  $C_2$  може переміщуватись. Для цього слід відпустити кріпильний гвинт **4**. Відстань між опорними призмами дорівнює  $L$ .

Оборотний маятник з допомогою однієї з опорних призм підвішується на певній висоті на спеціальному кронштейні **5**. Кронштейн кріпиться на стіні. Опорна призма опирається на горизонтальну площину кронштейна.

Якщо відхилити підвішений оборотний маятник на деякий кут і відпустити, то він буде здійснювати коливання навколо осі, яка проходить лінією дотику опорної призми перпендикулярно до маятника.

Нехай період коливань оборотного маятника при підвісі за призму **2** визначається формулою

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l_{\phi 1}}{g}} \quad (9),$$

а при підвісі за призму **2'**

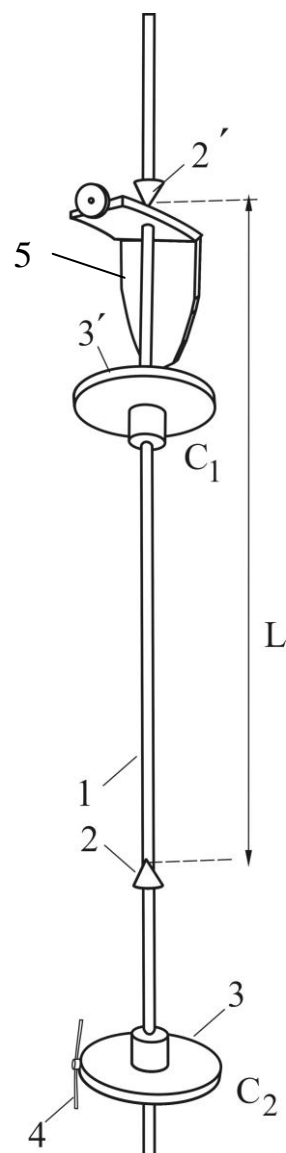


Рис. 7.2. Оборотний маятник

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l_{\phi 2}}{g}} \quad (10)$$

Теоретичне ж значення періоду коливань визначається із (6):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l_{\phi}}{g}} \quad (11).$$

Приведену довжину оборотного маятника практично знайти важко, тому її замінюють на відстані від осей коливання (опорних призм) до центру тяжіння оборотного маятника. Останні визначаються досить легко. Для цього необхідно знайти точку рівноваги оборотного маятника, розташованого горизонтально на спеціальній опорній призмі **6** (рис. 7.3).

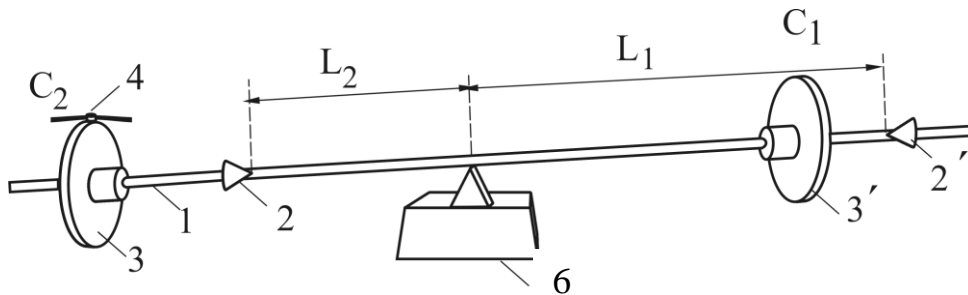


Рис. 7.3. Рівновага оборотного маятника

Відповідно до теореми Штейнера момент інерції тіла  $J$  відносно довільної осі  $O'O'$  дорівнює моменту інерції тіла  $J_o$  відносно осі  $OO$ , яка проходить через центр тяжіння і паралельна даній, плюс добуток маси тіла на квадрат відстані  $R$  між осями.

Скористаємось рівняннями (9), (10), (11) та теоремою Штейнера і встановимо робочу формулу для виконання лабораторної роботи. Для цього піднесемо до квадрата рівняння (9), (10) і розділимо їх на рівняння (11), піднесене до квадрата. Одержимо

$$l_{\phi} T_1^2 = l_{\phi 1} T^2 \quad (12a) \quad \text{та} \quad l_{\phi} T_2^2 = l_{\phi 2} T^2 \quad (12б)$$

Далі скористаємось теоремою Штейнера:

$$J = J_o + mR^2.$$

Для приведених довжин  $l_{\phi 1}$  і  $l_{\phi 2}$  відповідні маємо:

$$l_{\phi 1} = J_1 / mL_1 = (J_o + mL_1^2) / mL_1 = J_o / mL_1 + L_1, \quad (13)$$

$$l_{\phi 2} = J_2 / mL_2 = (J_o + mL_2^2) / mL_2 = J_o / mL_2 + L_2. \quad (14).$$

Підставимо рівняння (13) та (14) у рівняння (12а) і (12б) одержимо

$$\begin{aligned}(L_1 + L_2) T_1^2 &= \left(L_1 + \frac{L_0}{mL_1}\right) T^2 \\(L_1 + L_2) T_2^2 &= \left(L_2 + \frac{L_0}{mL_2}\right) T^2\end{aligned}\tag{15}$$

Виключимо з одержаних рівнянь величину  $L_0/m$ .

$$L_1 T_1^2 - L_2 T_2^2 = (L_1 - L_2) T^2,$$

тоді

$$T^2 = \frac{L_1 T_1^2 - L_2 T_2^2}{L_1 - L_2}.$$

Останній вираз можна подати у вигляді

$$T^2 = \frac{T_1^2 + T_2^2}{2} + \frac{L_1 + L_2}{L_1 - L_2} \cdot \frac{T_1^2 - T_2^2}{2}$$

Підставимо одержаний вираз у формулу (3) і розв'яжемо рівняння відносно  $g$ .

$$g = \frac{8\pi^2 l_\phi}{T_1^2 + T_2^2} \cdot \frac{l}{1 + \frac{l_\phi}{L_1 - L_2} \cdot \frac{T_1^2 - T_2^2}{T_1^2 + T_2^2}}\tag{16}$$

Це рівняння носить назву **рівняння Бесселя**. Воно дозволяє з достатньою точністю знайти величину прискорення  $g$  при наближеній рівності періодів коливань оборотного маятника.

Якщо  $T_1$  і  $T_2$  близькі один до другого, а величини  $L_1$  і  $L_2$  суттєво відрізняються одна від другої (для чого одну чечевицю роблять пустотілою, а другу суцільною), то  $L_1$  і  $L_2$  досить виміряти з точністю до міліметра.

## II. Порядок виконання роботи

1. Детально ознайомтеся з будовою оборотного маятника та додатковими деталями до нього (призмою та кронштейном для кріплення маятника).

2. Підвісити оборотний маятник до кронштейна на стіні на призму, яка розміщена біля зовнішньої чечевиці. Відхилити маятник на  $3-5^\circ$  від положення рівноваги і визначити час 20 коливань. Дослід повторюємо двічі. Обрахувати період коливання маятника для даного розміщення чечевиць обох дослідів та знайти середнє значення періода коливання маятника.

3. Відпустити гвинт кріплення зовнішньої чечевиці і пересунути чечевицю вздовж стрижня на 5 мм. Визначити час 20-30 коливань двох дослідів, їх періоди коливань та середнє значення періоду коливання. Пересування чечевиці здійснити 7-9 разів кожного разу на 5 мм у межах 7-12 см основної шкали. Для кожного положення чечевиці визначити середнє значення періоду коливання маятника.

4. За визначеними середніми значеннями періодів коливання побудувати графік залежності величини періоду коливань від положення зовнішньої чечевиці (від поділки шкали, на якій вона знаходиться).

5. Повернути маятник і встановити його на кронштейн другою призмою. Через кожні 5 мм положення зовнішньої чечевиці виконати досліди, як і у першій серії дослідів та визначити середні значення періодів коливання для кожного положення чечевиці.

6. На графіку залежності середніх значень періодів коливання від положення чечевиці першої серії дослідів, побудувати аналогічний графік для другої серії дослідів. На графіку виділити точку перетину кривих обох серій дослідів. Ця точка визначає положення зовнішньої чечевиці з найбільш близькими один до другого значеннями періодів коливання  $T_1$  та  $T_2$  для оборотного маятника.

7. Встановити зовнішню чечевицю на мітку, яка відповідає точці перетину кривих на графіку і більш точно визначити періоди коливання  $T_1$  та  $T_2$ . Для цього встановити маятник спочатку на одну призму і три рази визначити час 100 коливань. За визначеними даними обрахувати середнє значення періоду коливань  $T_1$ . Після цього перевернути маятник, встановити його в кронштейні на другу



призму і аналогічно визначити середнє значення періоду коливань  $T_2$ . Підставити визначені значення  $T_1$  та  $T_2$  у робочу формулу (16).

8. Зняти маятник з кронштейна і покласти горизонтально на металеву опорну тригранну призму. Змінити положення точки опори стержня з чечевицями і досягти рівноваги маятника (рис. 3). Виміряти значення  $L_1$ ,  $L_2$  та відстань між призмами маятника  $l_\phi$ . Одержані дані підставити у робочу формулу (16) й визначити прискорення вільного падіння у даній точці Землі.

9. Знайти середнє значення, абсолютну та відносну похибки вимірювань.

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta l_\phi}{l_\phi} + \frac{4\Delta T}{T_1^2 + T_2^2} + \frac{8T_1^2 l_\phi (L_1 - L_2) \Delta T + (T_1^4 - T_2^4) ((L_1 - L_2) \Delta l_\phi + 2l_\phi)}{(T_1^2 + T_2^2) (L_1 - L_2) \{1 + (T_1^2 - T_2^2) l_\phi\}}$$

10. Записати результат у вигляді  $g = g_c \pm \Delta g$ .

### Контрольні запитання

1. Які Ви знаєте методи вимірювання прискорення вільного падіння, їх переваги та недоліки?

2. Що називають математичним та фізичним маятниками? Розкрийте зміст основних характеристик таких маятників.

3. Який маятник називається оборотним? На яких властивостях оборотного маятника ґрунтується метод визначення прискорення вільного падіння у певній точці Землі?

4. Що називається гармонічними коливаннями, якими рівняннями такі коливання описуються?

5. Сформулюйте теорему Штейнера.

6. Чому кутова амплітуда коливань маятника не повинна перевищувати 3-5°?

7. Від чого залежить величина  $g$ ?

## Лабораторна робота № 8

### Вивчення гіроскопа

**Мета роботи:** експериментально перевірити дію та властивості гіроскопа.

**Прилади:** 1) гіроскоп на вертикальній підставці, 2) блок живлення гіроскопа, 3) секундомір, 4) лінійка з міліметровою шкалою.

### I Короткі теоретичні відомості

**Гіроскоп** – масивне симетричне тіло, яке обертається навколо вільної осі з певною кутовою швидкістю. Своєрідними гіроскопами є планети, снаряди, ротори турбін та інші обертові тіла з масою, яка симетрично розподілена відносно осі обертання. Гіроскоп є складовою частиною авіагоризонту, автопілоту, системи наведення ракет, торпед тощо. Якщо точка перетину трьох осей (центр підвісу) збігається з центром маси, то гіроскоп називається **зрівноваженим**. Фізичною основою властивостей гіроскопа є прояв закону збереження його моменту кількості руху  $L$  і правило додавання кутових швидкостей  $\omega_1 + \omega_2 = \omega$ .

Основними властивостями гіроскопа є:

1. Якщо момент зовнішніх сил дорівнює нулю, гіроскоп зберігає напрям своєї осі обертання в просторі ( $L = \text{const}$ ).

2. Якщо гіроскоп, який обертається навколо осі  $OO_1$  з кутовою швидкістю  $\omega_1$ , намагаться повернути навколо іншої осі, перпендикулярної до  $OO_1$ , то він почне обертатися навколо третьої осі, перпендикулярної до перших двох. Це явище називається **гіроскопічним ефектом**, який проявляється в тому, що рух осі гіроскопа визначається не напрямом дії зовнішньої сили, а напрямом її моменту.

Якщо момент зовнішніх сил, що діють на гіроскоп, з часом не змінюється і повертається разом з віссю гіроскопа, то і сама вісь буде обертатися з кутовою швидкістю  $\omega_{np} = M/J\omega$ , де  $M$  – момент обертаючої пари сил,  $J$  – момент інерції,  $\omega$  – основна кутова швид-

кість обертання гіроскопа ( $\omega \gg \omega_{np}$ ). Таке повертання осі гіроскопа називається **прецесією**.

При прецесії вісь гіроскопа описує конус. Докладний розгляд показує, що при цьому вісь коливається відносно конічної поверхні. Такі коливання називаються **нутаціями**. Конструктивно тіло гіроскопа містить електродвигун, який надає йому великої кутової швидкості.

Властивості гіроскопа виконуються за двох умов:

$O_1O_2$  – вісь обертання гіроскопа повинна мати можливість змінювати свій напрям у просторі;

$\omega$  – кутова швидкість обертання гіроскопа навколо своєї осі повинна бути досить великою у порівнянні з тією кутовою швидкістю, яку буде мати сама вісь при зміні свого напрямку.

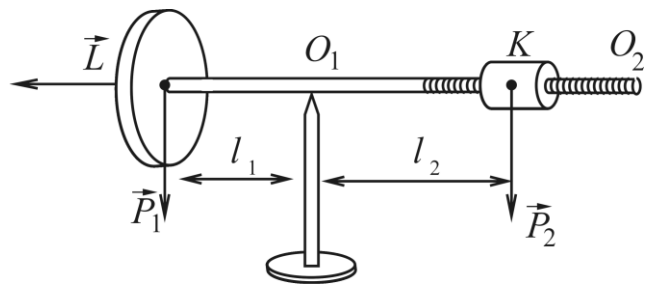


Рис. 8.1. Схема гіроскопа

Розглянемо гіроскоп (рис.8.1), який складається з диску, що може обертатись навколо горизонтальної осі  $O_1O_2$  і протизваги  $K$ . Вісь гіроскопа шарнірно закріплена у точці  $O_1$  вертикальної підставки. Протизвагу  $K$  можна переміщувати вздовж осі. Якщо протизвагу розмістити так, щоб точка  $O_1$  стала центром маси системи, то  $P_1l_1 = P_2l_2$ , де  $P_1$  – вага диску гіроскопа,  $P_2$  – вага протизваги. Вагою горизонтального стержня нехтуємо. За вказаної умови момент сил, що діє на систему дорівнює нулю. Нехай диск гіроскопа обертається з кутовою швидкістю  $\omega$ . В цьому випадку його рух описується основним законом динаміки для обертального руху.  $dL/dt = M$ , але  $M = 0$ . Тоді  $dL/dt = 0$  (1), де  $L = J\omega$  – момент імпульсу. Так як похідна по  $L$  дорівнює нулю, то  $L = J\omega = \text{const}$ . Момент імпульсу гіроскопа при  $M = 0$  є величина стала. Тому при відсутності моменту зовнішніх сил гіроскоп зберігає незмінним положення своєї осі в просторі  $L = \text{const}$ .

Змістимо противагу на невелику відстань вправо (рис. 8.2.). Центр тяжіння системи зміститься в точку  $O'$ . Рівновага порушиться, вісь гіроскопа утворить кут  $\alpha$  з вертикаллю. В цьому випадку обертальний момент зовнішніх сил

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}] \neq 0, \quad (2)$$

де  $\vec{r}$  – радіус вектор, проведений з точки  $O_1$  до точки прикладання сили  $\vec{F}$ . Напрямок вектора  $\vec{M}$  знаходиться за правилом векторного добутку. Момент сили  $F$  у цьому випадку буде дорівнювати:

$$M = Fr \cdot \sin \alpha, \text{ або } M = (P_1 + P_2)r \cdot \sin \alpha. \quad (3)$$

Момент сили напрямлений перпендикулярно до площини, яку утворюють вектори  $\vec{F}$  та  $\vec{r}$  за правилом правого гвинта вказаних векторів.

З основного рівняння динаміки для обертального руху випливає, що зміна моменту імпульсу гіроскопа  $dL$  за час  $dt$  визначається

$$d\vec{L} = \vec{M} dt \quad (4)$$

Тоді результуючий момент імпульсу буде дорівнювати  $\vec{L}_1 = \vec{L} + d\vec{L}$ . Це означає, що вісь гіроскопа змінює своє положення

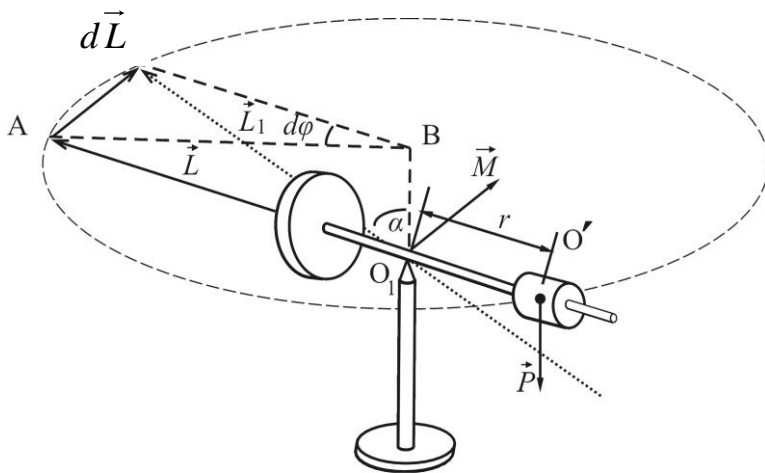


Рис.8.2. Виникнення прецесії гіроскопа

в просторі на кут  $d\phi$  за час  $dt$ . За наступний момент часу  $dt$  знову відбудеться зміна моменту імпульсу на величину  $dL$  і т. д. В кінцевому рахунку вісь гіроскопа буде обертатись з деякою кутовою швидкістю у просторі, тобто прецесіювати.

Величина  $\Omega = d\phi/dt$  (5) визначає **кутову швидкість прецесії**.

Виразимо кутову швидкість прецесії через величини, які можна визначити з досліду. Із (3) та (4) маємо

$$dt = \frac{dL}{M} = \frac{dL}{(P_1 + P_2)r \sin \alpha} \quad (6)$$

З трикутника  $ABdL$  для невеликих значень  $\varphi$  маємо  $dL=ABd\varphi$ , з трикутника  $ABO_1$ :  $AB=L \sin \alpha$ , тоді

$$dL=L \cdot \sin \alpha \cdot d\varphi. \quad (7)$$

Враховуючи останнє, (6) набуває вигляду

$$dt = \frac{Ld\varphi}{(P_1 + P_2)r} \quad (8).$$

Підставимо (8) у (5).

$$\Omega = \frac{(P_1 + P_2)r}{L} = \frac{(P_1 + P_2)r}{J\omega} \quad (9).$$

Якщо швидкість обертання гіроскопа постійна, то

$$\frac{(P_1 + P_2)r_1}{\Omega_1} = \frac{(P_1 + P_2)r_2}{\Omega_2} = \dots = const \quad (10).$$

## II. Опис установки

У лабораторній роботі гіроскопом слугує ротор (обертаюча частина) електродвигуна  $M$ , який закріплений на горизонтальному стрижні, що з одного боку має гвинтову різьбу. Вісь гіроскопа може повертатись як в горизонтальній, так і у вертикальній площинах навколо точки  $O$ .

Кут повороту в горизонтальній площині відраховується за лімбом  $D$ . Електродвигун  $M$  живиться змінним струмом, який підводиться від генератора  $\Gamma$ . В свою чергу на генератор подається постійна напруга від випрямляча В-24 М. Точка  $O_1$  – центр тяжіння

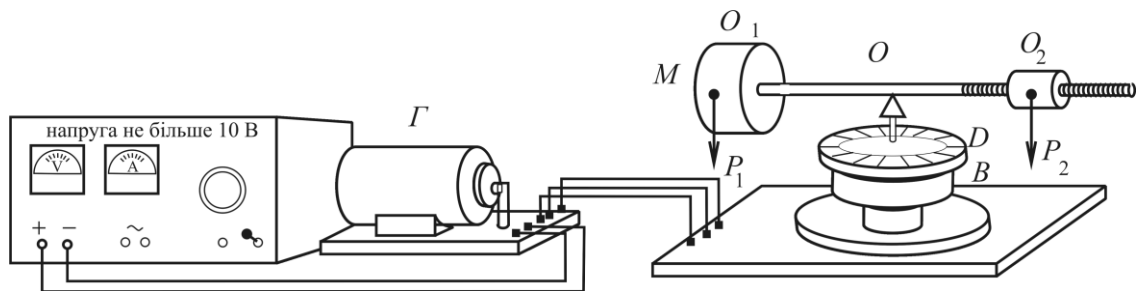


Рис.8.3. Загальний вигляд установки до вивчення гіроскопа

електродвигуна (гіроскопа),  $O_2$  – центр тяжіння протизага  $P_2$ . Умова рівноваги може бути записана у вигляді

$$P_1 l_1 = P_2 l_2 . \quad (11)$$

де  $l_1 = |OO_1|$ ,  $l_2 = |OO_2|$ .

Змістимо протизагу вправо так, щоб відстань від точки  $O$  до рівнювала  $l_2'$ . Рівновага системи порушиться, центр тяжіння зміститься в точку, яка буде знаходитись на відстані  $r$  від точки  $O$ . Умова рівноваги запишеться так  $P_1(l_1+r) = P_2(l_2'-r)$ , звідки

$$r = \frac{P_2 l_2' - P_1 l_1}{P_1 + P_2} = \frac{P_2 (l_2' - l_1)}{P_1 + P_2} \quad (12)$$

Підставляючи останній вираз у (9), маємо:

$$\Omega = \frac{P_2 (l_2' - l_1)}{J\omega} = \frac{P_2 \Delta l}{J\omega} \quad (13)$$

Якщо  $\omega = const$ , то для різних положень протизаги

$$\frac{P_1 \Delta l_1}{\Omega_1} = \frac{P_2 \Delta l_2}{\Omega_2} = \dots = const \quad (14)$$

де  $\Delta l$  – зміна протизаги від положення рівноваги.

### III. Порядок виконання роботи

1. Перед початком роботи потрібно впевнитись, що гіроскоп може вільно обертатись навколо горизонтальної вісі.

2. Зміщуючи протизагу  $P_2$  гвинтовою нарізкою, досягти того, щоб система набула положення рівноваги. Виміряти лінійкою відстань від точки  $O$  до ближньої бічної сторони протизаги ( $h_1$ ).

3. Увімкнути електродвигун. Для цього потрібно увімкнути випрямляч В-24 М і подати на генератор плавно напругу від 0 до 10 В, змінюючи її регулятором напруги на випрямлячі. Почекати 3-4 хв, доки електромотор не почне обертатись з максимальним числом обертів. Впевнитись у відсутності явища прецесії гіроскопа.

4. Змістити протизагу  $P_2$  вправо на 2 оберти. Оскільки крок гвинтової нарізки приблизно дорівнює 1 мм, то зміщення відбудеться приблизно на 2 мм. Виміряти лінійкою відстань від точки  $O$

до бічної стінки противаги ( $h_2$ ). Зміщення противаги  $P_2$  дорівнюватиме  $\Delta h = h_1 - h_2$ . Відпустити гіроскоп – він почне прецесіювати.

5. Вибравши за орієнтир яку-небудь лінію на лімбі D, з допомогою секундоміра визначають час  $t$  трьох-чотирьох повних обертів прецесії гіроскопа. Потім, знайшовши час одного повного оберту (період обертання  $T$ ), визначте кутову швидкість прецесії

$$\Omega_1 = \frac{2\pi}{T_1} = \frac{2\pi n}{t},$$

яка відповідає даному моменту зовнішніх сил  $M_1 = P_2 \cdot \Delta h_1$ .

6. Знову змістити противагу  $P_2$  ще на 2 оберти у тому ж напрямку, визначити  $\Delta h_2 = h_3 - h_1$ , а також кутову швидкість прецесії  $\Omega_2$  таким самим чином, як вказано в п.п. 4, 5. Всього слід визначити величину кутової швидкості прецесії в 4-5 дослідах при різних значеннях моменту зовнішніх сил  $M$  (при різних значеннях плеча  $\Delta h$ ). Вимкнути електромотор гіроскопа.

7. Використовуючи співвідношення (14), знайти середнє значення моменту імпульсу гіроскопа:

$$\frac{M_1}{\Omega_1} = \frac{M_2}{\Omega_2} = \dots = C_{cp} = const; \quad \frac{P_2 \cdot \Delta h_1}{\Omega_1} = \frac{P_2 \cdot \Delta h_2}{\Omega_2} = \dots = C_{cp}; \quad C_{cp} = L = J\omega.$$

Вагу противаги знаходять як  $P_2 = m_2 g$ , де  $m_2$  – маса противаги, яка дається в роботі. Відомим у роботі є і момент інерції маховика гіроскопа  $J$ .

8. Визначити кутову швидкість обертання маховика гіроскопа:

$$\omega = \frac{C_{cp}}{J},$$

а результати досліду занести до таблиці, яку потрібно скласти самостійно.

9. Оцінити похибки вимірювань. Відносну похибку, наприклад, можна визначити за формулою:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta J}{j} = \frac{\Delta M}{M} + \frac{\Delta\Omega}{\Omega} + \frac{\Delta J}{J} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta J}{J}.$$

Записати результат у вигляді:  $\omega = \omega_{cp} \pm \Delta\omega$ .

### Контрольні запитання

1. Дати означення вільної вісі.
2. Що таке головна вісь симетрії тіла?
3. В якому випадку обертання тіла буде стійким?
4. Що називають гіроскопом?
5. Що таке прецесія гіроскопа?
6. Основне рівняння динаміки для обертального руху.
7. Як визначити напрям моменту сили?
8. Що таке кутова швидкість?
9. Як зміниться швидкість прецесії із зміною кутової швидкості обертання маховика гіроскопа?



## Лабораторна робота № 9

### Перевірка основного закону динаміки обертального руху твердого тіла

**Мета:** Ознайомитись з одним із методів перевірки основного закону динаміки обертального руху – метод маятника Обербека. Експериментально дослідити залежність кутового прискорення від обертального моменту  $M$  та моменту інерції  $I$ .

**Прилади і матеріали:** 1) маятник Обербека; 2) секундомір; 3) штангенциркуль; 4) масштабна лінійка; 5) набір важків відомої маси.

#### I. Короткі теоретичні відомості

Обертання твердого тіла постійної маси навколо нерухомої вісі описується основним законом динаміки обертального руху твердого тіла, який можна сформулювати так: *швидкість зміни моменту імпульсу твердого тіла відносно деякої нерухомої вісі дорівнює результуючому моменту всіх зовнішніх сил, які діють на тіло відносно тієї ж осі.*

Математичний запис цього закону має вигляд:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}, \quad (1)$$

де  $M$  – момент сил, що діють на тіло,  $\frac{dL}{dt}$  – швидкість зміни моменту імпульсу.

**Момент імпульсу** тіла дорівнює добутку моменту інерції твердого тіла на кутову швидкість обертання:  $\vec{L} = J\vec{\omega}$  (2)

**Моментом інерції** твердого тіла, яке обертається навколо деякої вісі, називається фізична величина, яка чисельно дорівнює арифметичній сумі моментів інерції всіх матеріальних точок, що складають це тіло, відносно тієї ж самої вісі:

$$J = \sum_{i=1}^n J_i = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \quad (3).$$

Якщо момент інерції твердого тіла відносно даної вісі є величина постійна ( $J=\text{const}$ ), то математичний вираз для основного закону динаміки обертального руху набуває вигляду:

$$\vec{M} = \frac{d(J\vec{\omega})}{dt} = J \frac{d\vec{\omega}}{dt} = J\vec{\varepsilon}, \quad (4)$$

де  $\vec{M} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i$  – результуючий момент сил, що діють на тіло,  $\varepsilon$  – кутове прискорення тіла.

Добуток моменту інерції твердого тіла на його кутове прискорення відносно деякої вісі, рівний результуючому моменту всіх зовнішніх сил, що діють на тіло, відносно тієї ж вісі.

**Моментом сили** називається фізична величина, яка чисельно рівна векторному добутку радіус-вектора  $\vec{r}$  точки і діючої сили  $\vec{F}$  прикладеної в цій точці:  $\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}]$  (5), або  $M = r \cdot F \cdot \sin(\vec{r}, \vec{F})$ , де  $l = r \cdot \sin(\vec{r}, \vec{F})$  називається **плечем сили**.

Отже, плече сили – це найменша відстань від центра обертання  $O$  до напрямку дії сили  $F$ . Момент сили можна представити також як:  $M = r \cdot F_{\tau}$ , де  $F_{\tau} = F \cdot \sin(\vec{r}, \vec{F})$

$F_{\tau}$  – тангенціальна складова сили  $F$ , яка є обертаючою силою

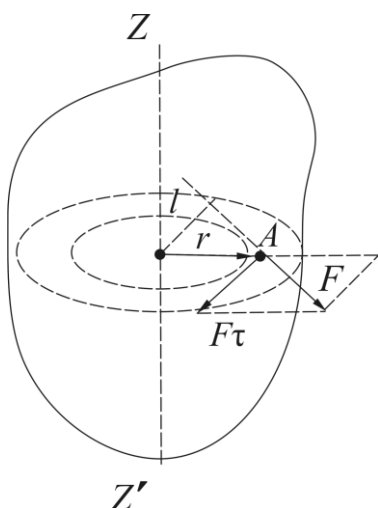


Рис. 9.1. До означення моменту сили

(рис.9.1). Тому моменту сили можна дати ще і таке означення: *момент сили – це фізична величина, чисельно рівна добутку обертаючої сили на радіус кола, яке описує точка прикладання сили.*

**Кутове прискорення** – це фізична величина, яка показує зміну кутової швидкості за одиницю часу і чисельно дорівнює першій похідній від кутової швидкості за часом, тобто  $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$  (6).

Усі вектори  $\vec{M}$ ,  $\vec{\omega}$ ,  $\vec{\varepsilon}$  напрямлені

вздовж вісі обертання, їх напрямки визначаються за правилом правого гвинта. Напрямок  $\vec{\varepsilon}$  визначається напрямком зміни кутової швидкості  $d\vec{\omega}$ .

У скалярному вигляді основний закон динаміки обертального

руху можна записати: 
$$\varepsilon = \frac{M}{J} \quad (7).$$

Тобто, кутове прискорення, з яким обертається тверде тіло, прямо пропорційне обертаючому моменту всіх сил  $M$ , що діють на тіло, і обернено пропорційне моменту інерції тіла  $J$ .

Саме в такій формі найбільш легко можна перевірити експериментально основний закон динаміки обертального руху. Для цього використовують маятник Обербека.

## II. Опис приладу

Маятник Обербека складається з валу **1**, який закріплений на нерухомій горизонтальній вісі при допомозі кульових підшипників, що дає можливість маятнику обертатись з невеликим тертям. На валу закріплено циліндр зі шківом  $d_1$  і  $d_2$ . На циліндрі закріплено чотири взаємно перпендикулярні шпичі **2**. На них за допомогою

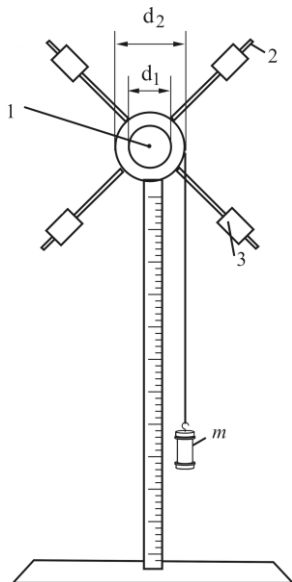


Рис.9.2. Маятник Обербека.

гвинтів можна закріплювати важки **3** на будь-яких (але обов'язково рівних) відстанях від осі обертання. До циліндра прикріплено нитку з вантажем  $m$ . Якщо намотати нитку на циліндр і не затримувати систему, то вантаж  $m$  буде рухатись вниз і опуститься з висоти  $h$  до самого низу за деякий час  $t$ , а вся система буде обертатись навколо горизонтальної вісі  $O$ .

Кутове прискорення системи дорівнює:

$$\varepsilon = \frac{a}{r} \quad (8),$$

де  $a$  – лінійне прискорення точок пове-

рхні шківів радіусом  $r$ .

Це прискорення за певних умов (нерозтяжна нитка, відсутність ковзання нитки шківом) дорівнює лінійному прискоренню поступального руху важка  $m$ , тобто

$$h = \frac{at^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2h}{t^2}. \quad (9)$$

З рівнянь (8) і (9) маємо:  $\varepsilon = \frac{2h}{rt^2}.$  (10)

Сумарний момент сил  $\vec{M}$  буде дорівнювати алгебраїчній сумі моментів сили натягу нитки  $M_H$  і сили тертя  $M_{\text{тер}}$ , тобто:

$$M = M_H - M_{\text{тер}} \quad (11)$$

З рис.9.3 маємо:  $ma = mg - F_H \Rightarrow F_H = m(g - a),$

тому:  $M_H = F_H r = m(g - a)r$  (12)

Тоді основний закон динаміки для обертального руху маятника буде мати вигляд:

$$\varepsilon = \frac{M_H - M_{\text{тер}}}{I} = \frac{m(g - a) \cdot r - M_{\text{тер}}}{I} \quad (13)$$

Для перевірки основного закону динаміки обертального руху треба довести:

- 1) кутове прискорення прямо пропорційне сумарному моменту сил  $M = M_H - M_{\text{тер}}$
- 2) кутове прискорення обернено пропорційне моменту інерції системи (маятника)

Графічна залежність  $\varepsilon = f(M)$  при  $J = \text{const}$  буде мати вигляд

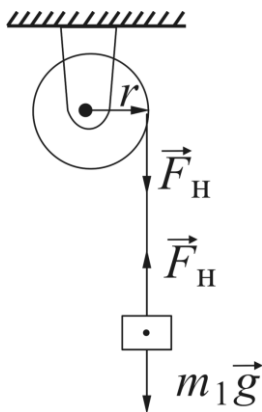


Рис.9.3.

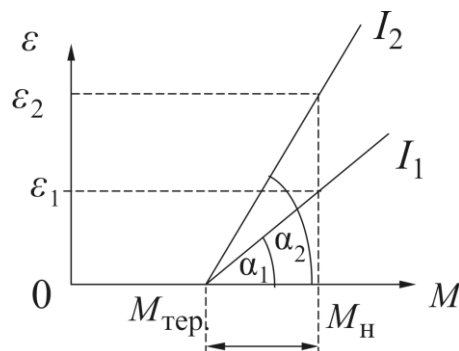


Рис.9.4.

прямої, яка відсікає на вісі моментів сил відрізок, рівний  $M_{\text{тер}}$  (рис.9.4).

З рис.9.4 маємо: 
$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{M}{\varepsilon} = J \quad (14)$$

Це розмірний котангенс кута нахилу залежності  $\varepsilon = f(M)$  до вісі моментів  $M$  рівний моменту інерції системи. Тому, якщо збільшувати момент інерції то збільшується  $\operatorname{ctg} \alpha$ , а кут  $\alpha$  зменшується, тобто  $J_1 > J_2$ .

### III. Порядок виконання роботи

**Завдання 1.** Експериментально дослідити залежність  $\varepsilon = f(M)$  при  $J = \text{const}$

1. Розташуйте важки на однаковій відстані  $a$  на шпичках.
2. Прив'яжіть до нитки важок  $m$ , попередньо зваживши його.
3. Намотайте нитку на шків меншого діаметра  $d$ , попередньо вимірявши його штангенциркулем.
4. При допомозі секундоміра декілька разів виміряйте час  $t$ , протягом якого важок опуститься на відстань  $h$  від найвищого до найнижчого положення і розрахуйте середнє значення  $t_{1\text{сер}}$ .
5. Намотайте нитку на шків більшого діаметра  $d_2$  і визначте  $t_{2\text{сер}}$  (повторити п.4). Аналогічні вимірювання повторити завантаживши важок  $m$  додатковими важками  $m_1, m_2$ .
6. За рівняннями (10) і (12) для кожного випадку розрахуйте середнє кутове прискорення і середній обертаючий момент.
7. Змінити розташування важків на шпичках  $a$  і повторити всі вимірювання.
8. Всі вимірювання і розраховані величини занесіть до таблиці 1:

№№ з/п	$r$ , м	$m$ , кг	$t$ , с	$h$ , м	$\varepsilon$ , рад/с <sup>2</sup>	$M_{\text{н}}$ , Н·м	$J$ , кг·м <sup>2</sup>

9. Побудувати графіки залежності  $\varepsilon=f(M)$  для  $J_1=const$  та  $J_2=const$ .
10. Розрахуйте значення  $J_1$  і  $J_2$  за графіками.
11. За графіками визначте момент сили тертя.

**Завдання 2.** Експериментально дослідити залежність  $\varepsilon=f(l)$  при  $M=const$

1. Для виконання умови  $M=const$  необхідно обрати будь-який вантаж  $m$  і радіус шківів  $r$ .
  2. Звільніть маятник Обербека від важків на шпичках.
  3. Визначте маси важків, що призначені для розташування на шпичках, та розрахуйте середнє значення маси одного важка  $m_1$ .
  4. Виконайте зважування 4-х шпичок і розрахуйте середню масу однієї шпички  $m_2$ .
  5. Виміряйте довжину шпичок  $l$ .
  6. Виконайте зважування центрального циліндра  $m_3$ .
- Усі дані занесіть до таблиці 2.

№ з/п	$r$ , м	$m$ , кг	$m_1$ , кг	$m_2$ , кг	$m_3$ , кг	$J$ , кг·м <sup>2</sup>

7. Розрахуйте момент інерції центральної частини маятника, прийнявши його за циліндр:

$$J_1 = \frac{1}{2} m_3 r_u^2 = \frac{1}{2} m_3 \left(\frac{d_u}{2}\right)^2 = \frac{m_3 d_u^2}{8}$$

8. Розрахуйте момент інерції чотирьох шпичок:

$$J_2 = 4 \cdot \frac{1}{3} m_2 \left(l + \frac{d_u}{2}\right)^2$$

9. Визначте момент інерції ненавантаженого маятника:

$$J_0 = J_1 + J_2$$

10. Розташувати чотири грузи  $m_1$  на шпичках на однакових віддальах  $a$ . Розрахувати момент інерції навантаженого маятника. Вантажі розташувати на тих же віддальах, що і в завданні 1.

$$J = J_1 + J_2 + 4m_1 a^2.$$

11. Розрахувати моменти інерції маятника для інших віддальах  $a$ , взявши їх значення із завдання 1.

12. З графіків, одержаних в попередніх завданнях, визначте  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$  для одного і того ж моменту сил та відповідні моменти інерції.

13. Складіть таблицю:

$\varepsilon, \text{рад/с}^{-2}$				
$J, \text{кг}\cdot\text{м}^2$				

14. Порівняти значення моментів інерції, одержаних в завданні 1 і завданні 2.

15. За отриманими графіками визначити момент сил тертя.

*Примітка.* Похибки вираховувати окремо непотрібно. Похибки можна оцінити за розбіжністю значень.

### Контрольні запитання.

1. Як теоретично розрахувати моменти інерції?
2. Довести твердження, що лінійна швидкість і прискорення важка на нитці і точок на поверхні шківа рівні.
3. Які існують способи перевірки основного закону обертального руху? Які додаткові вимірювання необхідно виконати?
4. Обґрунтуйте теоретично закон  $\vec{M} = J\vec{\varepsilon}$ .
5. Визначте і зобразіть на малюнку напрями векторів:  $\vec{M}, \vec{M}_n, \vec{M}_{ттр}, \vec{\omega}$  і  $\vec{\varepsilon}$  маятника Обербека.

**Лабораторна робота № 10**  
**Визначення швидкості звуку методом зсуву фаз**

**Мета:** Ознайомитись з одним із методів визначення швидкості звуку – методом зсуву фаз. Вивчити наслідки додавання двох взаємно перпендикулярних коливань рівних і різних частот.

**Прилади і матеріали:** 1) звуковий генератор; 2) осцилограф; 3) мікрофон; 4) динамік; 5) лава; 6) міліметрова лінійка.

**I. Короткі теоретичні відомості**

Розділ фізики в якому вивчаються звукові хвилі, називають **акустикою**. Звуковими називають пружні хвилі, що поширюються у суцільних середовищах. До звукових хвиль належать хвилі, частоти яких лежать у межах сприймання органами слуху (від 16 до 20000 Гц).

Нехай маємо джерело звуку, яке коливається в пружному середовищі за законом:

$$y = A \cdot \sin \omega t, \text{ де } \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \quad (1)$$

Джерело коливань характеризується амплітудою  $A$ , циклічною частотою  $\omega$ , частотою  $\nu$  або періодом  $T$ .

Колівання поширюючись у пружному середовищі зі швидкістю  $u$  через час  $t'$  досягають приймача, віддаленого від джерела на відстань  $l$ . Приймач почне коливатись за тим же законом (1), але час коливання буде на  $t' = \frac{l}{u}$  менший за час коливання  $t$ . Тому рівняння коливання приймача буде мати вигляд:

$$y = A \sin \omega(t - t') = A \sin\left(\omega t - \frac{2\pi l}{u}\right) \quad (2)$$

Рівняння (2) називається **рівнянням біжучої плоскої хвилі**.

Фізична величина  $\lambda = uT = \frac{u}{\nu}$ , яка показує на яку відстань поширюються коливання за час, рівний одному періоду, називається **довжиною біжучої хвилі**.



Отже, якщо виміряти будь-яким чином довжину хвилі  $\lambda$ , то знаючи частоту коливань  $\nu$ , можна розрахувати швидкість звукової хвилі:

$$u = \lambda \nu \quad (3)$$

Для визначення  $\lambda$  може бути використане явище додавання двох взаємно перпендикулярних коливань з однаковими частотами. Для цього одне і те ж тіло повинно приймати участь одночасно у двох взаємно перпендикулярних коливаннях. Роль такого тіла може відігравати електронний промінь осцилографа.

Якщо промінь коливається в напрямку осей  $x$  і  $y$  за законами

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_1) \quad (4),$$

$$y = B \sin(\omega t + \varphi_2) \quad (5),$$

то в результаті додавання таких взаємно перпендикулярних коливань траєкторія руху електронного пучка на екрані осцилографа буде описуватись рівнянням:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} - \frac{2xy}{AB} \cos \Delta\varphi = \sin^2 \Delta\varphi \quad (6),$$

де  $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  – різниця фаз цих двох коливань є величиною сталою.

Це рівняння еліптичної кривої, вигляд якої залежить від  $\Delta\varphi$ .

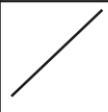

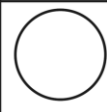


Вигляд фігури залежно від зсуву фаз				
$180^\circ$	$135^\circ$	$90^\circ$	$45^\circ$	$0^\circ$
				

Рис.10.1

На рис. 10.1 представлено різні види траєкторій в залежності від  $\Delta\varphi$ .

Схема установки для визначення швидкості звуку зображена на рис. 10.2. Змінна напруга  $u_x$  звукової частоти від

звукового генератора одночасно подається на горизонтально відхиляючі пластини осцилографа ЕО (вхід “ $x$ ”) і на гучномовець  $D$ , який перетворює електричні коливання в механічні коливання дифузора тієї ж частоти.

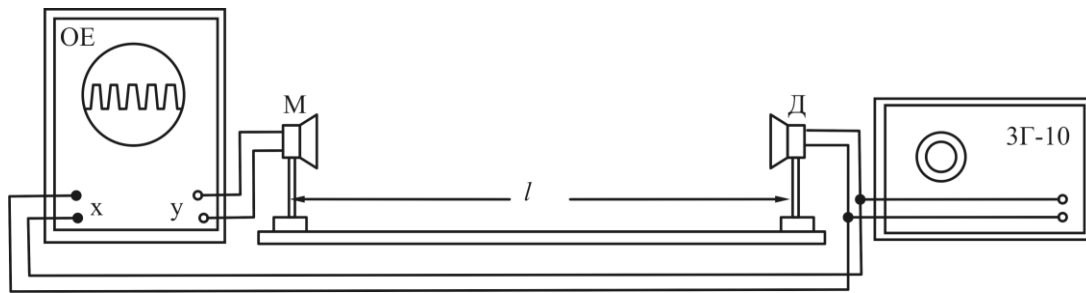


Рис.10.2. Загальний вигляд установки для дослідження швидкості звуку.

Від гучномовця  $Д$  в повітрі поширюється звукова хвиля, яка досягає мембрани мікрофона і викликає її механічні коливання тієї ж частоти. Мікрофон перетворює механічні коливання в електричні, які подаються на вертикально відхиляючі пластинки осцилографа  $u_y$  (вхід “у”).

Між напругами  $u_x$  і  $u_y$  буде деяка різниця фаз  $\Delta\varphi$ , тому електронний пучок буде описувати траєкторію, вид якої визначається рівнянням (6).

$$\text{Якщо } x = A \sin \omega t, \text{ а } y = A \sin\left(\omega t - \frac{2\pi l}{T u}\right), \text{ то}$$

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi l}{T u} = \frac{2\pi l}{\lambda},$$

де  $l$  – відстань між гучномовцем і мікрофоном. Цю ж саму різницю фаз можна визначити за виглядом траєкторії руху електронного пучка (рис.10.1).

Рухаючи мікрофон лавою ми можемо одержати траєкторію у вигляді еліпса (б), що означає  $\Delta\varphi_2 = \frac{\pi}{2}$ . Отже, різниця фаз змінилась на  $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ .

Тому  $\frac{\pi}{2} = \frac{2\pi l_1}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 4l_1$ , де  $l_1$  – переміщення мікрофона з положення 1 в положення 2.

Якщо мікрофон переміщувати до такого положення, коли на екрані з'явиться пряма в 2 і 4 квадрантах, то в порівнянні з першим

положенням мікрофона  $\Delta\varphi = \pi$ . Тому  $\pi = \frac{2\pi l_2}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 2l_2$ , де  $l_2$  – переміщення мікрофона з положення 1 в положення 3.

Отже, знаючи частоту  $\nu$  (за шкалою генератора) і, вимірявши відстань між мікрофоном і динаміком, можна розрахувати швидкість звуку:

$$u = \lambda\nu \quad (7).$$

## II. Порядок виконання роботи

### Завдання 1. Визначення швидкості звуку

1. Ознайомитись з системою управління і правилами користування осцилографом та звуковим генератором.
2. Підготувати осцилограф до роботи. Для цього необхідно подати напругу з мережі (220 В), отримати на екрані електронний промінь (пляму); з допомогою регулювальних ручок управління розташувати його в центрі екрану і сфокусувати в мінімальну за розміром пляму.
3. Встановити на звуковому генераторі необхідну частоту.
4. Зібрати коло згідно рис. 2 й увімкнути звуковий генератор.
5. Пересунути на лаві мікрофон як можна ближче до гучномовця.
6. Збільшуючи відстань між гучномовцем і мікрофоном, простежити зміну траєкторії електронного променя на екрані осцилографа.
7. Повільно пересуваючи мікрофон, зафіксувати положення при яких одержуються прямі або еліпси.
8. Розрахувати відстані  $l$ , для яких  $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3}{2}\pi$  і т.д.
9. Повертаючи мікрофон до гучномовця, дослід повторити декілька разів.
10. Всі вимірювання та розраховані величини занести до таблиці.
11. Розрахувати середнє значення швидкості звуку.

12. За формулою 
$$E = \frac{\Delta u}{u_{cp}} = \pm \left( \frac{\Delta \lambda}{\lambda_{cp}} + \frac{\Delta \nu}{\nu_{cp}} \right)$$
 розрахувати

відносну похибку, а потім визначити абсолютну похибку вимірювання швидкості  $\Delta u = u_{cp} \cdot E$ . Похибку  $\Delta \nu$  визначити як інструментальну.

13. Розрахувати швидкість звуку при кімнатній температурі

$u_t = u_0 \sqrt{1 + 0,004 \cdot t^0}$ , де  $u_0 = 330 \frac{m}{c}$ ,  $t^0$  – температура повітря в лабораторії за шкалою Цельсія.

14. Зробити висновки.

№ з/п	$\nu_1=3200$ Гц				$\nu_2=3400$ Гц				$\nu_3=3600$ Гц			
	$l$ , м	$\Delta\varphi$ , рад	$\lambda$ , м	$u$ , м/с	$l$ , м	$\Delta\varphi$ , рад	$\lambda$ , м	$u$ , м/с	$l$ , м	$\Delta\varphi$ , рад	$\lambda$ , м	$u$ , м/с
1												
2												
3												
Сер.												

Завдання 2. Дослідити додавання двох взаємно-перпендикулярних коливань з кратними частотами (фігури Ліссажу)

1. Від'єднати мікрофон і гучномовець від осцилографа.

2. На вхід “у” подати напругу безпосередньо від мережі (від спеціального гнізда на осцилографі). На вхід “х” подати від звукового генератора напругу частотою 100 Гц, тобто вдвічі більшу ніж промислова частота (50 Гц).

3. Замалювати вигляд фігури Ліссажу при відношенні

$$\frac{\nu_y}{\nu_x} = \frac{1}{2}$$

4. Змінити частоту  $\nu_x$  до 150, 200, 250 Гц і для кожного випадку замалювати відповідні фігури Ліссажу. Зробити висновки.

### **Контрольні запитання**

1. Вивести рівняння траєкторії руху електронного пучка і дослідити його для різних значень різниці фаз:  $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3}{2}\pi, 2\pi$ .
2. Від чого і як залежить швидкість звуку?
3. Від чого і чому не залежить швидкість звуку?
4. Які ще існують методи вимірювання швидкості звуку?
5. Який принцип дії мікрофона та гучномовця.

## Лабораторна робота № 11

### Дослідження затухаючих коливань

**Мета:** Ознайомитися з одним із методів дослідження затухаючих коливань, а також з технологією експериментального визначення основних фізичних величин, які характеризують коливну систему і середовище, в якому здійснюється коливання. Побудувати графік залежності амплітуди коливань від часу.

**Прилади і матеріали:** 1) фізичний маятник на біфілярному підвісі; крутильний маятник; шкала для вимірювання амплітуд; секундомір; ванночка з водою для дослідження крутильних коливань у воді; підймальний столик.

### I. Короткі теоретичні відомості

Система називається *коливальною*, якщо серед сил, що діють на тіло, котре коливається, переважаючою є повертаюча сила  $F$ :

$$F = -kx \quad (1)$$

яка прямо пропорційна зміщенню тіла  $x$  від положення рівноваги і напрямлена в сторону, протилежну зміщенню.

Сили, які відповідають умові (1) називаються силами *пружності*, або *квазіпружними* силами в залежності від характеру їх походження. Коефіцієнт  $k$  називається *коефіцієнтом жорсткості*, або коефіцієнтом квазіпружної сили.

Якщо рівнодійна всіх сил, які діють на тіло, дорівнює силі (1), то в системі існують незатухаючі *гармонічні* коливання. Динамічне рівняння незатухаючих коливань має вигляд:

$$ma = -kx \quad (2)$$

Його легко можна перетворити в диференціальне рівняння:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \quad (3),$$

$$\text{або } \frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega_0^2 x; \quad \frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \quad (4)$$

де  $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ ,  $\omega_0$  – циклічна частота власних коливань, яка пов'язана з періодом коливань  $T_0$  співвідношенням:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad (5) \text{ або } T_0 = 2\pi\sqrt{m/k} \quad (5')$$

Систему, яка описується рівнянням (3) називають **гармонічним осцилятором**. Легко перевірити підстановкою, що розв'язок рівняння (4) виражає **гармонічне коливання**:

$$x = a \cdot \sin(\omega_0 t \pm \varphi_0) \quad (6),$$

$$\text{або } x = a \cdot \cos(\omega_0 t \pm \varphi_0) \quad (6')$$

де  $a$  – амплітуда (яка не залежить від часу),  $(\omega_0 t \pm \varphi_0)$  – фаза,  $\pm \varphi_0$  – початкова фаза коливань.

$$\text{Якщо початкова фаза } \varphi_0 = 0, \text{ то } x_0 = a \cdot \cos \omega_0 t \quad (7)$$

є частинним випадком коливань – **незатухаючих коливань**, графік яких наведений на рис. 1, а.

Гармонічний коливальний рух здійснюється і тоді, коли силою опору середовища

$$F_{on} = -r\upsilon = -r \frac{dx}{dt} \quad (8)$$

не можна знехтувати. Але у цьому випадку динамічне рівняння руху буде іншим:

$$F = -kx - r\upsilon \quad (9)$$

де  $\upsilon$  – миттєва швидкість,  $r$  – коефіцієнт опору середовища,

або

$$m \cdot a = -kx - r\upsilon. \quad (10)$$

Рівняння (10) у диференціальній формі матиме вигляд:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega_0^2 x - \frac{r}{m} \cdot \frac{dx}{dt} \quad (11)$$

Позначивши  $\frac{r}{m} = 2\beta$  і зробивши перетворення, одержимо:

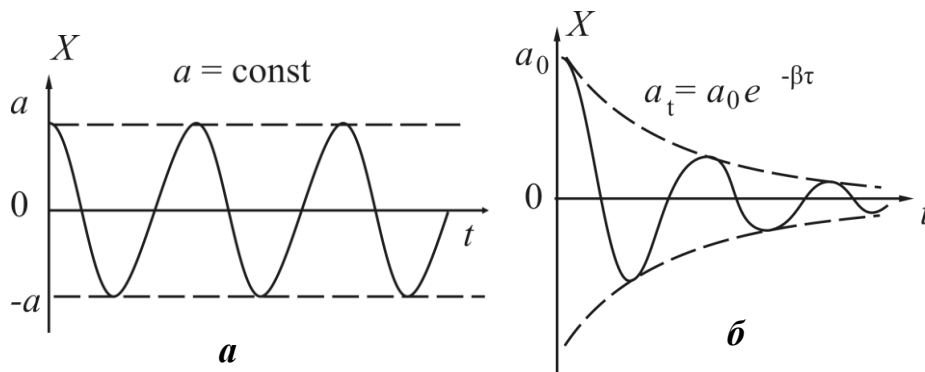


Рис.11.1. Графіки гармонічних (а) та згасаючих (б) коливань

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad (11')$$

Розв'язок диференціального рівняння (11') має вигляд:

$$x = a_0 \cdot e^{-\beta t} \cdot \cos(\omega t \pm \varphi_0) = a_t \cos(\omega t \pm \varphi_0) \quad (12)$$

де відповідно  $a_t$  – амплітуда в будь-який момент часу  $t$ ,  $\beta$  – показник згасання,  $\omega$  – частота згасаючих коливань.

Колівання при наявності опору, який забезпечує експоненціальне зменшення амплітуди з часом

$$a_t = a_0 \cdot e^{-\beta t} \quad (13)$$

називаються **згасаючими коливаннями** (рис.1.б).

Циклічна частота згасаючих коливань знаходиться із рівняння:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}, \quad (14)$$

а тому **умовний період згасаючих коливань  $T$** :

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (15)$$

Період називають умовним тому, що згасаючі коливання лише умовно можна вважати періодичними – внаслідок зменшення амплітуди коливання повторюються не абсолютно точно.

Швидкість згасання коливань характеризують декрементом згасання.



**Декремент затухання**  $K$  – є фізична величина, яка чисельно дорівнює відношенню двох послідовних амплітуд (попередньої до наступної), виміряних через період  $T$ , тобто

$$K = \frac{a_t}{a_{t+T}} = -\frac{a_0 e^{-\beta t}}{a_0 e^{-\beta(t+T)}} = e^{\beta T} \quad (16)$$

де  $e \approx 2,71$  – основа натурального логарифму.

**Логарифмічний декремент затухання**  $\lambda$  – фізична величина, яка чисельно дорівнює натуральному логарифму від декременту затухання:

$$\lambda = \ln K = \beta T \quad (17)$$

**Добротність коливальної системи**  $Q$  – є фізична величина, яка чисельно пропорційна відношенню повної енергії  $W$  коливальної системи до енергії  $\Delta W_T$ , що витрачається системою за період:

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W_T} \quad (18)$$

Співвідношення (17) можна перетворити і одержати, що

$$Q = \pi \cdot N_e = \frac{\pi}{\beta T} = \frac{\pi}{\lambda} \quad (18')$$

де  $N_e$  – кількість коливань, за які амплітуда коливань зменшиться в число  $e$  разів (у 2,71 рази).

Декремент, логарифмічний декремент і добротність коливальної системи визначають її відхилення від системи, в якій затухання відсутні. Якщо  $K \rightarrow 1$ ,  $\lambda \rightarrow 0$ , а  $Q \rightarrow \infty$ , то коливальна система добротна, тобто затухання мале.

Для визначення коефіцієнту опору середовища та логарифмічного декременту затухання  $\lambda$  використовують **метод крутильного маятника**.

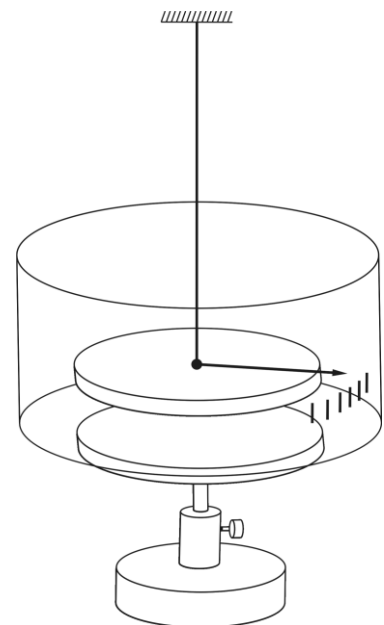


Рис. 11.2. Загальний вигляд установки для дослідження затухання крутильних коливань.

Установка (рис. 11.2). складається з металевого диска масою  $m$ , в центрі якого закріплена дротина. Яка підвішена до кронштейну. Амплітуди коливань відраховують за шкалою на стінці ванночки. Яка розташована поблизу стрілки – показника закріпленого на диску Дослід із дослідження затухаючих крутильних коливань проводять у двох середовищах: у повітрі і у воді. Для цього слід вивести маятник із положення рівноваги на кут  $50-60^\circ$ , відпустити його, пропустити декілька коливань і замітити потім за шкалою амплітуду  $a_t$ . Відрахувавши  $n$  повних коливань, за які амплітуда коливань зменшиться у два рази, зафіксуємо і цю амплітуду  $a_{(t+nT)}$ . У результаті цих вимірювань одержимо співвідношення:

$$a_{(t+nT)} = \frac{a_t}{2}, \text{ або } \frac{a_t}{a_{(t+nT)}} = \frac{a_0 e^{-\beta t}}{a_0 e^{-\beta(t+nT)}} = 2 \quad (19)$$

$e^{n\beta T} = 2$ , а логарифмуючи, маємо  $n\beta T = \ln 2$ , звідки

$$\lambda = \frac{\ln 2}{n} \quad (20)$$

Логарифмічний декремент пов'язаний з коефіцієнтом опору середовища співвідношенням:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{n} = \beta T = \frac{r}{2m} T \quad (21)$$

Отже, знаючи масу диска маятника, його період коливання у даному середовищі та, вимірявши логарифмічний декремент затухання  $\lambda$ , можна визначити коефіцієнт опору обох середовищ (повітря і води):

$$r_1 = \frac{2\lambda_1 m}{T_1}; \quad r_2 = \frac{2\lambda_2 m}{T_2} \quad (22)$$

та порівняти їх:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{n_1 T_1}{n_2 T_2} \quad (23)$$

## II. Порядок виконання роботи

### Завдання 1. Визначити період затухаючих коливань

- 1.Перевірте установку фізичного маятника: стрілка на диску маятника повинна бути розташована напроти нульової поділки шкали, а коливання маятника не повинні гальмуватись у місці його дотику до опори.
- 2.Відхилити маятник на кут  $10-15^\circ$  і відпустити.
- 3.Через 1-2 повних коливання запустити секундомір.
- 4.Виміряти час  $t$ , протягом якого здійсниться  $N$  повних коливань ( $N = 10 \div 15$ ).
- 5.За формулою  $T = t/N$  розрахувати період затухаючих коливань.
- 6.Дослід повторити 3-5 разів.
- 7.Усі вимірювання занести в таблицю, яку розробити самостійно.
- 8.Розрахувати середнє значення  $T_{\text{ср}}$ .
- 9.Розрахувати абсолютну і відносну похибку.
10. Зробити висновки.

### Завдання 2. Дослідження залежності амплітуди затухаючих коливань від часу

1. Приведіть фізичний маятник в коливальний рух.
2. Після 1-2 повних коливань виміряйте за шкалою маятника амплітуди 10-15 послідовних коливань.
3. Запишіть результати вимірювання в таблицю (яку складіть самостійно).
4. Побудуйте графік залежності  $a = f(t)$  і зробіть висновки.

### Завдання 3. Розрахування основних фізичних величин затухаючих коливань ( $K, \lambda, \beta, Q$ ) для фізичного маятника

1. Розрахуйте 5-10 разів декремент затухання, використовуючи при цьому графік із завдання 2

$$K_1 = \frac{a_1}{a_2}, K_2 = \frac{a_2}{a_3}, \dots, K_n = \frac{a_n}{a_{n+1}}$$

Порівняйте їх між собою і зробіть висновки.

2. Розрахуйте середнє значення  $K_{\text{ср}}$ .

3. За формулами  $\lambda_{\text{ср}} = \ln K_{\text{ср}}$ ,  $\beta = \frac{\lambda_{\text{ср}}}{T_{\text{ср}}}$ ,  $Q = \frac{\pi}{\lambda_{\text{ср}}}$

розрахуйте логарифмічний декремент затухання, показник затухання та добротність фізичного маятника.

4. Зробіть висновки.

Завдання 4. Визначення і порівняння основних фізичних величин затухаючих коливань в повітрі і воді за допомогою крутильного маятника

1. Ознайомтесь з будовою крутильного маятника, системою виведення його з стану рівноваги і відліку амплітуди коливань. Поверніть маятник в повітрі навколо вертикальної вісі на кут 50-60° від положення рівноваги і пропустіть 1-2 повних коливання.

2. В один із моментів найбільшого відхилення маятника від положення рівноваги одночасно зафіксуйте початкову амплітуду  $a_0$  і запустіть секундомір.

3. Визначте кількість коливань  $n_1$ , і час  $t_1$ , протягом якого амплітуда зменшиться в два рази, тобто стане  $a_0 / 2$ .

4. Дослід повторити 3-4 рази і визначити середнє значення  $n_{1\text{ср}}$ ,  $t_{1\text{ср}}$ . Розрахуйте середній період коливань у повітрі  $T_{1\text{ср}} = t_{1\text{ср}} / n_{1\text{ср}}$ .

5. Заповніть ванночку водою так, щоб увесь диск був занурений у воду і проробіть п. 2-4 і для цього випадку. Аналогічно визначте  $n_{2\text{ср}}$ ,  $t_{2\text{ср}}$ ,  $T_{2\text{ср}}$ .

6. Визначте масу диска крутильного маятника  $m$ .

7. За формулами:  $\lambda = \frac{\ln 2}{n}$ ,  $\beta = \frac{\lambda}{T}$ ,  $r = \frac{2\lambda m}{T}$ , розрахуйте  $\lambda_1$  і  $\lambda_2$ ;  $\beta_1$  і  $\beta_2$ ;  $r_1$  і  $r_2$  відповідно для коливань у повітрі та воді.

8. Порівняйте усі ці фізичні величини  $\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}, \frac{\beta_2}{\beta_1}, \frac{r_2}{r_1}\right)$  і зробіть висновки.

### **Рекомендації та вказівки**

1. При побудові графіка залежності в завданні №2 доцільно використати масштаб часу, що дорівнює періоду коливань.
2. Усі таблиці розробити самостійно.
3. Похибки для всіх виміряних і визначених фізичних величин розраховувати потрібно за загальним правилом.
4. У завданні №4 крутильний маятник у повітрі потрібно розташовувати в ванночці так, щоб він при коливаннях не доторкувався до її стінок.

### **Контрольні запитання**

1. Дайте означення гармонічних та затухаючих коливань.
2. Запишіть динамічні рівняння гармонічних та затухаючих коливань.
3. Чому для визначення логарифмічного декременту затухання фізичного і крутильного маятників використані різні методи?
4. Для чого коливання крутильного маятника в повітрі теж досліджувати у ванночці.
5. Наведіть приклади коливальних систем, в яких добротність повинна бути великою і малою.
6. Вкажіть шляхи збільшення і зменшення добротності механічних коливань систем.

**Лабораторна робота №12**  
**Визначення моменту інерції тіл методом крутильних**  
**коливань**

**Мета:** Експериментально визначити момент інерції двох різних тіл відносно центральних осей за періодом пружних крутильних коливань.

**Прилади і матеріали:** 1) експериментальна установка; 2) еталонне тіло (циліндр); 3) секундомір; 4) зразки довільної форми; 5) штангенциркуль.

**I. Короткі теоретичні відомості.**

Якщо в поступальному русі мірою інертності тіла чи матеріальної точки (далі МТ) є їх маса, то при обертальному русі ця властивість тіла (МТ) характеризується моментом інерції тіла (МТ) .

**Моментом інерції** МТ відносно деякої осі  $Z$  називається фізична скалярна величина, що характеризує інертні властивості МТ і чисельно дорівнює добутку маси МТ на квадрат її відстані від осі обертання:

$$J_z = mr^2 . \quad (1)$$

Моментом інерції тіла відносно деякої осі  $Z$ , називають суму моментів інерції відносно тієї ж осі всіх МТ з яких складається тіло:

$$J_z = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 . \quad (2)$$

Основним законом динаміки для обертального руху або те ж саме, що рівнянням руху тіла, що обертається є вираз:

$$\frac{d\vec{L}_z}{dt} = \vec{M}_z \quad (3),$$

*тобто швидкість зміни моменту імпульсу тіла відносно деякої осі  $z$  дорівнює результуючому моменту відносно тієї ж осі всіх зовнішніх сил, що діють на тіло.*

У виразі (3)  $L_z = J_z \omega$  момент імпульсу тіла відносно осі  $z$ ,  $M_z$  – результуючий момент зовнішніх сил, що діють на тіло. Якщо мо-

мент інерції тіла є постійна величина ( $J = \text{const}$ ), то основний закон динаміки обертального руху приймає вигляд:

$$\vec{M}_z = J_z \vec{\varepsilon}, \quad (4)$$

де  $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$  – кутове прискорення тіла.

Нехай маємо тіло підвішене на пружній дротині, що може здійснювати вільні крутильні коливання. Якщо момент пружних сил пропорційний куту повороту від положення рівноваги :

$$M_z = -k\varphi, \quad (5)$$

то рівняння обертального руху тіла навколо вертикальної осі, що проходить через точку підвісу має вигляд:

$$I_z \frac{d^2\varphi}{dt^2} = M_z, \text{ або } I_z \varepsilon = M_z. \quad (6)$$

Рівняння (6) описує процес гармонічних коливань тіла відносно осі  $Z$  з періодом крутильних коливань тіла, підвішеного на пружній дротині.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_z}{k}}, \quad (7)$$

де  $k$  – жорсткість підвісу (пружної дротини), що дорівнює відношенню моменту пружних сил, який виникає при закручуванні дротини на деякий кут.

Рівняння (7) дозволяє обчислити момент інерції тіла  $J_z$ , якщо відомі  $T$  і  $k$ . Визначення моменту інерції тіл за допомогою рівняння (7) носить назву **методу крутильних коливань**.

Цей метод полягає в тому що спочатку визначають період крутильних коливань самого приладу.

$$T_{np} = 2\pi \sqrt{\frac{J_{np}}{k}}. \quad (8)$$

Ця рівність має дві невідомі величини  $J_{np}$  і  $k$ .

Період коливань  $T_{np}$  можна визначити експериментально, як

$$T_{np} = \frac{t}{N} \quad (9)$$

Де  $t$  – час  $N$  повних коливань,  $N$  – кількість коливань. Якщо на прилад помістити еталонне тіло, то період коливань системи зміниться. Еталонним тілом може бути будь-яке тіло з відомим моментом інерції, або тіло правильної геометричної форми, момент інерції якого можна обчислити. Якщо в якості еталонного тіла взяти циліндр, то його момент інерції можна визначити за формулою:

$$J_e = \frac{1}{2} mR^2 \quad (10)$$

де  $m$  – маса циліндра-еталону;  $R$  – радіус циліндра.

Період одного повного коливання приладу з еталонним тілом визначається співвідношенням:

$$T_{e_{np}} = 2\pi \sqrt{\frac{J_e + J_{np}}{k}} \quad (11)$$

Розв'язуючи рівняння (8) і (11) відносно моменту інерції приладу, знаходять:

$$J_{np} = \frac{T_{np}^2 J_e}{T_e^2 - T_{np}^2} \quad (12)$$

Аналогічно можна визначити момент інерції тіла будь-якої форми.

Період крутильних коливань системи тіло-прилад може бути визначеним з рівняння:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_e + J}{k}} \quad (13)$$

де  $J$  – шуканий момент інерції тіла.

Розв'язуючи систему рівнянь (11), (12), (13), визначають момент інерції досліджуваного тіла.

Для цього рівняння (11) і (13) піднесемо до квадрату та поділивши одне на друге визначимо  $J_{np}$



$$\frac{T^2}{T_{np}^2} = \frac{J + J_{np}}{J_e + J_{np}}. \quad J_{np} = \frac{JT_{e np}^2 - J_e T^2}{T^2 - T_{e np}^2}.$$

Врахувавши формулу (12) одержимо:

$$\frac{JT_{e np}^2 - J_e T^2}{T^2 - T_{e np}^2} = \frac{T_{np}^2 J_e}{T_{e np}^2 - T_{np}^2}.$$

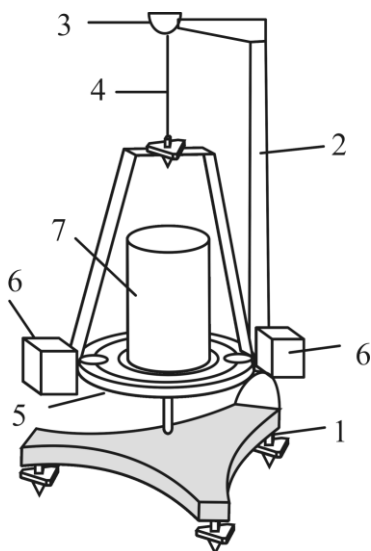
Звідси

$$J = \frac{J_e (T^2 - T_{np}^2)}{T_{e np}^2 - T_{np}^2} \quad (14)$$

Таким чином, для визначення моменту інерції тіла довільної форми відносно вертикальної осі приладу необхідно обчислити момент інерції еталону  $J_e$ . Експериментально за формулою (9) визначити період крутильних коливань приладу  $T_{np}$ , а також період коливань приладу з розміщеним на ньому тілом, момент інерції якого потрібно визначити.

## II. Опис установки.

Прилад для визначення моменту інерції крутильних коливань складається з таких основних частин (див. рис. 12.1.): основи **1**,



стояка з кронштейном **2**, цангового зажиму **3**, дротяного підвісу **4**, диску із скобою **5**, двох рухомих тягарців **6**, еталонного тіла **7**.

## III. Порядок виконання роботи

1. Визначити момент інерції еталону (циліндру) за формулою (10). Маса еталону 10,3 кг, радіус виміряти штангенциркулем.

2. Визначити період вільних коливань приладу  $T_{np}$ .

Під час виконання роботи прилад потрібно центрувати з допомогою тягар-

Рис.12.1. Загальний вигляд експериментальної установки

ців. Це значить, що кінці стрілок під платформою і на основі повинні бути суміщенні. Потім закручують сталевий підвіс, повернувши платформу приладу на деякий кут навколо вертикальної вісі, і надають їй можливість здійснювати крутильні коливання. Секундоміром вимірюють час 15-20 повних коливань і визначають період одного повного коливання приладу  $T_{np}$  за формулою (9).

3. Визначити за формулою (9) період вільних коливань приладу з еталоном. Еталон (циліндр) з відомим моментом інерції кладуть на платформу приладу. Вимірюють час 15-20 повних коливань системи.

4. Визначити аналогічно п.3 період вільних коливань приладу із досліджуваними тілами **1** і **2**. Моменти інерції досліджуваних тіл розрахувати за формулою (14). Кожний дослід проробити не менше 3-х разів.

5. Дані вимірювань і обчислень занести в таблицю.

6. Користуючись рівнянням (14) і формулами відносних похибок непрямих вимірювань, знаходимо відносну та абсолютну похибки вимірювань.

$$E = \frac{\Delta J}{J} = \frac{\Delta J_e}{J_e} + 2 \frac{T \cdot \Delta T + T_{np} \cdot \Delta T_{np}}{T^2 - T_{np}^2} + 2 \frac{T_{enp} \cdot \Delta T_{enp} + T_{np} \cdot \Delta T_{np}}{T_{enp}^2 - T_{np}^2}$$

де  $\frac{\Delta J_e}{J_e} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{2\Delta R}{R}$ ;  $\Delta m$  – абсолютна похибка для вимірювання

маси ( $\Delta m = 0,05$  кг);  $\Delta J = E \cdot \bar{J}$ .

7. Записати результат у вигляді:  $J = \bar{J} \pm \Delta J$ .

### Контрольні запитання

1. Що називається моментом інерції матеріальної точки, моментом інерції тіла відносно нерухомих осей?
2. Сформулювати основний закон динаміки для обертального руху.

3. Що називається моментом імпульсу та моментом сили відносно деякої осі?
4. За якою формулою визначається період вільних крутильних коливань тіла?
5. Від чого залежить момент інерції тіла, яку роль він відіграє в обертальному русі?
6. Вивести формули (12) і (14).

## *Лабораторна робота №13.* **Вивчення законів вільного падіння.**

**Мета:** Перевірити дослідним шляхом закони вільного падіння.

**Прилади і матеріали:** 1) установка для вивчення законів вільного падіння тіл; 2) секундомір, 3) 2 кульки однакових розмірів, але різної маси.

### **I. Короткі теоретичні відомості**

**Вільним падінням** називається рух тіла без початкової швидкості під дією тільки сили тяжіння.

Вільне падіння є приклад прямолінійного рівноприскореного руху тіла, причому прискорення вільного падіння  $\vec{g}$  є однаковим для всіх тіл у даній точці Землі при відсутності сили опору.

Застосуємо закон всесвітнього тяжіння Ньютона для взаємодії Землі та тіла масою  $m$ , що знаходиться на поверхні Землі:

$$F = \gamma \frac{mM_3}{R_3^2}, \quad (1)$$

де  $\gamma$  – гравітаційна стала,  $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ ,  $M_3, R_3$  – відповідно маса та радіус Землі.

Але ж сила тяжіння  $F_m = mg$ . Отже  $g = \gamma \frac{M_3}{R_3^2}$  – прискорення вільного падіння, тобто величина, яка не залежить від маси тіла, отже однакова для всіх тіл на Землі.

Таку цікаву властивість сили тяжіння відкрив експериментально Галілео Галілей. Справа в тому, що за другим законом Ньютона прискорення тіла обернено пропорційне до маси  $a \sim 1/m$ . Проте сила тяжіння пропорційна до маси тіла, на яке вона діє:  $F_m \sim m$ .

Саме тому прискорення вільного падіння однакове для всіх тіл, тобто не залежить від їх маси.

Усі закони Ньютона виконуються в *інерціальних системах відліку*. На поверхні Землі інерціальною системою відліку можуть бути системи відліку, пов'язані з полюсами Землі, що не беруть участі в її добовому обертанні. Решта точок земної поверхні описують кола, рухаючись з доцентровим прискоренням. Тому системи відліку, пов'язані з цими точками, строго кажучи, *неінерціальні*.

Обертанням Землі зумовлюється те, що прискорення вільного падіння, виміряне відносно якого-небудь тіла на поверхні Землі, на різних широтах неоднакове. Сила тяжіння, у випадку коли тіло знаходиться у стані спокою на полюсі, проявляється тільки статично, створюючи у тілі деформації. На екваторі сила тяжіння частково проявляється статично, а частково динамічно, надаючи тілу доцентрового прискорення.

На значення величини прискорення вільного падіння впливає сплюснутість земної кулі біля полюсів. Тому сила тяжіння, якщо вважати Землю однорідною, повинна змінюватися від полюсу до екватору. Але на Землі маса розподілена нерівномірно, тому є розбіжності у теоретичних та експериментальних значеннях сили тяжіння, які носять назву *аномалії*. Дослідження аномалій дає можливість судити про накопичення у земній корі важких та легких родовищ та вести гравітаційні геологічні пошуки.

Кінематичні рівняння шляху та швидкості при вільному падінні набувають вигляду:

$$\begin{cases} h = v_0 t + \frac{gt^2}{2} \\ v = v_0 + gt \end{cases}, \text{ або при } v=0 \quad \begin{cases} h = \frac{dt^2}{2} \\ v = gt \end{cases} \quad (2)$$

## II. Опис установки

Установка (рис.13.1,а) для вивчення вільного падіння тіл складається з вертикальної штанги **1** зі шкалою і електросекундомі-

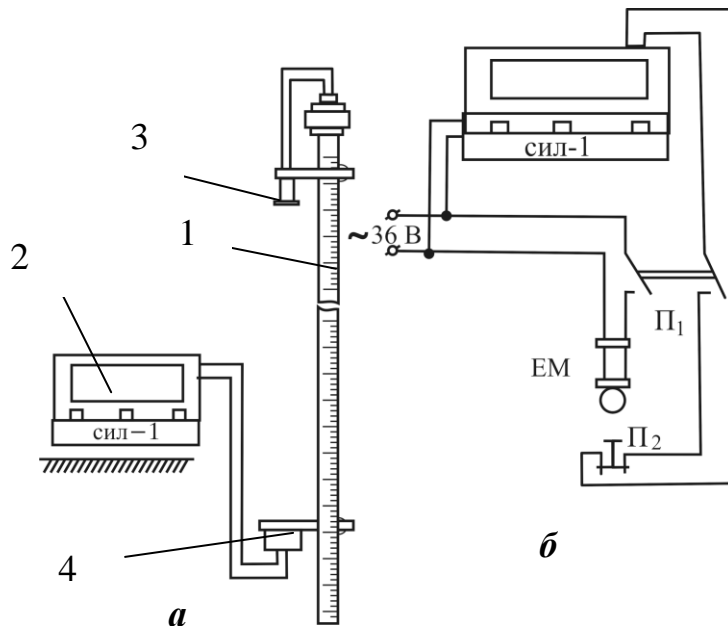


Рис.13.1. Загальний вигляд установки для вивчення прискорення вільного падіння (а) та принципова електрична схема з'єднань (б).

ра 2 (лічильник сигналів СИЛ-1). На штанзі переміщується дві обойми 3 і 4. До верхньої обойми 3 прикріплено електромагніт, що утримує металеву кульку. До нижньої обойми 4 прикріплена ловушка з контактною заслонкою. Система під'єднана до джерела струму через трансформатор. Час польоту кульки відраховується електросекундоміром з точністю до 0,001с. Запуск секундоміра відбувається автоматично у момент відриву кульки від електромагніта (вимикається електромагніт). Зупинка секундоміра здійснюється теж автоматично через контактну заслонку.

### III. Порядок виконання роботи

Завдання 1. Вимірювання часу падіння двох кульок однакового об'єму і різної маси

1. Увімкнути живлення трансформатора.
2. Увімкнути електромагніт та закріпити на ньому сталеву кульку.
3. Встановити секундомір на нуль, натискуючи червону кнопку.
4. Вимикаємо електромагніт та після падіння кульки, запишемо час падіння.

5. Шлях, який пролетіла кулька, визначають за поділками на самій штанзі 1.

6. Аналогічно проробляють дослід з другою, ебонітовою кулькою, в яку для того щоб вона притягувалася до електромагніту, вмонтована залізна пластинка.

7. Дослід проробити з кожною кулькою не менше 5-ти разів для даної висоти. Впевнитись, що час падіння не залежить від маси тіла. Результати занести в таблицю та зробити висновок:

### Завдання 2. Визначення прискорення вільного падіння

1. Зробити вимірювання часу та висоти для сталеві кульки, як вказано в завданні 1 (пунктах 1-5). Шлях змінювати через 10 см.

2. Побудувати графічну залежність  $h = f(t^2)$  для сталеві кульки.

3. За графіком визначити прискорення вільного падіння в даній точці земної кулі.

4. Порівняти значення  $g$ , визначеного за графіком із середнім значенням  $g$ , визначеним за формулою:  $g = \frac{2h}{t^2}$ .

5. Розрахувати абсолютну та відносну похибки:

$$E = \frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta h}{h} + \frac{2\Delta t}{t}; \quad \Delta g = g_{сер} \cdot E.$$

6. Результат записати у вигляді:  $g = g_{сер} \pm \Delta g_{сер}$  і зробити відповідні висновки.

### **Додаткове завдання**

1. Побудувати залежності  $h = f(t)$  та  $h = f(t^2)$  для вільного падіння, та пояснити їх різницю.

2. Розрахувати, як зміниться прискорення вільного падіння на Землі, коли її радіус збільшиться в  $k$  разів при збереженні попереднього значення її середньої густини?

### **Контрольні запитання**

1. Який рух називають вільним падінням?
2. Чому прискорення вільного падіння неоднакове в різних точках земної кулі?
3. Чому два невеликі диски однакового діаметру ( картонний і металевий ) падають у повітрі з різними швидкостями?
4. Як переконатися на досліді, що прискорення вільного падіння не залежить від форми і маси тіла?



## Лабораторна робота № 14

### Вимірювання механічних параметрів руху тіла за допомогою балістичного маятника.

**Мета роботи:** Ознайомитись з двома експериментальними методами визначення швидкості польоту кулі за допомогою балістичного маятника. Визначити основні фізичні параметри, що характеризують затухаючі коливання балістичного маятника.

**Прилади і матеріали:** балістичний маятник; механічний пістолет; металева куля; штатив універсальний; лінійка; легка гребінка з шириною зубців і проміжків між ними  $d = 2$  мм; датчик кута повороту; вимірювальний блок  $L$ -мікро; комп'ютер та програмне забезпечення для „Комп'ютерної лабораторії  $L$ -мікро”; фотодатчик (інфрачервоного діапазону); трьохрозрядний електронний лічильник імпульсів із блоком живлення стабілізованої напруги на 5 В.

#### I. Короткі теоретичні відомості

Балістичний маятник являє собою масивне тіло, яке може здійснювати коливання. Куля, швидкість якої бажають виміряти, непружно зіштовхується з першопочатково нерухомим маятником (застряє в ньому). Після цього маятник відхиляється від положення рівноваги та починає виконувати коливання. Нижче буде показано, що вимірявши кут максимального відхилення балістичного маятника або його амплітуду, можна визначити швидкість кулі, з якою вона рухалась до зіткнення з маятником, а також, спостерігаючи за подальшими затухаючими коливаннями маятника розрахувати логарифмічний

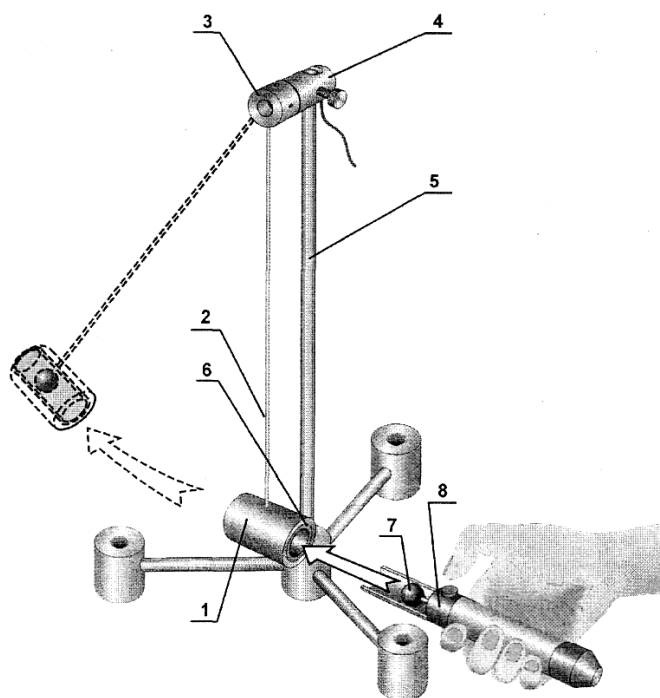


Рис.14.1. Балістичний маятник

декремент затухання та добротність коливальної системи.

Балістичний маятник, який використовується у даній роботі складається з елементів, що зображені на (рис. 14.1). У бічну поверхню циліндра (1) масою  $M$  вкручена тонка спиця (2). Інший кінець спиці закріплений у муфті (3) датчика кута повороту (4). Датчик кута повороту закріплений на вертикальній стійці штативу (5). Циліндр має пластмасову вставку (6) для уловлювання кулі (7), що рухається вздовж вісі циліндра. Вставка виконана у вигляді конусу з маленьким кутом так, щоб куля застрягла у циліндрі приблизно у його центрі мас. Кулю змушує рухатись пружинний пістолет (8).

Розглянемо взаємодію кулі з маятником. У момент часу  $t_1$  (рис. 14.2,*а*) куля підлітає до циліндра (1) із швидкістю  $v$ , маятник при цьому нерухомий. У момент часу  $t_2$  (рис. 14.2,*б*) куля вже застряє всередині балістичного маятника, частина кінетичної енергії маятника витратилась на подолання сил тертя, частина передається балістичному маятнику, внаслідок чого він набуває швидкість  $u$ . У момент часу  $t_3$  (рис. 14.2,*в*) маятник відхилився на кут  $\alpha$ , центр його тяжіння піднявся на висоту  $h$ , а кінетична енергія, отримана внаслідок удару, перетворилась у потенціальну.

Зіткнення кулі з маятником відбувається не миттєво, а протягом часу  $\Delta t_1 = t_2 - t_1$ . Під час зіткнення  $\Delta t_1$  система не є консервативною, оскільки виконується робота проти сил тертя, але водночас вона є замкненою, тому що вздовж вісі удару діють лише внутрішні

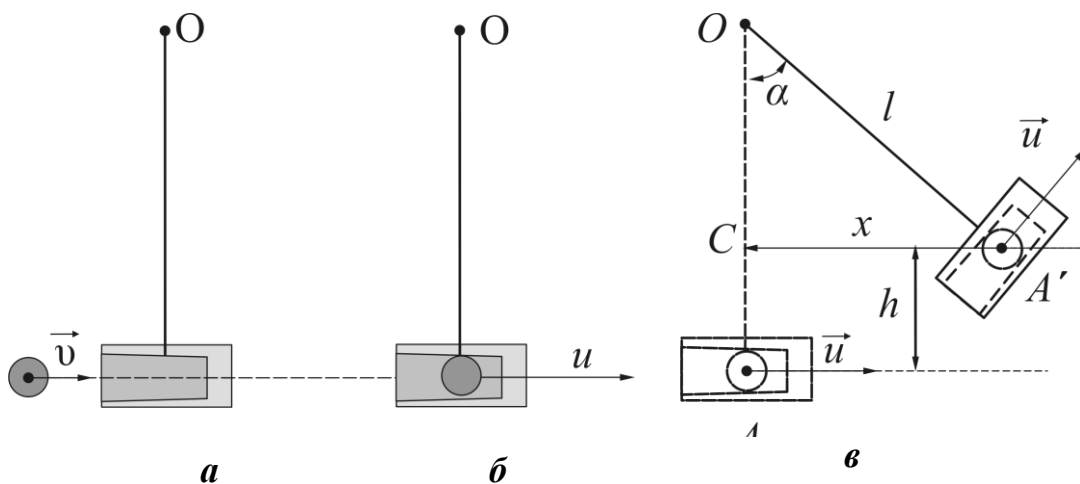


Рис.14.2. Послідовні стадії зіткненні кулі з маятником

сили, отже, виконується закон збереження проекції імпульсу на напрямок руху кулі. Цим законом можна скористатись і записати:

$$m\nu = (m + M)u \quad (1)$$

Тут  $m\nu$  – імпульс кулі до удару,  $(m + M)u$  – імпульс маятника із кулею після удару,  $m$  – маса кулі,  $M$  – маса балістичного маятника. Маса шпичі мала у порівнянні із масою циліндра, нею можна знехтувати. Із рівності (1) визначаємо швидкість маятника у момент часу завершення процесу зіткнення:

$$u = \frac{m}{m + M}\nu \quad (2)$$

Час зіткнення  $\Delta t_1$  на багато менший за час  $\Delta t_2 = t_3 - t_2$  – відхилення маятника на максимальну амплітуду  $\Delta t_1 \ll \Delta t_2$ , тому за час зіткнення куля вже зупиниться відносно циліндру, надавши останньому початкової швидкості  $u$ , а циліндр ще не встигне зрушитись на помітну віддаль. Таким чином, обидві частини процесу перетворення енергії чергуються один за одним, і розглядати їх можна окремо.

Якщо у першій частині процесу система замкнена, але не консервативна, тоді як у другій частині, під час коливання маятника, система не замкнена, але консервативна. Дійсно на балістичний маятник із застряглою у ньому кулею діє сила тяжіння  $(M + m)g$  і сила пружності шпичі – зовнішні сили відносно системи куля-маятник. Отже, система незамкнена, і закон збереження імпульсу використати не можна. Але сила тяжіння консервативна, сила пружної реакції шпичі теж консервативна, отже система куля-циліндр є консервативною. Зазначимо, що коли є ще й третя сила – сила тертя у датчику кута повороту, то нею можна знехтувати у порівнянні із консервативними силами.

У консервативній системі виконується закон збереження енергії, отже, кінетична енергія, якої набуває маятник у момент часу  $t_2$  перетворюватиметься у потенціальну енергію піднятої на висоту  $h$  маси  $(M + m)$  циліндра із кулею всередині. Кінетична енергія на початку руху:

$$E_k = \frac{(m+M)v^2}{2} \quad (3)$$

Підставляючи (2) у (3) отримаємо:

$$E_k = \frac{(m+M)\left(\frac{m}{m+M}v\right)^2}{2} = \frac{m^2v^2}{2(m+M)} \quad (4)$$

Потенціальна енергія  $U$  піднятого на висоту  $h$  маятника із кулею дорівнює:

$$E_n = (M+m)gh \quad (5)$$

Згідно закону збереження енергії можна записати:

$$\frac{m^2v^2}{2(m+M)} = (M+m)gh \quad (6)$$

Розв'язуючи рівняння (6) відносно  $v$ , отримуємо:

$$v = \frac{M+m}{m} \sqrt{2gh} \quad (7)$$

Висоту підняття центру мас маятника  $h$  при відомій віддалі  $l$  від точки підвісу до центру мас маятника можна визначити за кутом відхилення  $\alpha$  маятника, що вимірюється датчиком кута повороту або за амплітудою  $x$ , що вимірюється за допомогою фотодатчика.

На рис. 14.2,в схематично зображено підняття центру мас маятника із кулею на висоту  $h$  внаслідок його відхилення на кут  $\alpha$  або зміщення на амплітуду  $x$ . З прямокутного трикутника  $OA'C$  випливає, що

$$OC = l \cos \alpha; h = AO - OC = l - l \cos \alpha, \text{ або } OC = \sqrt{l^2 - x^2};$$

$$h = AO - OC = l - \sqrt{l^2 - x^2}$$

Отже,

$$h = l(1 - \cos \alpha) \quad (8a) \quad \text{або} \quad h = l \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{x^2}{l^2}} \right) \quad (8b)$$

Підставляючи формули (8) в (7) отримаємо розрахункові формули для визначення швидкості кулі:

$$v = \frac{M+m}{m} \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)} \quad (9),$$

$$\text{або} \quad v = \frac{M+m}{m} \sqrt{2gl \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{x^2}{l^2}} \right)} \quad (10).$$

Коливання балістичного маятника разом із кулею відбуваються з поступовими втратами енергії коливальної системи на роботу проти сил тертя, тобто на передавання енергії зовнішньому середовищу. Внаслідок цього амплітуда коливань з часом зменшуватиметься. Такі коливання є *затухаючими*. Розсіювання енергії коливальною системою при затухаючих коливаннях у нашому випадку характеризується дією сили тертя у датчику кута повороту. Для механічних коливань, коли швидкість коливального руху невелика, сила опору  $F_T$  пропорційна величині швидкості і напрямлена завжди проти руху, тобто

$$F_T = -bv = -b \frac{dx}{dt}, \quad (11)$$

де  $b$  – коефіцієнт опору.

Отже, на тіло, крім квазіупругої сили  $F_{\text{пр}} = -kx$ , що визначається законом Гука і враховує коефіцієнт пружності  $k$ , діє ще й сила опору. Тоді основне рівняння динаміки матиме вигляд:

$$(M+m) \frac{d^2x}{dt^2} = -kx - b \frac{dx}{dt} \quad (12)$$

Рівняння (12) називають *диференціальним рівнянням затухаючих коливань*. У розглядуваній експериментальній установці затухаючі коливання триватимуть з урахуванням меж вимірювання часу до 20 с, тоді можна вважати, що періодичність руху коливальної системи буде зберігатися. Оскільки середнє значення кінетичної енергії коливального руху дорівнює половині його повної енергії:

$$E_k = E_{\text{п}} = \frac{1}{2} E \quad (13)$$

Тоді співвідношення (12) з урахуванням (13) можна записати як

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{b}{M+m} E = -2\beta E, \quad (14)$$

де  $2\beta = \frac{b}{M+m}$ , коефіцієнт  $\beta$  називають *коефіцієнтом згасання*. З

(14) видно, що швидкість зменшення енергії при згасаючих коливаннях пропорційна самій енергії. Перепишемо вираз (14):

$$\frac{dE}{E} = -2\beta dt \quad (15)$$

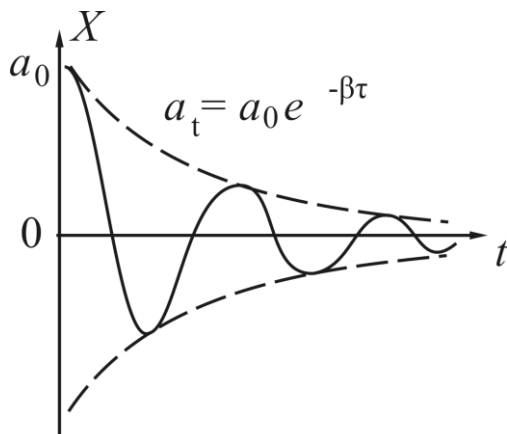
Звідси дістаємо закон втрат енергії з часом:

$$E = E_0 e^{-2\beta t}, \quad (16)$$

де  $E_0$  – значення енергії в момент часу  $t_2 = 0$ . Оскільки повна енергія коливального руху пропорційна квадрату амплітуди, то з (16) маємо залежність амплітуди згасаючих коливань від часу

$$x = x_0 e^{-\beta t} \quad (17)$$

Отже, амплітуда згасаючих коливань зменшується з часом за експоненціальним законом. З формули (17) також випливає, що ко-



ливання згасають повністю через нескінченно великий проміжок часу. На практиці вважають, що коливання припинились, якщо амплітуда коливань порівняно з початковою зменшилась у 100 разів.

На рис. 14.3 наведено графік згасаючих коливань (суцільна лінія). Штрихові лінії передають

Рис.14.3. Згасаючі коливання

закон зміни амплітуди з часом.

Відшукаємо відношення двох амплітуд коливань, розділених у часі в один період (*період* коливань  $T$  – це час одного повного коливання системи):

$$\frac{x_t}{x_{t+T}} = \frac{x_0 e^{-\beta t}}{x_0 e^{-\beta(t+T)}} = e^{\beta T} = \text{const} \quad (18)$$

Звідси випливає, що відношення  $\frac{x_t}{x_{t+T}}$  є величиною сталою

для всього процесу згасаючих коливань. Натуральний логарифм

цього відношення називають *логарифмічним декрементом*. Він характеризує швидкість затухання коливань і дорівнює

$$\delta = \ln \frac{x_t}{x_{t+T}} = \beta T = \frac{b}{2(M+m)} T \quad (19)$$

У техніці замість логарифмічного декременту вводять величину, яку називають добротністю. *Добротність* – є фізична величина, яка чисельно пропорційна відношенню повної енергії  $E$  коливальної системи до енергії  $\Delta E$ , що втрачається системою за період  $T$ :

$$Q = \frac{\pi}{\delta} = \frac{\pi}{\beta T} \quad (20)$$

## II. Опис експериментальної установки для вимірювання швидкості кулі за кутом відхилення датчика кута повороту

Експериментальна установка для вимірювання швидкості кулі за кутом відхилення датчика кута повороту має вигляд зображений на рис. 4.

Штатив збирається з довгої вертикальної стійки **5** (позначення відповідно до рис. 14.1), у верхній частині якої закріплюється датчик кута повороту **4** з муфтою **3**. Вісь обертання датчика повинна бути горизонтальною. В муфту вводять до упору довгу шпичку **2**, на кінці якої закріплюють балістичний маятник **1**. Вісь циліндра повинна розташовуватись у площині коливань маятника. Цей напрямок фіксується за допомогою контргайки, що розташована на шпичці з боку циліндра.

1. Виміряйте віддаль  $l$  від вісі циліндра балістичного маятника до вісі обертання датчика кута повороту. Отриману величину запишіть в таблицю 2.

2. Під'єднайте вимірювальний блок  $L$ -мікро до роз'єму послідовного порту комп'ютера. Після цього під'єднайте його до мережі (220 В, 50 Гц) і увімкніть. Роз'єм датчика кута повороту приєднайте до першого каналу вимірювального блоку (рис. 14.4).

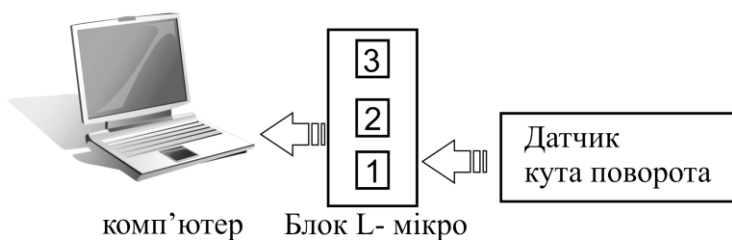


Рис.14.4.

3. Запустіть програму *L*–фізика-практикум, оберіть пункт меню „Вибір роботи” та оберіть з відкритого списку лабораторну роботу „Вимірювання швидкості тіла методом балістичного маятника”.

4. Вал датчика кута повороту може виконувати 10 обертів навколо своєї вісі. У даній роботі використовується частина робочого діапазону датчика, що розташована на однаковому віддаленні (приблизно 4 оберти) від меж обертання. Для встановлення маятника у правильне висхідне положення натисніть екранну кнопку „налагодження”. На екрані з’являться показання датчика у градусах. Якщо вимірювальні значення знаходяться у діапазоні від  $-410^\circ$  до  $+410^\circ$ , тоді Вам необхідно, керуючись цими цифрами, встановити маятник таким чином, щоб при відхиленні його від положення рівноваги на  $90^\circ$  вимірюваний кут не виходив за вказані межі. Одночасно перевірте правильність встановлення уловлювального пристрою всередині циліндра. Відхилення маятника після застряглої у ньому кулі повинно приводити до збільшення значення кута на екрані. Після виконання цих операцій встановіть маятник у положення рівноваги і натисніть кнопку „далі”. Відлік кутів при цьому буде проводитись від вказаного значення (воно буде прийняте за нульове положення датчика). Цифровий індикатор значень кута відхилення на екрані покаже нульове значення.

Якщо цифровий індикатор показує значення біля  $\pm 410^\circ$  і не реагує на рух маятника, тоді Вам необхідно виконати декілька повних обертів в одну або іншу сторону до тих пір, доки цифри на екрані не почнуть вимірюватись.

При обертанні маятника притримуйтеся обережності і не прикладайте до нього зусиль, щоб не зірвати запобіжники за визначені межі обертання.



## Проведення вимірювань

5. Натисніть на екрану кнопку „проведення вимірювань”.

6. Зарядіть механічній пістолет. Занурте шток, що штовхає кулю, всередину циліндричної частини корпусу. Після цього вложіть кулю в жолоб, щоб вона дотикалась кінця штоку.

7. Натисніть кнопку „пуск” у нижній частині екрану. Заряджений пістолет розташуйте біля циліндра балістичного маятника і виконайте постріл (за допомогою кнопки на корпусі механічного пістолету). Приберіть пістолет, щоб маятник міг вільно рухатись після повернення до положення рівноваги. Зверніть увагу на те, що вісь симетрії пістолету визначає напрямок швидкості руху кулі тому вона повинна, по-перше, бути горизонтальною, по-друге, знаходитись у площині коливань балістичного маятника. Тільки за виконання вказаних умов удар буде прямим і центральним, тобто будуть справедливими співвідношення, вказані у теоретичних відомостях.

8. Натисніть кнопку „стоп” після виконання маятником декількох коливань.

## Обробка результатів вимірювань

### Завдання 1. Вимірювання швидкості польоту кулі

9. Після припинення запису даних на екрані комп'ютера виникає графік залежності кута відхилення маятника від часу. Вам необхідно визначити кут максимального відхилення  $\alpha$ . Для цього, користуючись мишею, перемістіть курсор (вертикальна риска на екрані) до необхідної Вам точки на графіку і запишіть значення кута, що висвічується у верхній частині екрану.

Щоб упевнитися в тому, що втрати на тертя малі, необхідно також виписати в таблицю відхилення маятника у протилежну сторону.

10. Експеримент і попередню обробку даних, що описані у пп.6-9, необхідно повторити 5 разів і заповнити таблицю 1. Слідкуйте, щоб значення кута відхилення маятника перед пострілом дорівнювали нулю. Якщо значення кута відхилення маятника перед дослідом не дорівнює нулю, його необхідно поправити рукою або

знову провести налагодження у відповідному режимі роботи програми.

**Таблиця 1**

№ з/п	$\alpha, ^\circ$	$\alpha', ^\circ$	$\alpha_{\text{cp}}, ^\circ$	$\Delta\alpha_{\text{cp}}, ^\circ$
р				

*Позначення прийняті у таблиці:*

$\alpha$  – кут першого відхилення маятника;

$\alpha'$  – кут другого відхилення маятника.

11. Розрахуйте середнє значення кута відхилення  $\alpha_{\text{cp}}$  і за допомогою розрахункової формули (9) відшукайте швидкість польоту кулі (таблиця 2). Необхідні для розрахунку значення маси маятника і кулі вже вказані у таблиці 2. Довжину підвісу маятника Вам необхідно виміряти.

**Таблиця 2**

$M$ , кг	$m$ , кг	$l$ , м	$\Delta l$ , м	$\alpha_{\text{cp}}, ^\circ$	$\Delta\alpha_{\text{cp}}, ^\circ$	$v$ , м/с	$\Delta v$ , м/с	$\varepsilon$ , %
0,034	0,016							

*Позначення прийняті у таблиці:*

$M$  – маса балістичного маятника (циліндра);

$m$  – маса кулі;

$l$  – віддаль від осі циліндра до вісі датчика кута повороту;

$\Delta l$  – абсолютна похибка вимірювання віддалі  $l$ ;

$\alpha_{\text{cp}}$  – середнє значення кута відхилення;

$\Delta\alpha_{\text{cp}}$  – абсолютна похибка вимірювання  $\alpha_{\text{cp}}$ ;

$v$  – швидкість польоту кулі;

$\Delta v$  – абсолютна похибка вимірювання  $v$ ;

$\varepsilon$  – відносна похибка вимірювання  $v$ .

12. Розрахуйте похибки вимірювання.

Відносну за формулою:  $\varepsilon = \frac{\Delta v}{v} = \frac{1}{2} \frac{\Delta l}{l} + \frac{1}{2} \frac{\Delta \alpha_{\text{ср}}}{\alpha_{\text{ср}}}$ ,

абсолютну за формулою:  $\Delta v = v \cdot \varepsilon$

12. Зробіть висновок з виконаної частини роботи, в якому вкажіть причини деякого зміщення кутів відхилення, що спостерігається в експерименті, дайте оцінку похибок з визначення швидкості кулі.

Завдання 2. Вимірювання логарифмічного декременту та добротності коливальної системи

14. Виконайте пп.5-7.

15. Натисніть кнопку „стоп” після виконання маятником максимально можливої кількості коливань для встановленої межі вимірювання часу (20 с).

16. Натисніть кнопку „вісь X” для зображення повної графічної картини коливань за 20 с.

17. Обчисліть значення періоду коливань системи за проміжком часу  $T = \Delta t = t_2 - t_1$  між двома сусідніми амплітудами  $(x_1, t_1)$  і  $(x_2, t_2)$ , що повторюються. Для цього, користуючись мишею, перемістіть курсор (вертикальна риска на екрані) до необхідної Вам точки на графіку і запишіть значення часу, що висвічується у нижній частині екрану і відповідні значення кутів, що висвічуються у верхній частині екрану. Результати вимірювань запишіть у таблицю 3. Значення періоду визначте хоча б для трьох обраних вами максимумів.

**Таблиця 3**

№ з/п	$t_1, \text{с}$	$\alpha_1^\circ$	$t_2, \text{с}$	$\alpha_2^\circ$	$T, \text{с}$	$\Delta T, \text{с}$
1						
2						
3						
ср						

18. Розрахуйте відповідні амплітуди коливальної системи за формулою  $x = l \sin \alpha$  у відповідності до вимірених кутів таблиці 3.

19. За формулою  $\delta = \ln \frac{x_2}{x_1}$  розрахуйте відповідний логарифмічний декремент затухаючих коливань балістичного маятника. Відшукайте його середнє значення  $\delta_{\text{ср}}$ .

20. За формулою  $\beta = \frac{\delta_{\text{ср}}}{T_{\text{ср}}}$  розрахуйте коефіцієнт затухання балістичного маятника.

21. За формулою  $Q = \frac{\pi}{\delta_{\text{ср}}}$  розрахуйте добротність балістичного маятника.

22 Результати обрахунків пп.18-21 запишіть у таблицю 4.

**Таблиця 4**

№ з/п	$x_1, \text{ м}$	$x_2, \text{ м}$	$l, \text{ м}$	$\delta$	$\beta$	$Q$
1						
2						
3						
ср						

23. Зробіть висновок з виконаної частини роботи.

### III. Опис експериментальної установки для вимірювання швидкості кулі за допомогою фотодатчика і лічильника імпульсів

Експериментальна установка для вимірювання швидкості кулі за допомогою фотодатчика і лічильника імпульсів аналогічна до попередньої установки, але фіксуючими пристроями буде не комп'ютер, а фотодатчик, що працює в інфрачервоному діапазоні спектру і цифровий трьохрозрядний лічильник імпульсів, що споживає стабілізовану напругу у 5 В, яка

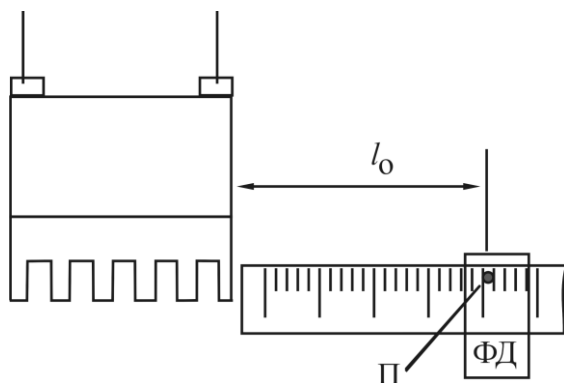


Рис.14.5.

забезпечується відповідним джерелом живлення. Використання фотодатчика й лічильника імпульсів дозволяє визначити зміщення з точністю до 2 мм. Для цього знизу до циліндру (1) маятника кріпиться легка гребінка з шириною зубців і проміжків між ними  $d = 2$  мм (рис. 14.5).

### Проведення вимірювань

1. Виміряйте віддаль  $l$  від вісі циліндра балістичного маятника до вісі обертання датчика кута повороту. Отриману величину запишіть в таблицю 5.

2. Виконайте пробний постріл і наближено визначають перше відхилення  $x$ . Після цього фотодатчик встановлюють лівіше відміченого відхилення на 2-3 см і за шкалою відмічають положення  $l_0$  променя фотодатчика П. Отриману величину запишіть в таблицю 5.

3. Після пострілу при відхиленні маятника зубці гребінки перетинатимуть промінь внаслідок чого фотодатчик вироблятиме електричні імпульси, які рахуватиме лічильник. Враховуючи, що лічильник відрахує ту кількість імпульсів, яка відповідає кількості перетинів променя зубцями при русі маятника до максимального відхилення і назад до положення рівноваги (в цьому положенні вловіть маятник рукою і зупиніть), значення амплітудного відхилення  $x$  визначають за формулою

$$x = l_0 + \frac{2dn}{2} = l_0 + dn, \quad (21)$$

де  $n$  –показання лічильника. Отримані величину  $n$  і розраховану амплітуду  $x$  запишіть в таблицю 5.

5. Експеримент і обробку даних, що описані у пп. 1-3, необхідно повторити 5 раз, „обнулюючи” перед кожним вимірювання показання лічильника за допомогою кнопки на ньому, заповнити таблицю 5.

**Таблиця 5**

№ з/п	$l_0, \text{ м}$	$d, \text{ м}$	$n$	$x, \text{ м}$	$\Delta x, \text{ м}$
1					
2					
3					
4					
5					
ср					

**Обробка результатів вимірювань**

Завдання 1. Вимірювання швидкості польоту кулі

5. Швидкість польоту кулі розрахуйте за формулою

$$v = \frac{M + m}{m} \sqrt{2gl \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{x_{\text{ср}}^2}{l^2}} \right)}$$

6. Результати обчислень запишіть до таблиці 6.

**Таблиця 6**

$M, \text{ кг}$	$m, \text{ кг}$	$l, \text{ м}$	$\Delta l, \text{ м}$	$x_{\text{ср}}^\circ$	$\Delta x_{\text{ср}}^\circ$	$v, \text{ м/с}$	$\Delta v, \text{ м/с}$	$\varepsilon, \%$
0,034	0,016							

*Позначення прийняті у таблиці:*

$M$  – маса балістичного маятника (циліндра);

$m$  – маса кулі;

$l$  – віддаль від вісі циліндра до вісі датчика кута повороту;

$\Delta l$  – абсолютна похибка вимірювання віддалі  $l$ ;

$x_{\text{ср}}$  – середнє значення амплітуди лінійного відхилення маятника;

$\Delta x_{\text{ср}}$  – абсолютна похибка вимірювання  $x_{\text{ср}}$ ;

$v$  – швидкість польоту кулі;

$\Delta v$  – абсолютна похибка з вимірювання  $v$ ;

$\varepsilon$  – відносна похибка з вимірювання  $v$ .

7. Розрахуйте похибки вимірювання:

Відносну за формулою:  $\varepsilon = \frac{\Delta v}{v} = \frac{1}{2} \frac{\Delta l}{l} + \frac{1}{2} \frac{\Delta x_{\text{ср}}}{x_{\text{ср}}}$ , абсолютну за

формулою:  $\Delta v = v \cdot \varepsilon$ .

8. Зробіть висновок з виконаної частини роботи, дайте оцінку похибок з визначення швидкості кулі. Порівняйте результати вимірювання швидкості кулі, що виконані за допомогою обох експериментальних методів.

### Завдання 2. Вимірювання логарифмічного декременту та добротності коливальної системи

9. Виконайте пп.1-2.

10. Після пострілу при відхиленні маятника зубці гребінки перетинатимуть промінь внаслідок чого фотодатчик вироблятиме електричні імпульси, які рахуватиме лічильник. Враховуючи, що лічильник відрахує ту кількість імпульсів, яка відповідає кількості перетинів променя зубцями при русі маятника до максимального відхилення і назад до положення рівноваги (в цьому положенні за допомогою кнопки на лічильнику „обнулити” його показання), значення амплітудного відхилення  $x_1$  визначають за формулою

$$x_1 = l_0 + \frac{2dn}{2} = l_0 + dn_1,$$

де  $n_1$  – показання лічильника першого максимального відхилення маятника.

11. Спостерігати за подальшими коливаннями маятника і зафіксувати наступне відхилення  $x_2$ , що відбудеться за період коливань такої коливальної системи,  $x_2$  визначають за формулою

$$x_2 = l_0 + \frac{2dn}{2} = l_0 + dn_2,$$

де  $n_2$  – показання лічильника другого максимального відхилення маятника.

Вимірювання припинити, уловивши маятник.

Отримані величини  $n_1$ ,  $n_2$  і розраховані амплітуди  $x_1$ ,  $x_2$  запишіть в таблицю 7.

12. Експеримент і обробку даних, що описані у пп. 9-11, необхідно принаймні тричі.

13. За формулою  $\delta = \ln \frac{x_2}{x_1}$  розрахуйте відповідний логарифмічний декремент затухаючих коливань балістичного маятника, відшукajte його середнє значення  $\delta_{\text{ср}}$ .

14. За формулою  $Q = \frac{\pi}{\delta}$  розрахуйте добротність балістичного маятника, відшукajte її середнє значення  $Q_{\text{ср}}$

15. Результати обрахунків пп.9-15 запишіть до таблиці 7.

**Таблиця 7**

№ з/п	$n_1, \text{с}$	$x_1^\circ$	$n_2, \text{с}$	$x_2^\circ$	$l_0, \text{м}$	$d, \text{м}$	$\delta$	$Q$
1								
2								
3								
ср						0,002		

15. Зробіть висновок з виконаної частини роботи. Порівняйте результати вимірювання декременту затухання та добротності коливань балістичного маятника, що виконані за допомогою обох експериментальних методів.

### **Контрольні запитання**

1. Дайте означення гармонічних та затухаючих коливань.
2. Що таке декремент затухання та добротність коливальної системи.
3. Чим математичний маятник відрізняється від фізичного?
4. Що розуміють під балістичним маятником?
5. Які закони збереження використовуються у даній роботі?



**Лабораторна робота №15**  
**Визначення густини твердих тіл і рідин методом**  
**гідростатичного зважування.**

**Мета:** Вивчити методику визначення густини твердих тіл і рідин методом гідростатичного зважування.

**Прилади і матеріали:** 1) гідростатичні терези; 2) тверде тіло; 3) хімічна склянка; 4) корок; 5) дистильована вода.

### **I. Короткі теоретичні відомості**

Тіла, виготовлені з різних речовин, при однакових об'ємах мають різні маси. Пояснюється це тим, що різні речовини мають різну *густину*.

**Густина** – це маса одиниці об'єму однорідної речовини:  $\rho = \frac{m}{V}$ . Отже, щоб визначити густину тіла, треба знати його масу та об'єм. Але в деяких випадках, наприклад для тіл неправильної форми, визначити об'єм досить складно.

Один з методів визначення густини твердих тіл та рідин ґрунтується на використанні гідростатичного зважування.

У зв'язку з тим, що на різних рівнях у рідині або газі тиски різні, на занурене в рідину або газ тіло діє виштовхувальна сила. Уявімо, що тіло, яке занурене в рідину, вийнято з неї і цей об'єм заповнено рідиною (рис.15.1). Рідина, що знаходиться в цьому об'ємі, буде у рівновазі за умови, що рівнодійна і момент усіх зовнішніх сил, які діють на виділений об'єм рідини, дорівнюють нулю. Зовнішніми силами, що діють на виділений об'єм рідини, є сила земного тяжіння або вага рідини в об'ємі даного тіла і сила тиску на поверхню з боку рідини. Оскільки виділений об'єм рідини перебуває в стані спокою, то рівнодійна сил гідростатичного тиску, що діє на поверхню, повинна дорівнювати вазі рідини в об'ємі, обмеженому поверхнею. Ця рівнодійна напрямлена вгору і проходить через центр маси виділеного об'єму рідини. Тоді момент сил, що діє на виділений об'єм рідини, дорівнює нулю.

Якщо рідину, обмежену поверхнею, вилучити і на її місце помістити будь-яке тіло такого самого об'єму, то на нього діятиме напрямлена вертикально вгору така сама рівнодійна, або виштовхувальна сила. Отже, приходимо до відомого закону Архімеда: *на будь-яке тіло, занурене в рідину (або газ), з боку рідини (газу) діє виштовхувальна сила, яка дорівнює вазі витісненої тілом рідини*. Ця сила напрямлена вертикально вгору і прикладена до центра ваги витісненого об'єму. Точку А називають **центром плавучості** тіла.

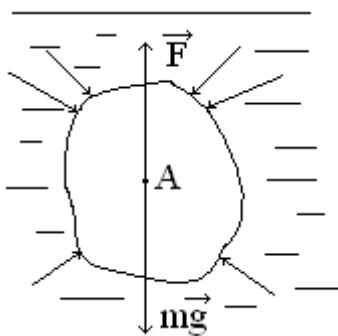


Рис.15.1

Розміщення центра плавучості визначає стійку рівновагу тіл, що плавають у рідинах. Для рівноваги тіла, зануреного в рідину, необхідно, щоб вага тіла дорівнювала вазі витісненої ним рідини, а центр плавучості лежав на одній вертикалі з центром мас самого тіла. Якщо центр тяжіння тіла буде лежати нижче центра плавучості **рівновага буде стійкою**.

Закон Архімеда використовується для визначення густин методом гідростатичного зважування.

Вага тіла в рідині менша від ваги тіла в повітрі на величину архімедової сили:  $P' = P - F_a$ , або  $m'g = mg - m_p g$ , (1)  
де  $m$  – маса тіла в повітрі,  $m'$  – маса тіла в рідині,  $m_p$  – маса рідини, витісненої тілом.

$m_p = V_m \rho_p$  (2), де  $V_m$  – об'єм тіла, який відповідно знахо-

диться за формулою  $V_m = \frac{m}{\rho_m}$  (3)

Підставимо (2) і (3) в (1), отримаємо:  $\rho_m = \frac{m \cdot \rho_p}{m - m'}$  (4).

Таким чином знаючи густину рідини, в яку занурене тіло, можна визначити його густину.

За формулою (4) можна знайти і густину досліджуваної рідини, якщо відома густина тіла, що в неї занурене.

$$\rho_p = \frac{(m - m') \rho_m}{m} \quad (5)$$

У випадку, якщо тіло плаває на поверхні рідини, виштовхувальна сила перевищує силу тяжіння. Тіло приходить до стану спокою, як тільки сила тяжіння стане рівною вазі витісненої рідини. Так як тіло не повністю занурене в рідину, змінюється об'єм витісненої рідини, а значить і величина архімедової сили.

## II. Порядок виконання роботи

### Завдання 1. Визначення густини повністю зануреного тіла

1) Зважити тверде тіло у повітрі, підвісивши його на тонкій дротині до гачка гідростатичних терезів. Відзначити масу рівноваги  $m$ .

2) Хімічну склянку з дистильованою водою підставити таким чином, щоб підвішене до терезів тверде тіло повністю занурилось у воду і не торкалося ні дна, ні стінок посудини. Зрівноважити терези, знайшовши  $m'$ .

3) Знайти густину тіла за формулою (4).

### Завдання 2. Визначення густини рідини

1) Тверде тіло зважити у рідині, густина якої невідома, знайшовши тим самим  $m'$ .

2) Знаючи масу тіла  $m$  та густину тіла  $\rho_m$ , за формулою (5) знайти густину досліджуваної рідини  $\rho_p$ .

### Завдання 3. Визначення густини плаваючого тіла

1) Зважити корок у повітрі, знайшовши  $m_2$ .

2) Прив'язати корок до твердого тіла із попереднього завдання, занурити у воду і зрівноважити терези. Знайти масу рівноваги  $m_3$ . Із умови рівноваги для важеля маємо:

$$P' + (P_k - F_a) = m_3 \cdot g,$$

де  $P' = m' \cdot g$  – вага твердого тіла у воді,  $P_k = m_2 \cdot g$  – вага корка у повітрі,  $F_a = \rho_p \cdot V_k \cdot g$  – сила Архімеда. Із отриманих співвідношень знайдемо об'єм корка

$$V_{\kappa} = \frac{m' + m_2 - m_3}{\rho_p}.$$

3) Визначити густину корка

$$\rho_{\kappa} = \frac{m_{\kappa}}{V_{\kappa}} = \frac{m_2 \cdot \rho_p}{m' + m_2 - m_3}. \quad (6)$$

4) Результати вимірювань та обчислень, проведених в завданнях, занести в таблицю:

№ з/п	$m$ , кг	$m'$ , кг	$\rho_{\text{тв}}$ , кг/м <sup>3</sup>	$\Delta\rho_{\text{тв}}$ , кг/м <sup>3</sup>	$m_1$ , кг	$\rho_{\text{рід}}$ , кг/м <sup>3</sup>	$\Delta\rho_{\text{рід}}$ , кг/м <sup>3</sup>	$m_2$ , кг	$m_3$ , кг	$\rho_{\kappa}$ , кг/м <sup>3</sup>	$\Delta\rho_{\kappa}$ , кг/м <sup>3</sup>
сер.											

5) Обрахувати похибки вимірювань.

### Контрольні запитання

1. Поясніть виникнення виштовхувальної сили.
2. Сформулюйте закон Архімеда.
3. Коли рівновага тіла, що занурене в рідину буде стійкою?
4. Як змінюється рівновага тіла, якщо воно плаває на поверхні рідини?
5. Коли рівновага плаваючого тіла буде стійкою, а коли нестійкою?
6. Яка точка називається центром плавучості?
7. Яка точка називається метацентром?
8. Виведіть формули (4), (5), (6).

### **Рекомендована література**

- 1.** Дущенко В.П., Кучерук І.М. Загальна фізика. Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка. – К.: Вища школа, 1987.
- 2.** Бушок Г.Ф., Левандовський В.В., Півень Г.Ф. Курс фізики. Кн.1: Фізичні основи механіки. – К.: Либідь, 1997.
- 3.** Архангельский М.М. Курс физики. Механика. – М.: Просвещение, 1975.
- 4.** Савельев И.В. Курс общей физики. Т.1 – М.: Наука, 1987.
- 5.** Фізичний практикум, ч. 1/ за ред. проф. В.П. Дущенка – К.: Вища школа, 1981.
- 6.** Руководство к лабораторным занятиям по физике / под ред. Л.Л.Гольдина/ – М.: Просвещение, 1973.

## Додатки

### 1. Густина речовин $\rho$ , кг/м<sup>3</sup>

**Гази при нормальних умовах** ( $T_o = 273,15$  К;  $p_o = 1,01 \cdot 10^5$  Па)

Азот	1,250	Кисень	1,429
Водень	0,089	Метан	0,717
Вуглекислий газ	1,977	Неон	0,900
Гелій	0,178	Повітря	1,293

**Рідини при +20 °С**

Бензол	879	Скипидар	858
Вода ( $t = +4$ °С)	1000	Спирт етиловий	789
Вода ( $t = 100$ °С)	958	Спирт метиловий	792
Гас	800	Толуол	870
Гліцерин	1260	Ртуть	13596

**Тверді тіла при 293 К** ( $\cdot 10^{-3}$ , кг/м<sup>3</sup>)

Алюміній	2,69	Олово	7,23
Залізо	7,86	Сталь лита	7,8–8,0
Латунь	8,3 – 8,7	Свинець	11,22–11,44
Лід (0 °С)	0,91	Срібло	10,42–10,57
Мідь	8,94	Цинк	6,86–7,24
Нікель	8,4–9,2	Чавун	6,6–7,3

### 2. Деякі характеристики Сонця, Землі, Місяця

Фізичні параметри	Сонце	Земля	Місяць
Маса, кг	$1,97 \cdot 10^{30}$	$5,96 \cdot 10^{24}$	$7,33 \cdot 10^{22}$
Радіус, м	$6,95 \cdot 10^8$	$6,37 \cdot 10^6$	$1,74 \cdot 10^6$
Середня густина, кг/м <sup>3</sup>	$1,4 \cdot 10^3$	$5,5 \cdot 10^3$	$3,4 \cdot 10^3$
Середня відстань від Землі, м	$1,5 \cdot 10^{11}$	–	$3,8 \cdot 10^8$

## ЗМІСТ

Вступні зауваження .....	3
Розділ 1. Вимірювання фізичних величин та визначення похибок.....	5
1.1. Основні означення. ....	5
1.2. Похибки вимірювань.....	6
1.3. Похибки непрямих вимірювань.....	10
1.4. Вказівки щодо визначення абсолютних та відносних похибок вимірювання фізичних величин.....	12
1.5. Графічна обробка результатів вимірювання .....	12
Розділ 2. Лабораторний практикум з механіки .....	15
Лабораторна робота № 1. Вивчення ноніусів. Вимірювання лінійних величин штангенциркулем, мікрометром та сферометром .....	14
Лабораторна робота № 2 Точне зважування (вимірювання маси) .....	24
Лабораторна робота № 3. Визначення швидкості польоту кулі за допомогою балістичного маятника. ....	33
Лабораторна робота № 4. Вивчення законів кінематики і динаміки поступального руху на машині Атвуда. ....	37
Лабораторна робота № 5. Вивчення пружного і непружного ударів двох куль. ....	47
Лабораторна робота № 6. Визначення моменту інерції махового колеса та сили тертя в опорі. ....	55
Лабораторна робота № 7. Визначення прискорення земного поля тяжіння методом оборотного маятника. ....	59
Лабораторна робота № 8. Вивчення гіроскопа. ....	65
Лабораторна робота № 9. Перевірка основного закону динаміки обертального руху твердого тіла. ....	73
Лабораторна робота № 10. Визначення швидкості звуку методом зсуву фаз.....	80
Лабораторна робота № 11. Дослідження затухаючих коливань.....	86
Лабораторна робота №12. Визначення моменту інерції тіл методом крутильних коливань. ....	94
Лабораторна робота №13. Вивчення законів вільного падіння. ....	100
Лабораторна робота № 14. Визначення модуля зсуву твердого тіла і моментів інерції обертаючих тіл за допомогою крутильного маятника.....	105
Лабораторна робота №15. Визначення густини твердих тіл і рідин методом гідростатичного зважування .....	121
Рекомендована література .....	124
Додатки .....	126

*Антонова Ніна Григорівна*  
*Подопрігора Наталія Володимирівна*  
*Сальник Ірина Володимирівна*  
*Ткачук Іван Юрійович*  
*Царенко Олег Миколайович*

**НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНЕ ВИДАННЯ**

**Лабораторний практикум з курсу загальної фізики**  
**Частина 1. Механіка**

*Художнє та графічне оформлення Рябець Т.О.*

**СВІДОЦТВО ПРО ВНЕСЕННЯ СУБ'ЄКТА ВИДАВНИЧОЇ  
СПРАВИ ДО ДЕРЖАВНОГО РЕЄСТРУ ВИДАВЦІВ, ВИГОТОВНИКІВ І РОЗПО-  
ВСЮДЖУВАЧІВ ВИДАВНИЧОЇ ПРОДУКЦІЇ**  
Серія ДК № 1537 від 22.10.2003 р.

**Підписано до друку 17.12.08 Формат 60x84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Папір офсет.  
Друк різнограф. Ум.др.арк. 6,9 Тираж 100 Зам. №**

---

**РЕДАКЦІЙНО-ВИДАВНИЧИЙ ВІДДІЛ**  
*Кіровоградського державного педагогічного  
університету імені Володимира Винниченка*  
**25006, Кіровоград, вул. Шевченка, 1.**  
**Тел.(0522) 24-59-84.**  
**Факс (0522) 248544.**  
**Е-mail: [mails@kspu.kr.ua](mailto:mails@kspu.kr.ua)**